

Práctica 3: Programación Lineal Entera: Modelización

Investigación Operativa
Ingeniería Informática UC3M

Curso 06/07

Volviendo al ejemplo de la empresa PECÉ, que se dedicaba a la producción de ordenadores de mesa y portátiles (normales y de lujo), recordemos que el problema que se tenía que resolver era el siguiente:

$$\begin{aligned} z = \text{máx} \quad & 350x_A + 470x_B + 610x_C \\ \text{s.a.} \quad & \\ & x_A + x_B \leq 120 \quad (\text{test 1}) \\ & x_C \leq 48 \quad (\text{test 2}) \\ & 10x_A + 15x_B + 20x_C \leq 2000 \quad (\text{montaje}) \\ & x_A, x_B, x_C \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

donde las variables x_A , x_B y x_C representan la cantidad a producir de cada tipo de ordenador, de mesa, portátil y de lujo, respectivamente.

La solución óptima del problema es $x_A = 120$, $x_B = 0$, $x_C = 40$. Esta producción requiere de las 120 h. disponibles de test 1 y de las 2000 de montaje, mientras que sobran 8 de las 48 h. disponibles de test 2.

Al detectar que le sobran horas disponibles de test 2 se propone adaptar el proceso para que las horas sobrantes puedan ser empleadas en pasar test a los ordenadores de mesa y portátiles normales. Se puede adaptar, pero en lugar de tardar 1 hora en pasar el test a cada ordenador (de mesa o portátil normal) se tarda 1 hora y media.

La empresa PECÉ utiliza la misma secuencia de montaje para los ordenadores de mesa y los portátiles. La empresa ha estudiado esta situación y ha llegado a la conclusión de que compartir el mismo montaje le supone perder 100 horas a la semana en preparación y cambios. Por tanto, si monta ordenadores de mesa y portátiles (ya sean de lujo o normales) sólo dispone de 1900 horas, mientras que si sólo monta ordenadores de un tipo dispone de las 2000 horas.

¿Cómo modificarías el problema original que se planteaba PECÉ para incorporar esta nueva información? Para responder a esta pregunta ve contestando a las cuestiones que se formulan a continuación:

1. "... si sobran horas de test 2, éste se puede adaptar para realizar test para ordenadores de mesa y portátiles, pero en lugar de tardar 1 hora en pasar el test a cada ordenador se tarda 1 hora y media."

Para introducir esta condición, el modelo debe ser capaz de contabilizar cuántas horas de test de tipo 2 se pueden emplear en pasar test de tipo 1, y cuántos ordenadores de mesa y portátiles normales pasan el control de calidad "lento". Además de relacionar estos valores entre sí. Sigue los siguientes pasos:

- a) Introduce una variable que mida cuántas horas de test 2 sobran.
- b) Además, para cada ordenador de mesa y para cada portátil normal se debe saber si pasa el control usual (1 hora) o pasa el control lento (1 hora y media):
¿Cómo debemos modificar el modelo para ello? considerando 2 variables para cada una de las producciones:

x_{A1} = cantidad de ordenadores de mesa que se producen y pasan el control de calidad usual

x_{A2} = cantidad de ordenadores de mesa que se producen y pasan el control de calidad lento

x_{B1} = cantidad de portátiles normales que se producen y pasan el control de calidad usual

x_{B2} = cantidad de portátiles normales que se producen y pasan el control de calidad lento

- c) ¿Cómo relacionarías la producción de ordenadores de mesa y portátiles normales con las horas disponibles para llevar a cabo test de tipo 1? La restricción del modelo original se tiene que desdoblarse en 2 restricciones: una para el control de calidad usual y otra para el control de calidad lento.
- d) Antes de incorporar el resto de condiciones, formula y resuelve empleando el Solver de Excel el problema original con los cambios anteriores (Modelo 1). ¿Cómo cambia la solución obtenida con respecto a la del modelo original?

Nota: la condición de variables enteras o binarias se introduce en forma de restricción.

2. "... si produce ordenadores de mesa y portátiles (ya sean de lujo o normales) pierde 100 horas de montaje."

Además, el modelo debe ser capaz de distinguir la situación en la que se hacen ordenadores de mesa y portátiles (normales o de lujo) de la situación en la que sólo se hace un tipo:

- a) ¿Cuántas variables binarias se necesitan para saber si se producen ordenadores de mesa y portátiles simultáneamente? Hay que introducir 2 variables binarias para

saber qué tipo de ordenadores se producen:

$$\delta_M = \begin{cases} 1 & \text{si se montan ordenadores de mesa,} \\ 0 & \text{si no se montan ordenadores de mesa.} \end{cases}$$

$$\delta_P = \begin{cases} 1 & \text{si se montan portátiles (del tipo que sea),} \\ 0 & \text{si no se montan portátiles.} \end{cases}$$

A partir de estas 2 variables, se debe definir una variable binaria que nos indique si se producen ordenadores de mesa y portátiles simultáneamente:

$$\delta_{MP} = \begin{cases} 1 & \text{si se montan de mesa y portátiles (si } \delta_M + \delta_P = 2), \\ 0 & \text{si no se montan de mesa y portátiles a la vez (si } \delta_M + \delta_P \leq 1) \end{cases}$$

- b) ¿Cómo modificarías la restricción referente al montaje? En función de la variable binaria δ_{MP} : si vale 0, entonces disponemos de 2000 horas de montaje; si vale 1, entonces sólo tenemos $1900 = 2000 - 100 * \delta_{MP}$.
- c) ¿Cómo relacionarías las variables binarias introducidas con la producción de ordenadores que se lleva a cabo? Hay que activar-desactivar las variables binarias. Como siempre interesa más que δ_{MP} valga 0, no es necesario forzar a que las variables tomen el valor 0. Sólo nos tenemos que preocupar de que tomen el valor 1 cuando corresponda.

Para ello, se introduce una restricción por variable. Para las variables de producción de ordenadores de mesa y de portátiles:

$$x_{A1} + x_{A2} \leq M_1 \delta_M, \quad x_{B1} + x_{B2} + x_C \leq M_2 \delta_P$$

¿Cómo determinar un valor “ajustado” para M_1 y para M_2 ?

$$x_{A1} \leq 120, x_{A2} \leq \frac{48}{1,5} = 32 \Rightarrow M_1 = 152$$

$$x_{B1} \leq 120, x_{B2} \leq \frac{48}{1,5} = 32, x_C \leq 48 \Rightarrow M_2 = 200$$

La variable binaria de producción simultánea debe valer 1 siempre que $\delta_M + \delta_P = 2$, entonces

$$\delta_M + \delta_P \leq \delta_{MP} + 1$$

3. A continuación, formula y resuelve empleando el Solver de Excel el nuevo problema (Modelo 2).

Observa como para declarar como variables celdas no consecutivas debes separar los bloques con puntos y comas.

No te olvides de seleccionar la opción de “**Adoptar modelo lineal**” al emplear el Solver y recuerda que en un modelo lineal **no se pueden multiplicar variables**.

Comprueba la solución obtenida, ¿todas las variables binarias toman el valor adecuado a los niveles de producción de los distintos tipos de ordenadores?

En caso afirmativo, ¿cómo cambia la solución obtenida con respecto a la del modelo original? En caso negativo, ¿qué crees que te está fallando? reconsidera las preguntas anteriores.

Cuestionario

Como hiciera para la línea de montaje, la empresa PECÉ ha estudiado el impacto de utilizar el mismo test para los ordenadores de mesa y los portátiles normales. Ha llegado a la conclusión de que compartir el mismo test le supone perder 20 horas a la semana en preparación y cambios. Por tanto, si monta los dos tipos de ordenadores sólo dispone de 100 horas, mientras que si sólo monta un tipo de ordenador dispone de las 120 horas.

Siguiendo el esquema anterior, responde a las siguientes cuestiones y resuelve el nuevo problema (Modelo 3). Para responder a las siguientes cuestiones ten en cuenta que esta condición sólo afecta a aquellos ordenadores que pasan el test 1 usual (en el que se emplea 1 hora por ordenador), pero que no afecta a aquellos ordenadores que pasan el control de calidad más lento (el adaptado con las horas sobrantes de pasar el test 2).

1. ¿Cuántas variables binarias se necesitan para saber si se producen ordenadores de mesa que pasan el control de calidad usual y portátiles normales que pasan el control de calidad usual simultáneamente?
2. ¿Cómo modificarías la restricción referente al test 1 usual?
3. ¿Cómo relacionarías las variables binarias introducidas con la producción de ordenadores que se lleva a cabo?

Compara la solución obtenida con la solución anterior.