

Práctica 5: Teoría de Colas

Investigación Operativa

Ingeniería Informática UC3M

Curso 06-07

En esta práctica calcularemos las medidas de comportamiento de un sistema de colas considerando la siguiente notación universal:

- $\lambda \equiv$ tasa de llegadas
- $\mu \equiv$ tasa de servicios
- $s \equiv$ número de servidores
- $\rho = \lambda/\mu \equiv$ factor de utilización del sistema o intensidad de tráfico
- $L \equiv$ valor esperado del número de clientes en el sistema
- $L_q \equiv$ valor esperado del número de clientes en la cola
- $W \equiv$ tiempo medio de espera en el sistema
- $W_q \equiv$ tiempo medio de espera en la cola
- $p_n \equiv$ probabilidad de que n clientes estén en el sistema (en estado estacionario)
- $CS = C_s s \equiv$ Función de coste de servicio
- $CE = C_l L(s) \equiv$ Función de coste de espera
- $CT = CS + CE \equiv$ Función de coste de total

Modelo M/M/1:

En el archivo **practica5.xls**, hoja MM1, se muestran las ecuaciones para las medidas de comportamiento del sistema correspondiente al mostrador de una biblioteca expuesto en clase. En las celdas de la hoja de cálculo se muestran también las ecuaciones desarrolladas. En este sistema, se sabe que la tasa de llegadas de estudiantes al mostrador es de 10 por hora. En el mostrador existe una sola persona que atiende con una tasa de 5 minutos por

M/M/1

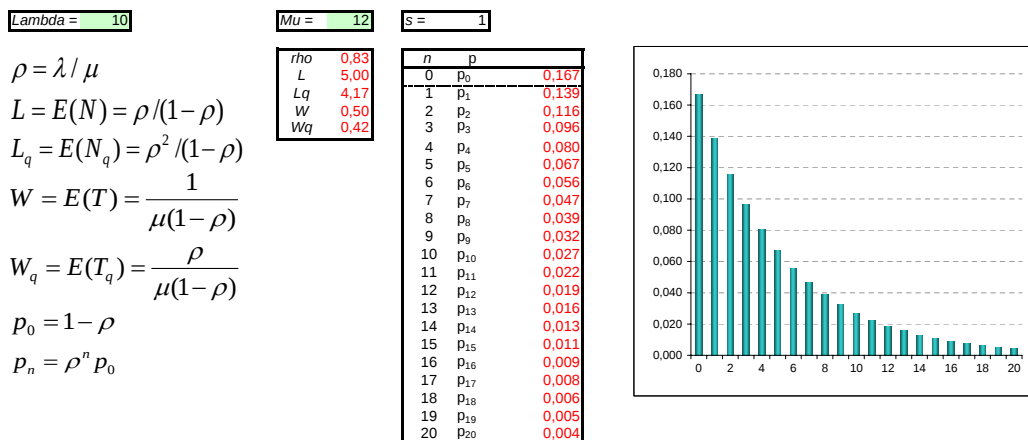


Figura 1: Primer sistema M/M/1

persona ($\mu = 60/5 = 12$ personas por hora). Las medidas de comportamiento del sistema se muestran en la figura 1.

Supongamos ahora, que la persona en el mostrador es mas eficiente y comienza a atender con una tasa de 4 minutos por persona. ¿Cuál sería el número medio de estudiantes y el tiempo medio de espera en el sistema?

Reemplazando $\mu = 60/4 = 15$ obtenemos: $L = 2$ y $W = 0,20$. Es decir, con una tasa de llegadas de 15 personas por hora se espera un valor de 2 estudiantes y el tiempo medio de espera es de 0.2 horas en el sistema.

Los resultados se muestran en la figura 2.

Modelo M/M/s:

En la hoja MMs se incluye el siguiente sistema (ya expuesto en clase de teoría): un banco dispone de 3 ventanillas de atención. Los clientes llegan al banco con una tasa de 1 por minuto ($\lambda = 60/1 = 60$ personas por hora). El tiempo de servicio es de 2 minutos por persona ($\mu = 60/2 = 30$ personas por hora). El coste que le supone al director de esta sucursal abrir una ventanilla es de 6 euros la hora. El coste horario de espera se ha estimado en 18 euros por cliente. Calcula las distintas medidas de comportamiento del sistema y el coste total teniendo en cuenta los datos expuestos en la parte izquierda de la hoja de cálculo. Los resultados los mostramos en la figura 3.

Modelo M/M/1/k:

Volvamos al ejemplo 1 de la biblioteca. El director de la misma desea agilizar la atención

M/M/1

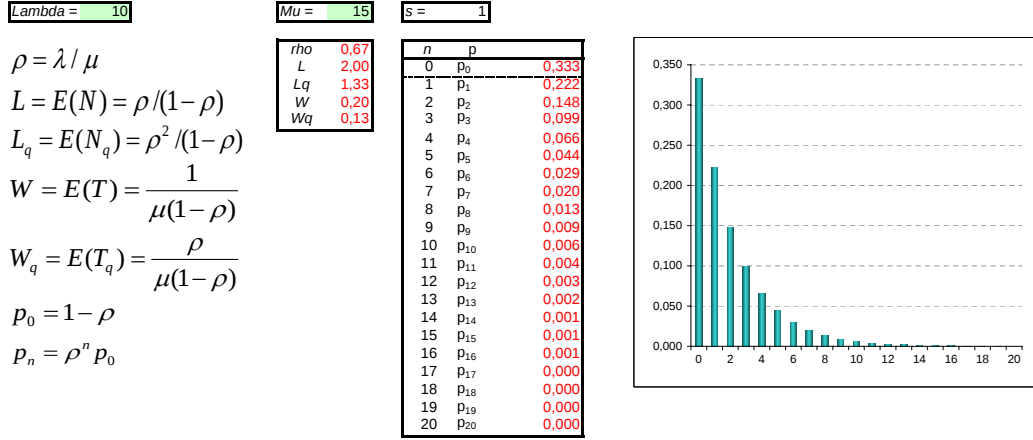


Figura 2: Segundo sistema M/M/1

M/M/s

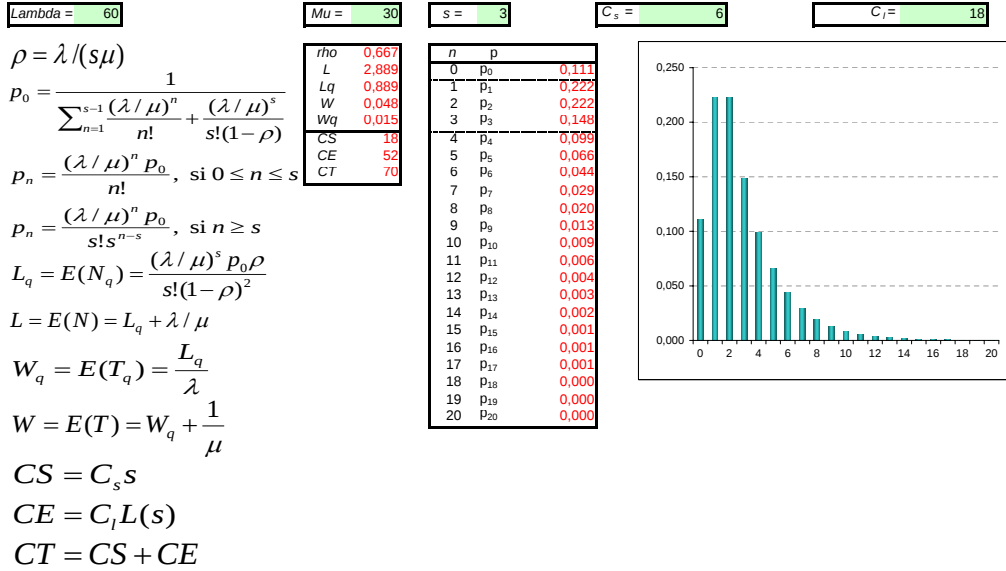


Figura 3: Sistema M/M/s

a los estudiantes y quiere mantener en espera un máximo de 3 estudiantes. Si se sobrepasa ese límite, la persona que atiende en el mostrador les pedirá al resto que se trasladen a la siguiente planta para ser atendidos. Las tasas de llegada y de servicio son las mismas ($\lambda = 10$ y $\mu = 12$). En este nuevo caso, la capacidad del sistema es $k = 3 + 1 = 4$.

Calcula las distintas medidas de comportamiento del sistema teniendo en cuenta los datos

expuestos en la parte izquierda de la hoja de cálculo. Los resultados se muestran en la figura 4.

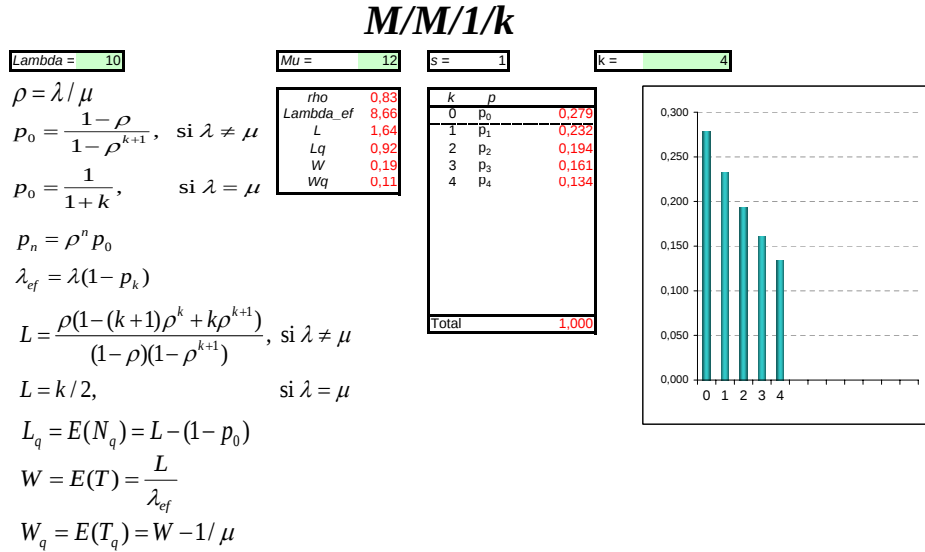


Figura 4: Sistema M/M/1/4

Cuestionario

1. Teniendo en cuenta el ejemplo del banco: supongamos ahora que se desea incluir otra ventanilla para agilizar la atención al cliente. Calcula las distintas medidas de comportamiento del sistema, el coste total del sistema, y las probabilidades de tener 4, 5 y no tener clientes en el sistema. Evaluando los costes, ¿conviene abrir una nueva ventanilla?
2. Teniendo en cuenta el ejemplo de la biblioteca: el director piensa que el próximo año se incrementará el número de estudiantes. Por tanto, estima que la tasa de llegada se incrementará en 2 estudiantes por hora. Debido a este incremento, desea mantener en espera un máximo de cuatro estudiantes. Calcula las distintas medidas de comportamiento del sistema.