Fiabilidad

I) Introducción.

II) Modelos estadísticos utilizados en fiabilidad.

III) Métodos descriptivos para el ajuste de datos.

IV) Datos censurados.

V) Ensayos acelerados.

VI) Fiabilidad de sistemas.

Fiabilidad: Introducción

En Ingeniería existe el interés de observar el comportamiento de los productos fabricados. Sobre todo interesa estudiar las causas de que los productos fallen, los efectos que producen los fallos y los aspectos de diseño, fabricación y mantenimiento que pueden afectar a los fallos.

Uno de los objetivos en la industria es diseñar y mantener un producto de forma tal que dure el mayor tiempo posible.

Definición de fiabilidad: capacidad de los productos o servicios de comportarse en la forma requerida bajo condiciones establecidas y durante un tiempo establecido.

Dicho de otro modo: permanencia de la **Calidad** de los productos o servicios a lo largo del tiempo.

Fiabilidad: Introducción

- Diferencias entre Calidad y Fiabilidad:

La Calidad garantiza que el producto sale de fábrica en buenas condiciones. La Fiabilidad garantiza que el producto permanezca en buenas condiciones durante un periodo razonable de tiempo.

Pero evidentemente, la calidad de un producto contribuye a la fiabilidad del mismo.

- Por tanto, la Calidad carece de la dependencia temporal de la Fiabilidad. Y esta dependencia temporal introduce una **incertidumbre** en la definición de fiabilidad, es decir, saber si un producto funcionará a lo largo de un periodo de tiempo es una cuestión de **probabilidad**.

Por ejemplo, se sabe que un cierto tipo de transistor falla de forma constante una vez cada 10^5 horas (más de 11 años). Si un equipo consta de 100 transistores (en serie) y el equipo se quiere que funcione durante una semana (168 horas), entonces no se puede asegurar que vaya a funcionar en ese periodo. Pero sí podemos hablar de la probabilidad de fallo (en este caso 85 %).

Fiabilidad: Introducción

Definición formal de fiabilidad: Probabilidad de que un producto se comporte adecuadamente durante un tiempo establecido.

Por tanto, es necesario el uso de la Probabilidad y la Estadística en el estudio de la Fiabilidad. Este estudio se va a basar en la observación del patrón de los tiempos de fallo de los productos (**tiempos de vida**).

• La Estadística de la Fiabilidad se enmarca dentro del **análisis de datos de supervivencia**.

Fiabilidad: Introducción

Antes de estudiar los tiempos de vida conviene distinguir entre productos reparables y no reparables:

- **Productos no reparables**: sólo un fallo puede ocurrir. Ejemplos: bombillas de luz, transistores, motores a propulsión, microprocesadores, etc.

- **Productos reparables**: más de un fallo puede ocurrir. En este caso es importante considerar la disponibilidad del producto reparado (que dependerá de la ocurrencia de fallos y del tiempo de mantenimiento. Ejemplos: automóviles, lavadoras, etc.

• En este curso se estudiarán tiempos de vida de productos no reparables (los datos son i.i.d.).

Fiabilidad: Introducción

- Ejemplos de tiempos de vida:

  - Duración de un componente eléctrico, una bombilla, etc. (**Fiabilidad Ingenieril**).
  - Supervivencia de un paciente a un tratamiento (**Medicina**).
  - Tiempo que una persona está desempleada (**Economía**).
  - Vida de una persona en un determinado país (**Demografía**).

- Característica común de la procedencia de los tiempos de vida: **variable aleatoria positiva** (generalmente continua).

Funciones utilizadas en Fiabilidad

En Estadística, habitualmente, se usa la función de densidad y la función de distribución para modelar una población de interés.

En Fiabilidad, estas funciones se complementan con la función de supervivencia (o de fiabilidad), la tasa de fallos y la tasa de fallos acumulada, entre otras.

- Definiciones:

Sea T la v. a. que denota el tiempo de duración de un producto hasta que se produce un fallo. Suponiendo que dicha variable es continua, $f(t)$ denotará su **función de densidad** y su **función de distribución** será:

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(t)\, dt.$$

Funciones utilizadas en Fiabilidad

La **Función de Fiabilidad (Reliability Function)** o **Supervivencia** se define como:

$$R(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(t)\, dt = 1 - F(t)$$

y denota la probabilidad de que un componente funcione más allá de un instante t (es la definición formal de fiabilidad).

La **tasa de fallos o hazard rate** se define como:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t \mid T \geq t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

y denota la probabilidad de fallo instantánea dado que el componente funciona en el momento actual t.

Funciones utilizadas en Fiabilidad

La tasa de fallos es de especial interés en Fiabilidad. A través de la observación de la tasa de fallos se puede aprender acerca de las causas del fallo y sobre la fiabilidad del producto.

El comportamiento del patrón de fallos puede presentar tres formas básicas:

- tasa de fallos creciente (**IFR**),
- tasa de fallos decreciente (**DFR**),
- tasa de fallos constante (**CFR**).

Funciones utilizadas en Fiabilidad

La **tasa de fallos acumulada o cumulative hazard rate** se define como

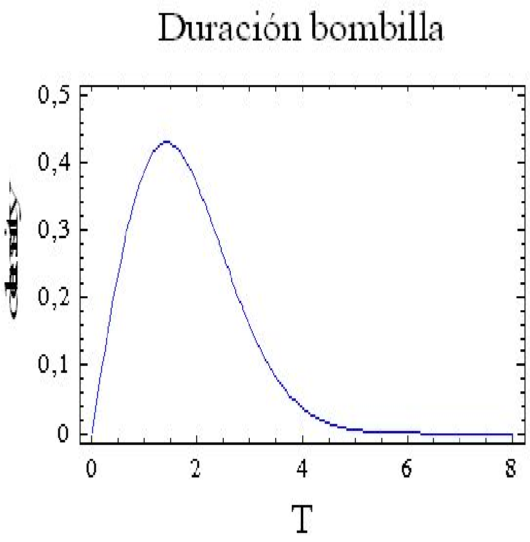
$$H(t) = \int_0^t h(t)dt$$

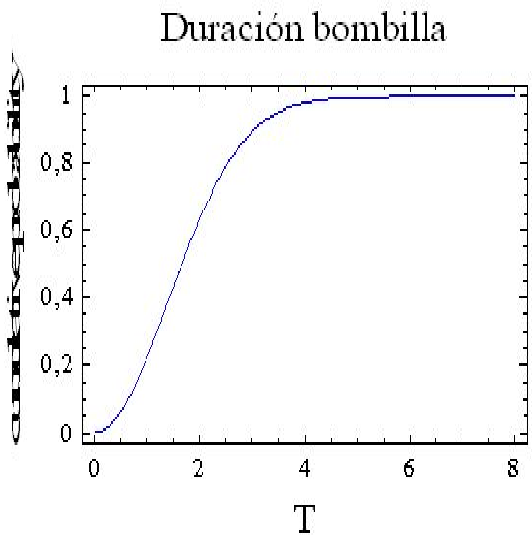
y es de gran utilidad para decidir si un componente tiene IFR, CFR o DFR.

Esta función se caracteriza por ser una línea recta en caso CFR, crece más rápido que una recta si el modelo es IFR y más despacio si es DFR.

Ejemplos

Duración de vida (en años) de una bombilla de bajo consumo de una determinada marca. Los siguientes gráficos muestran la función de densidad y la de distribución.

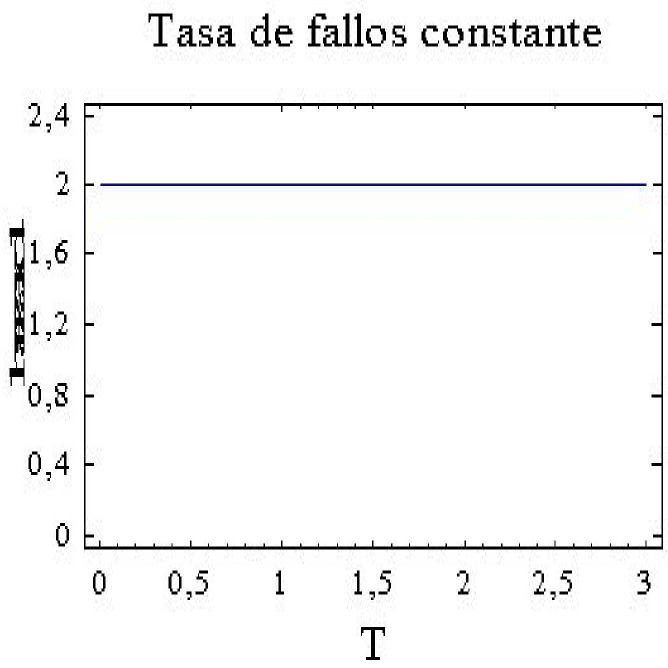




Se observa que la duración no se distribuye de forma Normal. Se observa, por ejemplo, que $P(T < 4) > 0.9$, o lo que es lo mismo $R(4) < 0.1$.

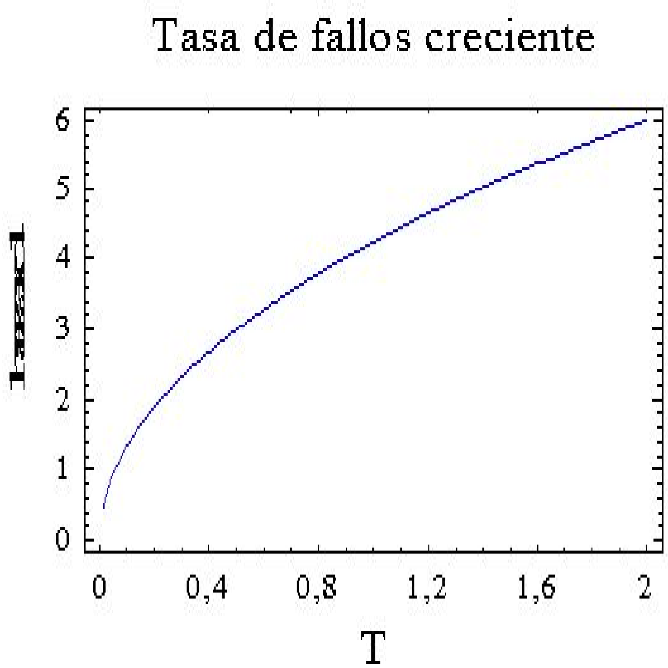
Ejemplos

• **Tasa de fallos constante:** la probabilidad de fallo instantáneo es la misma a lo largo del tiempo, por tanto no tiene memoria.



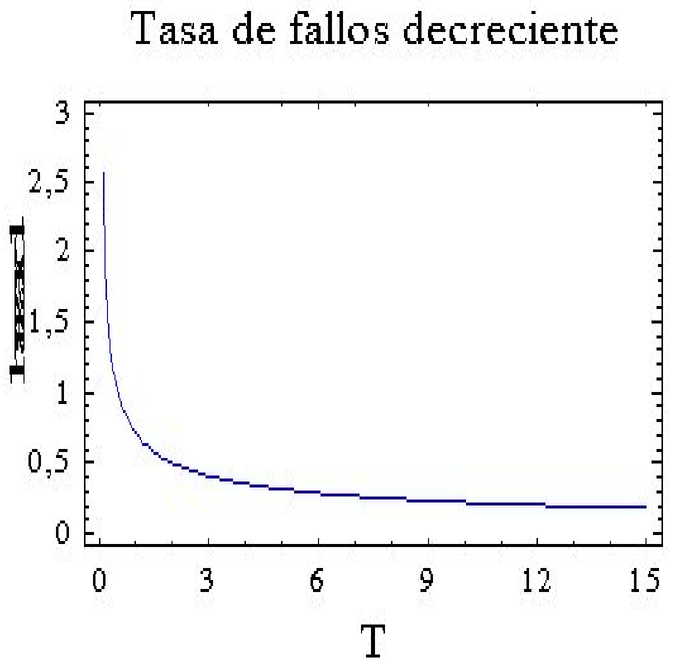
Ejemplos

• **Tasa de fallos creciente:** surge por desgaste y fatiga del componente (envejecimiento).



Ejemplos

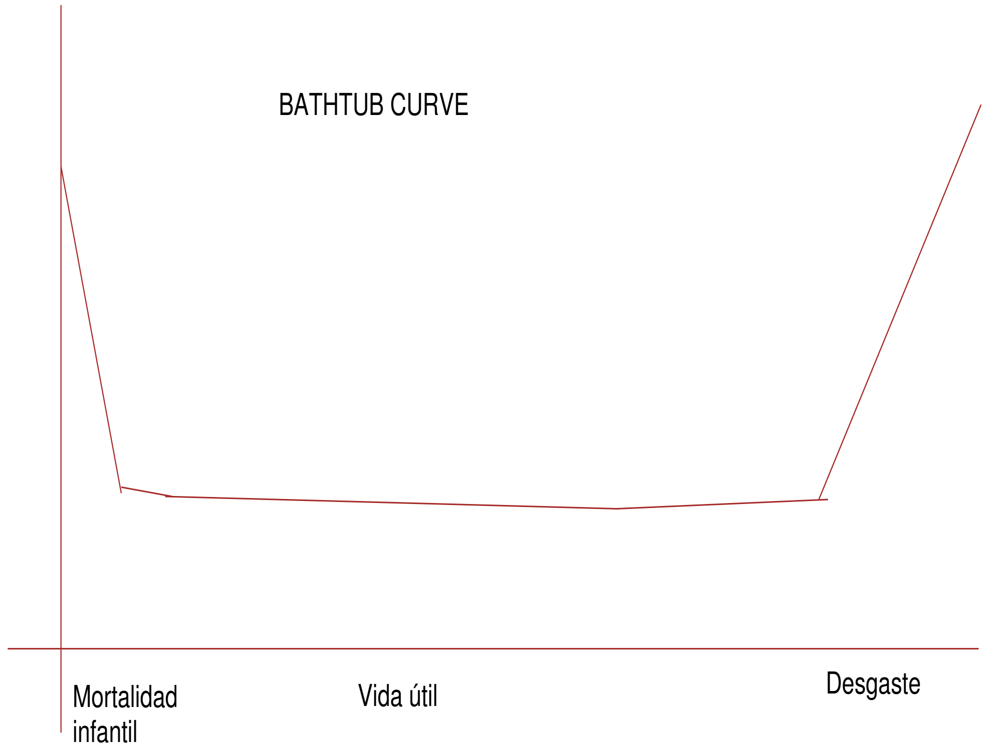
• **Tasa de fallos decreciente:** surge a menudo en materiales; al principio de su funcionamiento la probabilidad de fallo es alta debido a la existencia de posibles defectos ocultos. También aparece frecuentemente en estudios clínicos de supervivencia a intervenciones quirúrgicas donde el riesgo disminuye a medida que transcurre el postoperatorio.



Ejemplos

Las tres formas de fallo básicas se combinan para generar la **curva de la bañera o bathtub curve**, curva típica en Fiabilidad.

La primera zona se denomina de mortalidad infantil, la siguiente zona de vida útil y finalmente la zona de deshecho o desgaste.



Ajuste de modelos

- Metodología:

1. Análisis descriptivo (gráficos de probabilidad).
2. Elección de un modelo probabilístico.
3. Estimación.
4. Diagnosis.

Modelos estadísticos utilizados en Fiabilidad

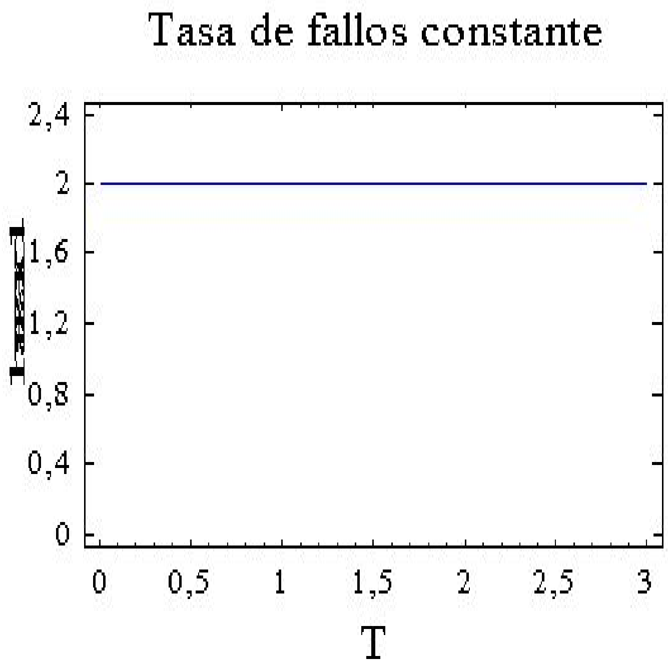
- **Modelo exponencial**, único modelo que presenta tasa de fallos constante = falta de memoria.

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad R(t) = e^{-\lambda t}, \quad h(t) = \lambda$$

Tiempo medio de fallo o vida media = $E(T) = 1/\lambda$. Por ejemplo, la fiabilidad de un producto con una vida media de 500 horas y sobre un periodo de 24 horas es

$$R(24) = e^{-\frac{24}{500}} = 0.953.$$

- Modelo exponencial. En la siguiente figura se ve claramente la media



Modelos estadísticos utilizados en Fiabilidad

- **Modelo Weibull**. Muy utilizado en la práctica por su versatilidad.

$$f(t) = \lambda \, \beta \, (\lambda t)^{\beta-1} e^{-(\lambda t)^{\beta}}$$

$$R(t) = e^{-(\lambda t)^{\beta}}$$

$$h(t) = \lambda \, \beta \, (\lambda t)^{\beta-1}$$

- Si $\beta = 1$, entonces Exponencial y presenta CFR.

- Si $\beta > 1$, entonces presenta IFR.

- Si $\beta < 1$, entonces presenta DFR.

- Si $\beta \simeq 3.5$, entonces aprox. normal.

- Si los fallos empiezan a partir de un tiempo finito γ, entonces

$$R(t) = e^{-(\lambda(t-\gamma))^{\beta}},$$

donde γ denota la vida mínima del componente.

Modelos estadísticos utilizados en Fiabilidad

- Modelo Lognormal, útil para modelar variables con desgaste (IFR).
- Modelo Gamma, permite describir variables con tasa de fallos creciente o decreciente.

Ejemplo

$T =$ duración de una marca de bombilla de bajo consumo en años (20 datos):

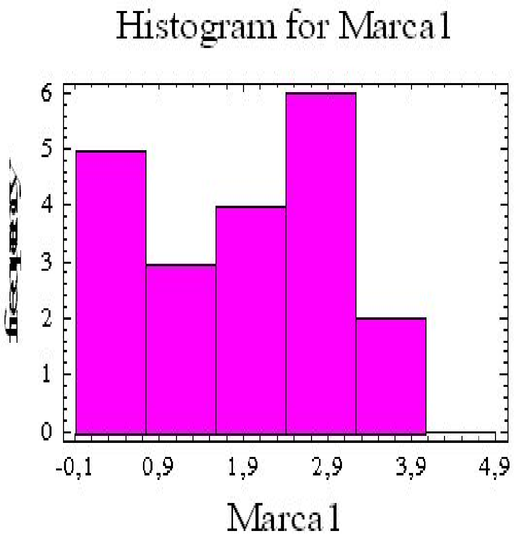
$$\begin{array}{cccccccccc} 1.53 & 0.30 & 1.87 & 0.08 & 1.67 & 1.48 & 3.41 & 2.95 & 1.71 & 3.20 \\ 0.22 & 2.31 & 0.45 & 3.79 & 2.76 & 0.73 & 0.92 & 2.81 & 3.03 & 2.41 \end{array}$$

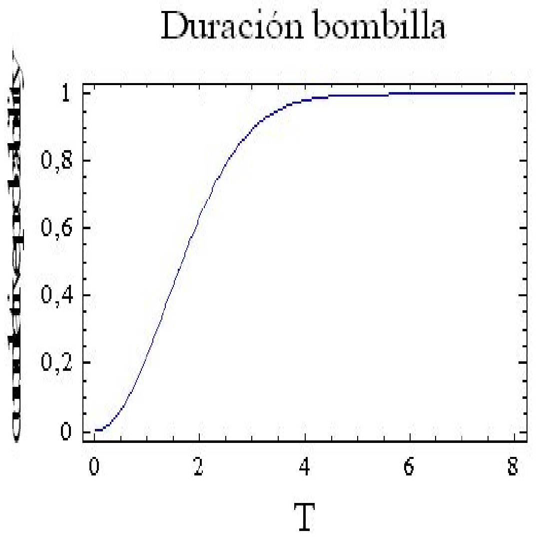
Las duraciones varían de 0.08 a 3.79

Duración media: 1.88

Desviación típica: 1.15

Ejemplo





• No se aprecia bien la distribución de los datos: necesitamos gráficos más precisos.

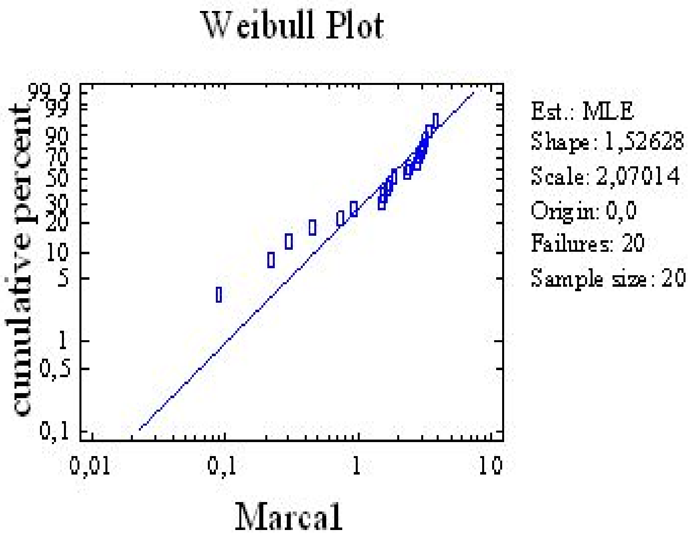
Gráficos habituales

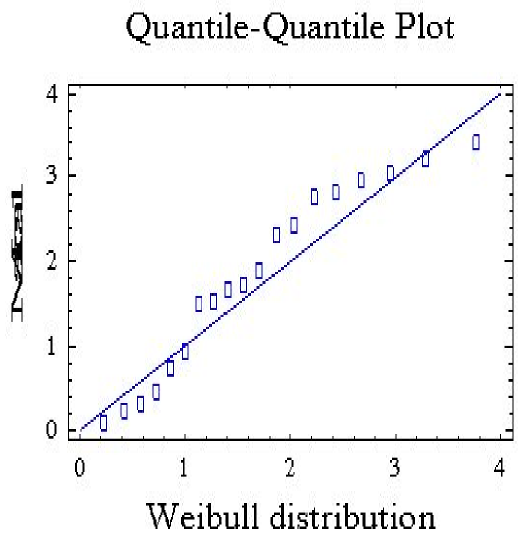
Probability Plots: comparan la distribución de los datos con la distribución supuesta en un papel reescalado especial. Si los datos siguen la distribución supuesta, entonces los puntos se encuentran alineados. Sobre todo hay que fijarse en los puntos de más probabilidad.

Quantile-Quantile Plots: comparan los cuantiles de los datos con los de la distribución supuesta. Si los datos siguen la distribución supuesta, entonces los puntos se encuentran alineados.

Hazard Plots: son gráficos que muestran la tasa de fallos y la tasa de fallos acumulada. Sobre todo resultan útiles con datos censurados o si existe una mixtura de distribuciones.

• Si $n > 20$ se pueden hacer contrastes de bondad de ajuste. También son muy útiles conocimientos ingenieriles previos sobre el problema.





- Ahora sí se puede apreciar la distribución:

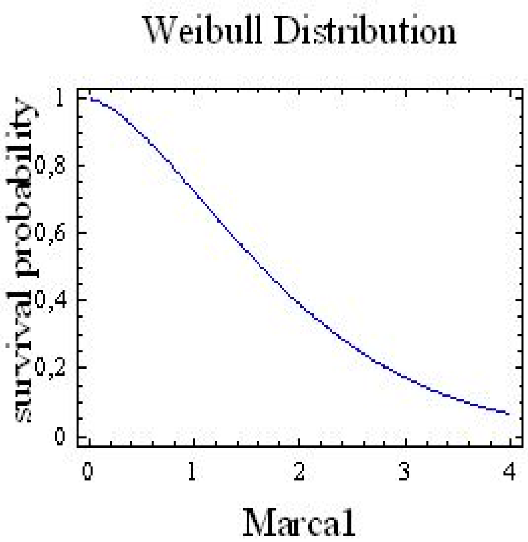
Si hacemos contrastes de bondad de ajuste a una Weibull los p-valores (mayores que 0.2) nos indican que podemos aceptar la hipótesis de que los datos provienen de una Weibull.

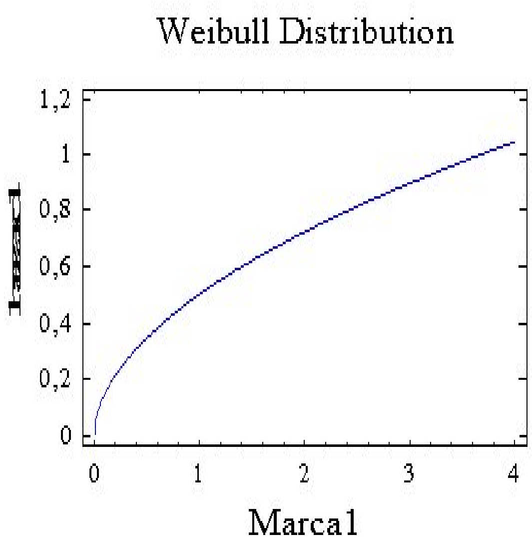
Ejemplo

Ahora procedemos a estimar los parámetros:

$$\hat{\beta} = 1.52628, \quad \hat{\lambda} = 2.07014, \quad \hat{\gamma} = 0.0.$$

Una vez estimados los parámetros se pueden inferir cuestiones relacionadas con la población de origen.





Ejemplo

- Se puede inferir que, con una probabilidad superior al 40 %, una bombilla de esta marca durará más de dos años ($R(2) = 0.41$).
- Se puede inferir que el 80 % de las bombillas durarán aproximadamente entre 0.5 y 3.5 años, ya que $R(0.5) \simeq 0.9$, $R(3.5) \simeq 0.1$.
- La tasa de fallos es creciente y este crecimiento no es excesivo.
- A partir del cuarto año, la tasa de fallos es superior a la unidad.

Dificultades en Fiabilidad

En Fiabilidad suelen aparecer comportamientos que dificultan el análisis anterior.

• Por ejemplo, en muchas ocasiones aparecen con frecuencia distribuciones mixtas (esto es, patrón de fallos distinto en función del tiempo analizado). Esta mixtura de distribuciones se puede localizar en los gráficos de probabilidad y q-q plots, donde aparecerán rectas con diferentes pendientes. ¿Qué se puede hacer?

• También con frecuencia, los ensayos de Fiabilidad terminan antes de que el total de unidades analizadas fallen, por lo se dispone de muestras que contienen datos censurados. En este caso se necesitarán técnicas de estimación más sofisticadas.

Datos incompletos: Censura

Una observación está **censurada** cuando sólo contiene información parcial sobre la variable a estudiar.

Tipos de censura:

- **Tipo I:** se ponen a prueba n componentes y se observa su funcionamiento hasta un tiempo predeterminado t_c. Si han fallado r componentes, éstos nos proporcionan los datos $t_1, t_2, \ldots, t_r$, y el resto nos proporcionan $n - r$ datos mayores que t_c.

Datos censurados

- **Tipo II:** se ponen a prueba n componentes y se observa su funcionamiento hasta que se produce el fallo de una determinada proporción de la muestra fijada a priori, i.e. hasta que falle el componente r-ésimo. El resultado también son r observaciones completas y $n - r$ observaciones censuradas.

- **Censura aleatoria:** algún componente falla por causas ajenas al experimento, p.e. se observa a un grupo de pacientes con un nuevo tratamiento que mejora su supervivencia a cierta enfermedad. Un paciente muere en accidente de tráfico por lo que es una observación con censura aleatoria.

Datos censurados

Clasificación de datos censurados:

- **Datos censurados por la derecha:** una observación está censurada por la derecha en t_c cuando sólo se conoce si su valor es mayor o igual que t_c pero no se sabe su valor exacto.

  P.e.: duración de componentes (los componentes que duren después de un periodo determinado proporcionarán observaciones censuradas), duración del tiempo de desempleo de una persona

Datos censurados

- **Datos censurados por la izquierda:** una observación está censurada por la izquierda en t_c cuando sólo se puede saber que tiene un valor menor o igual que t_c pero no se sabe su valor exacto.

  P.e.: cuando no podemos observar un acontecimiento por ocurrir demasiado rápido (vida de partículas subatómicas), edades de jubilación (sólo sabemos la edad de una persona y que está jubilada pero no sabemos a qué edad se jubiló).

Datos censurados

La estimación con datos censurados es más compleja que con datos completos. Las técnicas descriptivas básicas no funcionan (histograma, etc.). Otras sí funcionan.

Por ejemplo, se puede estimar la función de fiabilidad mediante el estimador de Kaplan-Meier (o producto-límite).

A partir de este estimador resulta inmediato construir estimadores tanto para la función de densidad como para la tasa de fallo y tasa de fallo acumulada.

Estimadores de Kaplan-Meier

Sean $t_1, t_2, \ldots, t_n$ los tiempos de fallo en la muestra (incluyendo censuras).

- El estimador de Kaplan-Meier para la función de fiabilidad es:

$$\hat{R}(t) = \prod_{t_i \leq t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right),$$

donde n_i denota el número de componentes que no han fallado hasta t_i y d_i denota el número de componentes que han fallado en el intervalo $(t_i, t_{i+1}]$.

- El estimador de Kaplan-Meier para la tasa de fallos acumulada es:

$$\hat{H}(t) = -\log(\hat{R}(t)).$$

Estimadores de Kaplan-Meier

• El estimador de Kaplan-Meier para la función de densidad (asociada al i-ésimo intervalo de tiempo) es:

$$\hat{f}_i = -\frac{\hat{R}(t_i) - \hat{R}(t_{i-1})}{\Delta_i},$$

donde Δ_i denota la amplitud del intervalo i-ésimo ($t_i - t_{i-1}$).

• El estimador de Kaplan-Meier para la tasa de fallos (asociada al i-ésimo intervalo de tiempo) es:

$$\hat{h}_i = \frac{2\ \hat{f}_i}{\hat{R}(t_i) + \hat{R}(t_{i-1})}.$$

Ejemplo

Experimento que analiza la eficacia de un tratamiento para aumentar la duración de vida de pacientes con leucemia.

Se dispone de dos muestras de tiempos de vida correspondientes a dos grupos de pacientes, uno de ellos tratado con placebo y el otro con una medicina (6-MP, quimioterapia). Datos: 21+21=42.

- Pacientes tratados con placebo: vida media = 8.66, desviación típica: 1.41
- Pacientes tratados con 6-MP: vida media = 24.24, desviación típica: 3.01

Ejemplo

Comparación de grupos:

Grupo	Total	Completos	Censurados	Prop. censurados
6-MP	21	9	12	0.57
Placebo	21	21	0	0
Total	42	30	12	0.29

Estimadores de Kaplan-Meier (placebo)

Row	Time	Status	Number at Risk	Cumulative Survival	Standard Error	Cumulative Hazard
22	1,0	FAILED	20			
23	1,0	FAILED	19	0,9048	0,0641	0,1001
24	2,0	FAILED	18			
25	2,0	FAILED	17	0,8095	0,0857	0,2113
26	3,0	FAILED	16	0,7619	0,0929	0,2719
27	4,0	FAILED	15			
28	4,0	FAILED	14	0,6667	0,1029	0,4055
29	5,0	FAILED	13			
30	5,0	FAILED	12	0,5714	0,1080	0,5596
31	8,0	FAILED	11			
32	8,0	FAILED	10			
33	8,0	FAILED	9			
34	8,0	FAILED	8	0,3810	0,1060	0,9651
35	11,0	FAILED	7			
36	11,0	FAILED	6	0,2857	0,0986	1,2528
37	12,0	FAILED	5			
38	12,0	FAILED	4	0,1905	0,0857	1,6582
39	15,0	FAILED	3	0,1429	0,0764	1,9459
40	17,0	FAILED	2	0,0952	0,0641	2,3514
41	22,0	FAILED	1	0,0476	0,0465	3,0445
42	23,0	FAILED	0	0,0000	0,0000	

Estimadores de Kaplan-Meier (droga 6-MP)

Row	Time	Status	Number at Risk	Cumulative Survival	Standard Error	Cumulative Hazard
1	6,0	FAILED	20			
2	6,0	FAILED	19			
4	6,0	FAILED	18	0,8571	0,0764	0,1542
3	6,0	WITHDRAWN	17			
5	7,0	WITHDRAWN	16			
6	9,0	FAILED	15	0,8036	0,0884	0,2187
7	10,0	WITHDRAWN	14			
8	10,0	WITHDRAWN	13			
9	11,0	FAILED	12	0,7418	0,1009	0,2987
10	13,0	FAILED	11	0,6799	0,1098	0,3857
11	16,0	WITHDRAWN	10			
12	17,0	WITHDRAWN	9			
13	19,0	WITHDRAWN	8			
14	20,0	FAILED	7	0,5950	0,1247	0,5193
15	22,0	FAILED	6	0,5100	0,1327	0,6734
16	23,0	WITHDRAWN	5			
17	25,0	WITHDRAWN	4			
18	32,0	WITHDRAWN	3			
19	32,0	WITHDRAWN	2			
20	34,0	WITHDRAWN	1			
21	35,0	FAILED	0	0,0000	0,0000	

Ejemplo

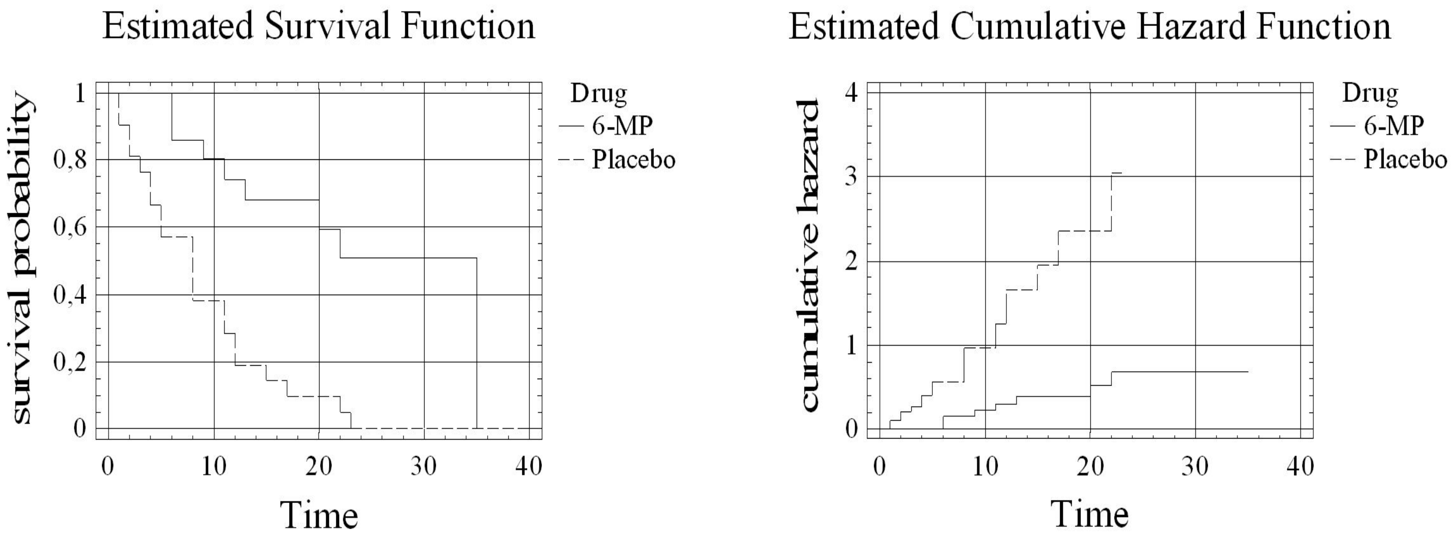
Se pueden hacer contrastes para ver si existen diferencias significativas entre las probabilidades de supervivencia de los dos grupos, por ejemplo el contraste Logrank y contraste de Wilcoxon (se basan en el estudio de las diferencias entre las dos tasas de fallo).

```
Logrank test
------------
Chi-square = 17,8944 P-value = 0,0000233515

Wilcoxon test
-------------
Chi-square = 14,4138 P-value = 0,000146726
```

Por tanto, existe una diferencia significativa entre las probabilidades de supervivencia (fiabilidades) de los dos grupos.

Ejemplo



Se observa que $P(T > 20) = 0.1$ para pacientes tratados con placebo y $P(T > 20) = 0.7$ para pacientes tratados con 6-MP.

Ensayos Acelerados

En algunos productos, el tiempo necesario para comprobar la fiabilidad de los mismos puede ser extremadamente largo, por tanto muy costoso.

Los tests de fiabilidad se pueden **acelerar** incrementando el tamaño muestral, pero teniendo cuidado de que la distribución de los tiempos de vida no presente un periodo de desgaste durante la *vida acelerada*.

Un ensayo acelerado pone a prueba un producto bajo condiciones de operación mucho más desfavorables de las habituales, por lo que el tiempo de fallo se produce antes.

Por ejemplo, si queremos estudiar los fallos debidos a la corrosión de un elemento a temperaturas y humedades de uso nominales, entonces podemos utilizar el hecho de que el mismo tipo de corrosión ocurrirá mucho antes en condiciones de humedad extrema y temperatura elevada (ensayo en un laboratorio).

Ensayos Acelerados

La planificación del ensayo acelerado es compleja y debe ser diseñada por los propios ingenieros de diseño del producto.

Es necesario tener un conocimiento previo de los factores que influyen en la aceleración del proceso y de la medida en que éstos influyen.

Por ejemplo, un motor de propulsión debe operar correctamente bajo altas condiciones de carga y temperatura. Se requiere una fiabilidad de 0.995 a los 10 minutos de funcionamiento del motor y bajo una tensión de 2×10^8 N m^{-2} y una temperatura de 450^o C.

El tiempo de fallo de dicho motor se puede acelerar aumentando la carga y la temperatura a la que se va a ver sometido.

Ensayos Acelerados

Tiempo (min.)	Carga (N m$^{-2} \times 10^8$)	Temperatura (^{o} C)
15.9	3.1	520
15.9	3.1	530
15.6	3.4	550
15.5	3.4	550
15,2	3.4	560
15.1	3.4	560
15.0	3.4	570
14.4	3.6	570
13.2	3.6	570
13.1	3.6	580

Un enfoque de solución sería realizar una regresión que explique el tiempo en función de la carga y la temperatura. Si extrapolamos este modelo a las condiciones nominales se podría estimar la fiabilidad del motor a los 10 minutos de funcionamiento.

Modelos de Regresión: Metodología

- Obtener datos de tiempo de fallo con diversos factores que aceleren el proceso.
- Escoger un modelo que relacione el tiempo de fallo con los factores de aceleración.
- Estimar los parámetros del modelo.
- Extrapolar para las condiciones nominales (**¡cuidado!**).

Modelo Exponencial

Sin factores de aceleración:

$$f(t) = \lambda \, e^{-\lambda t}.$$

Con factores de aceleración:

$$f(t|x) = \lambda(x) \, e^{-\lambda(x) t}.$$

Usualmente $\lambda(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p$.

Otras alternativas $\lambda(x) = \exp\{g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p)\}$.

Modelo Weibull

Sin factores de aceleración:

$$f(t) = \lambda \, \beta \, (\lambda t)^{\beta - 1} e^{-(\lambda t)^{\beta}}.$$

Con factores de aceleración:

$$f(t|x) = \lambda(x) \, \beta \, (\lambda(x) t)^{\beta - 1} e^{-(\lambda(x) t)^{\beta}}.$$

Usualmente $\lambda(x) = \exp\{g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_p x_p)\}$.

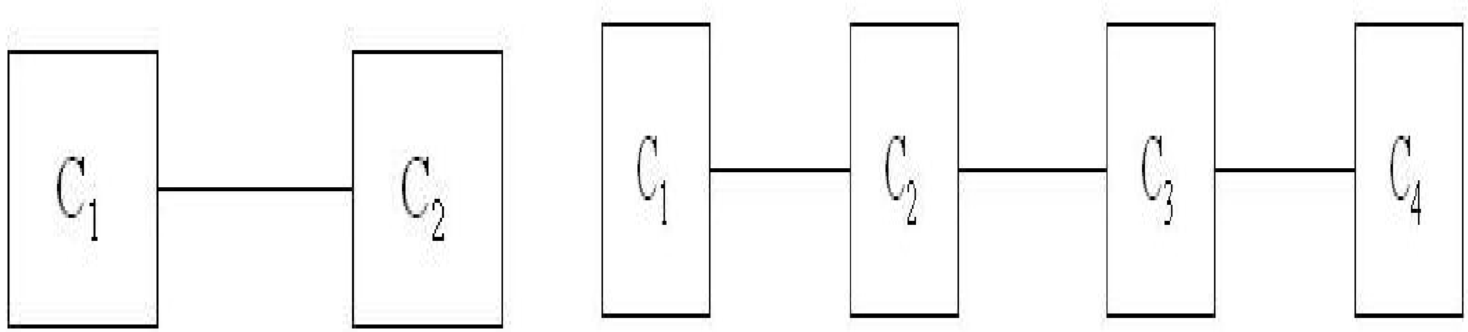
- Otros modelos: Lognormal, Gamma, etc.

Fiabilidad de Sistemas

En la práctica, los componentes o productos aislados suelen formar parte de equipos o sistemas más complejos. En esta sección se examinarán los modelos lógicos que relacionan los fallos de los componentes con los fallos del sistema.

• **Sistemas en serie:** aquel en el que el fallo de cualquiera de los componentes provoca el fallo del sistema.

Ejemplo: sistemas en serie de 2 y 4 componentes:



Fiabilidad de Sistemas

En caso de haber dependencia entre los fallos de los distintos componentes, la fiabilidad del sistema se calcula como

$$\begin{aligned} R_S(t) &= P(C_1 > t, C_2 > t, \ldots, C_n > t) \\ &= P(C_1 > t)P(C_2 > t | C_1 > t) \times \cdots \times P(C_n > t | C_1 > t, \ldots, C_{n-1} > t) \end{aligned}$$

En caso de que los fallos de los componentes sean independientes, la fiabilidad del sistema se calcula como

$$\begin{aligned} R_S(t) &= P(C_1 > t, C_2 > t, \ldots, C_n > t) = P(C_1 > t)P(C_2 > t) \times \cdots \times P(C_n > t) \\ &= R_1(t)R_2(t) \times \cdots \times R_n(t), \end{aligned}$$

y es la denominada **Regla de Lusser**.

Derivando la expresión anterior se obtiene la función de densidad del sistema:

$$f_S(t) = \Big(\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(t)}{R_i(t)}\Big)\ R_1(t)R_2(t) \times \cdots \times R_n(t),$$

Por tanto, la tasa de fallos del sistema es

$$h_S(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i(t).$$

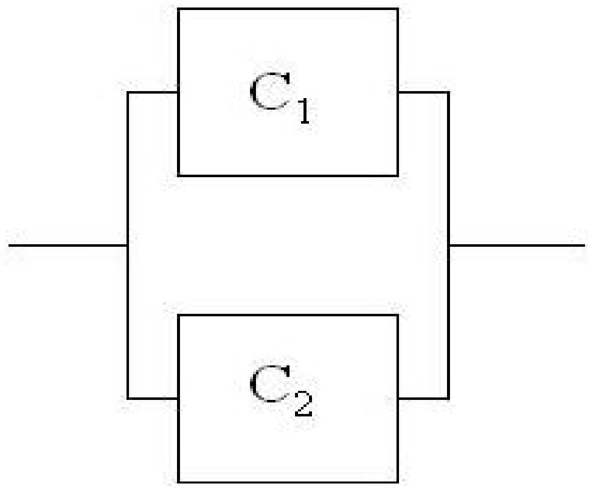
Si todos los componentes tienen la misma distribución de fallos, entonces

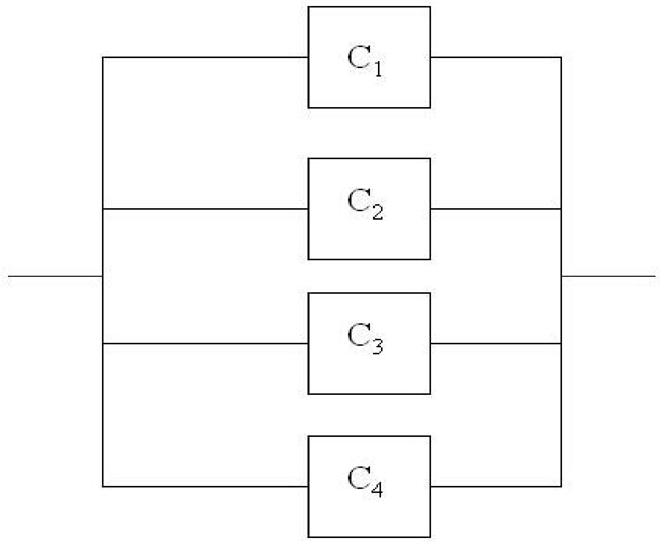
$$R_S(t) = R(t)^n, \quad f_S(t) = nf(t)R(t)^{n-1}, \quad h_S(t) = nh(t),$$

por lo que la distribución del sistema se corresponde con la distribución del mínimo muestral. Por tanto, la fiabilidad de un sistema en serie es menor que la de cualquiera de sus componentes.

• **Sistemas en paralelo:** aquel en el que el fallo del sistema viene provocado por el fallo de todos los componentes.

Ejemplo: sistemas en paralelo de 2 y 4 componentes:





Fiabilidad de Sistemas

En caso de que los fallos de los componentes sean independientes, la fiabilidad del sistema se calcula como

$$R_S(t) = P(C_1 > t \cup C_2 > t \cup \ldots \cup C_n > t) =$$
$$1 - P(C_1 < t)P(C_2 < t) \times \cdots \times P(C_n < t) = 1 - F_1(t)F_2(t) \times \cdots \times F_n(t),$$

y es la denominada **Regla del Producto de Infiabilidades**.

Si todos los componentes tienen la misma distribución de fallos, entonces

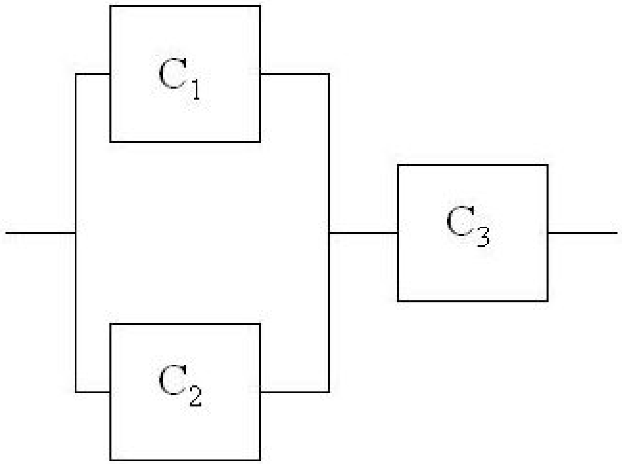
$$R_S(t) = 1 - (1 - R(t))^n, \quad f_S(t) = nf(t)(1 - R(t))^{n-1},$$

por lo que la distribución del sistema se corresponde con la distribución del máximo muestral.

Por tanto, los sistemas en paralelo aumentan la fiabilidad del sistema y esta característica se utiliza en el diseño de productos que requieren una alta fiabilidad.

Fiabilidad de Sistemas

- Combinaciones de sistemas en serie y paralelo: Ejemplo



En este caso,

$$
\begin{aligned}
R_S(t) &= P((C_1 > t \cup C_2 > t), C_3 > t) \\
&= P(C_1 > t \cup C_2 > t)P(C_3 > t) \\
&= \big(1 - (1 - R_1(t))(1 - R_2(t))\big)R_3(t).
\end{aligned}
$$

- Más difícil: ¿$R_S(t)$?