Práctica 6: Simulación

Investigación Operativa
Ingeniería Informática
Curso 06 / 07

Ejercicio 1.- Obtener en la hoja de calculo Ejercicio1, con las constantes m = 2.147.483.655, a =16.807 y X_1 =1.234.567, 100 valores pseudo aleatorios distribuidos $\mathcal{U}$ (0,1), como se indica en el grafico siguiente, representando los datos obtenidos en la columna E para observar su aleatoriedad.

	A	B	C	D	E
1	m =	*2.147.483.655*	Generacion de numeros pseudo-aleatorios		
2	a =	*16.807*			
3	x_1=	*1.234.567*			$\mathcal{U}$(0 , 1)
4					
5	*i*	Semilla x_i	a × x_i	x_{i+1} = Mod(a × x*i* ; m)	u_i = x_{i+1} / m
6	1	*1.234.567*	20.749.367.569	1.422.014.674	0,662177182
7					
8	2	1.422.014.674	23.899.800.625.918	455.029.423	0,211889586
9	3	455.029.423	7.647.679.512.361	490.216.906	0,228275035
10	4	490.216.906	8.239.075.539.142	1.328.238.562	0,618509277
11	5	1.328.238.562	22.323.705.511.534	612.917.809	0,285412095
12	...	...	...	...	...
13	...	...	...	...	...
14			= Residuo(R·Si ; P)		
15					

Ejercicio 2.- (V.E. Gmurman. Cáp. I) A un indicador llegan señales desde dos dispositivos durante un tiempo T. El indicador entra en acción si la diferencia entre los instantes de llegada de las señales es menor que t (t < T). Hallar la probabilidad que el indicador accione en el tiempo T, si cada uno de los dispositivos envía una señal.

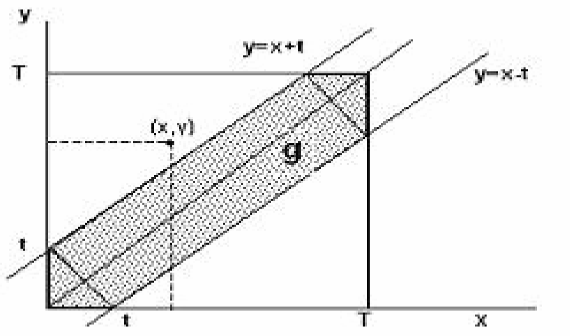
Analíticamente la probabilidad pedida es el cociente del área sombreada **g** y el área del cuadrado, T^2, y es igual a $t\,(2T-t)\,/\,T^2$ que para los valores de T= 60 y t = 10 es igual a 0.306. como tenemos en la hoja Ejercicio3.

El indicador actuara si para y > x, es y < x + t y si para y < x, es y > x – t.

Para estimar esta probabilidad, generaremos aleatoriamente 200 puntos (x,y) y por medio de una función condicional, obtendremos un 1 si el punto (x,y) $\in$ **g** o un 0 en caso contrario. El cociente del número de 1 por el número de puntos generados, será el estimador de la probabilidad.

T = *60* p exacta = 0,306
t = *10* p estimada = *0,307*

x	y	(x,y) ∈ g ?
38,797	55,103	0
3,9155	34,438	0
30,589	6,7649	0
3,5578	3,2187	1
54,285	33,758	0
40,407	43,624	1
43,08	11,806	0
26,094	39,938	0
59,81	22,579	0
3,4757	10,208	1
36,52	7,7369	0
5,36	51,599	0
8,8476	33,491	0
39,895	24,697	0
22,917	19,062	1



Ejercicio 3.- Vamos a generar números aleatorios de una distribución de Poisson con la ayuda de Excel. En la hoja Ejercicio4, generamos en la columna A, 300 números aleatorios uniformes (0,1). En la siguiente columna B, utilizamos el método inverso, para obtener a partir de la columna anterior, valores distribuidos exponencialmente con $\lambda = 1/3$.

En la columna D utilizando la función matricial Frecuencia, obtendremos la distribución de los datos anteriores, agrupados con respecto a los intervalos de tiempo de la columna C. En este ejemplo, habremos generado 90 valores cuyo valor es menor que uno, 41 valores entre uno y dos, etc.

Para obtener ahora los valores de la distribución de Poisson, obtendremos en la columna H, los valores exponenciales obtenidos, pero acumulados y que corresponden al instante en que ocurre el suceso.

Insertando nuevamente la función matricial Frecuencia para los datos de esta ultima columna H, agrupados con los valores del eje de tiempo de la columna G, obtenemos en la casilla I3, el numero de veces que ocurre el suceso entre el instante cero y uno, en la casilla I4, entre uno y dos, etc.

Por ultimo, con la función Frecuencia en la columna K, contaremos el numero de veces que aparecen los valores de la distribución de Poisson de la columna J, entre todos los de la columna I.

En la columna L tenemos las frecuencias relativas de la distribución de Poisson que representamos en el grafico junto con la correspondiente a la columna E para las frecuencias de la distribución exponencial.

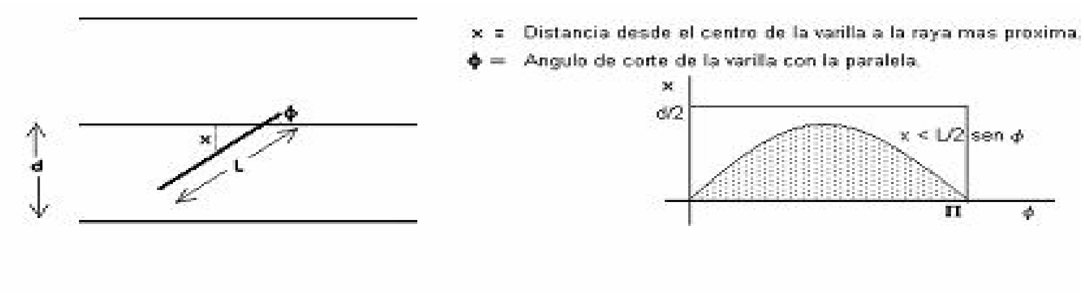
Los datos de la columna N corresponden a la función =POISSON(J#; B1; 0) que como podemos apreciar se aproximan mucho a los generados por la simulación.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	$\lambda =$ 0,33		Exponencial								Poisson			
2	u(0,1)	Exp(λ)	t	n_i	f_i		t	Σ Exp(λ)	#	x_i	n_i	f_i		$\mathcal{P}$ (x)
3	0,3405	3,2323	1	82	0,2733		1	3,2323	0	0	209	0,6967		0,7165
4	0,9694	0,0932	2	54	0,1800		2	3,3255	0	1	76	0,2533		0,2388
5	0,6531	1,2783	3	49	0,1633		3	4,6038	0	2	14	0,0467		0,0398
6	0,8348	0,5418	4	34	0,1133		4	5,1457	2	3	1	0,0033		0,0044
7	0,3793	2,9081	5	26	0,0867		5	8,0538	1	4	0	0,0000		0,0004
8	0,4969	2,098	6	18	0,0600		6	10,1518	1	5	0	0,0000		0,0000
9	0,4444	2,4331	7	13	0,0433		7	12,5849	0	6	0	0,0000		0,0000
10	0,6691	1,2052	8	10	0,0333		8	13,7901	0	7	0	0,0000		0,0000
11	0,9331	0,2078	9	4	0,0133		9	13,9979	1		300	1		1
12	0,9140	0,2697	10	2	0,0067		10	14,2677	0					

Cuestionario.- (Hamdy A. Taha. Cap.18) Consideremos el experimento de la aguja de Buffon. Sobre un plano horizontal rayado con líneas paralelas separadas por una distancia d, se lanza una aguja de longitud L, (L < d). El objetivo es obtener la probabilidad de que la aguja corte alguna de las líneas.

Definiendo las variables x como la distancia del centro de la aguja a la raya más próxima y ϕ al ángulo formado por esta con la paralela, tendremos determinada completamente la posición de la aguja. La variable x tomara valores entre 0 y d/2 y la variable ϕ entre 0 y π.

La aguja cortara a la paralela mas próxima cuando **$x < L/2 \operatorname{sen} \phi$** y esto ocurrirá en el área sombreada de la figura que corresponde a **$\int L/2 \operatorname{sen} \phi \; dx$** entre 0 y π que como se puede fácilmente obtener es L. La probabilidad teórica es por tanto **$p = 2 L / \pi d$.**



Utiliza una simulación para aproximar el número π. Para ello, considera el caso d =7 y L =2. Obtén 200 valores $\mathcal{U}$ (0, 7/2) para x y otros tantos $\mathcal{U}$ (0, π) para ϕ. Con estos valores puedes calcular el promedio de veces que la aguja corta una línea. Con esta probabilidad puedes aproximar π.