Series temporales

- **Una serie temporal es una variable cuya evolución se sigue a lo largo del tiempo.**
- **Para obtenerla tomaremos observaciones de la variable a intervalos regulares de tiempo.**

Series temporales

- **Las variables/series pueden ser económicas, financieras o de otros tipos ya que la técnica se utiliza en muchas discicplinas. Unos ejemplos serían:**

  - ***En análisis macroeconómico:*** **estaremos interesados en estudiar y prever la evolución de:**
    - **los precios**
    - **la producción**
    - **exportaciones y otras muchas variables de coyuntura.**

  - ***En finanzas*** **: es importante prever la evolución de:**
    - **Indicadores macroeconómicos**
    - **Series financieras como, por ejemplo, evolución del índice de la bolsa de Nueva York.**

Series temporales

- ***En Energía*** **interesa prever:**
  - **El nivel de los embalses para saber la cantidad de agua esperable en el futuro.**
  - **Demanda de potencia eléctrica en cada momento**

- ***En demografía*** **es importante conocer el número de nacidos o fallecidos en un país.**

Características de una serie temporal

- Las características básicas de una serie temporal son:

1. Periodicidad
2. Tendencia
3. Variabilidad-Volatilidad
4. Ciclo estacional
5. Combinación de características

Serie estacionaria

Periodicidad

Se define la periodicidad de la serie como cada cuanto tiempo se toman los datos.

Por ejemplo:

Periodicidad anual: Se toma el dato una vez al año.

Periodicidad mensual: Se toma el dato una vez al mes obteniéndose 12 datos al año.

Periodicidad trimestral: se toma el dato una vez al trimestre obteniéndose 4 datos al año.

Otras periodicidades: semestrales (2 datos al año)
semanales (52 datos al año)
diarias (365 datos al año) etc.

Periodicidad

La serie de Temperaturas en La Coruña tiene periodicidad mensual.

La serie de Tasas de Actividad masculina en España tiene periodicidad trimestral. Procede de la Encuesta de Población Activa que cada trimestre realiza el INE.

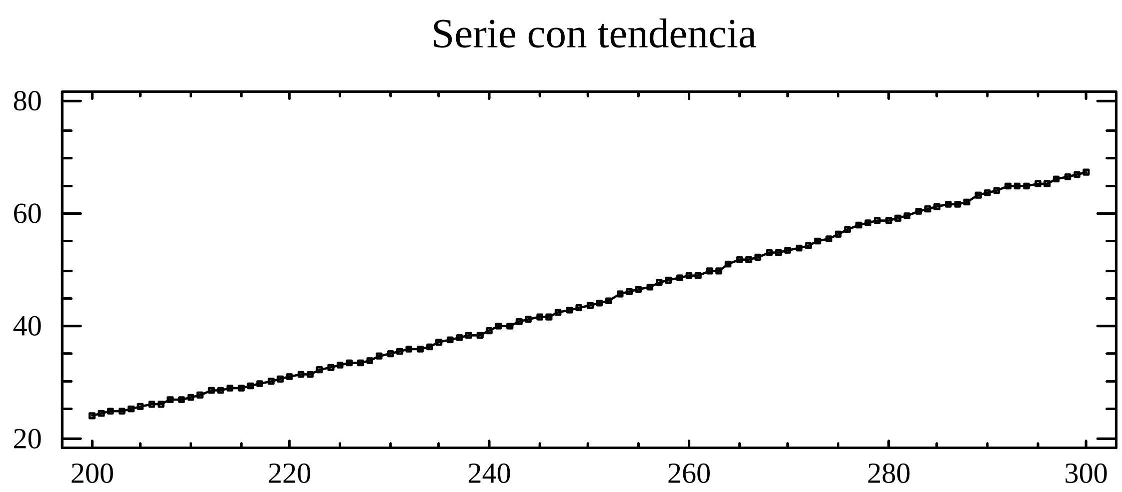
La serie del Indice Nikkei tiene periodicidad mensual

Volver

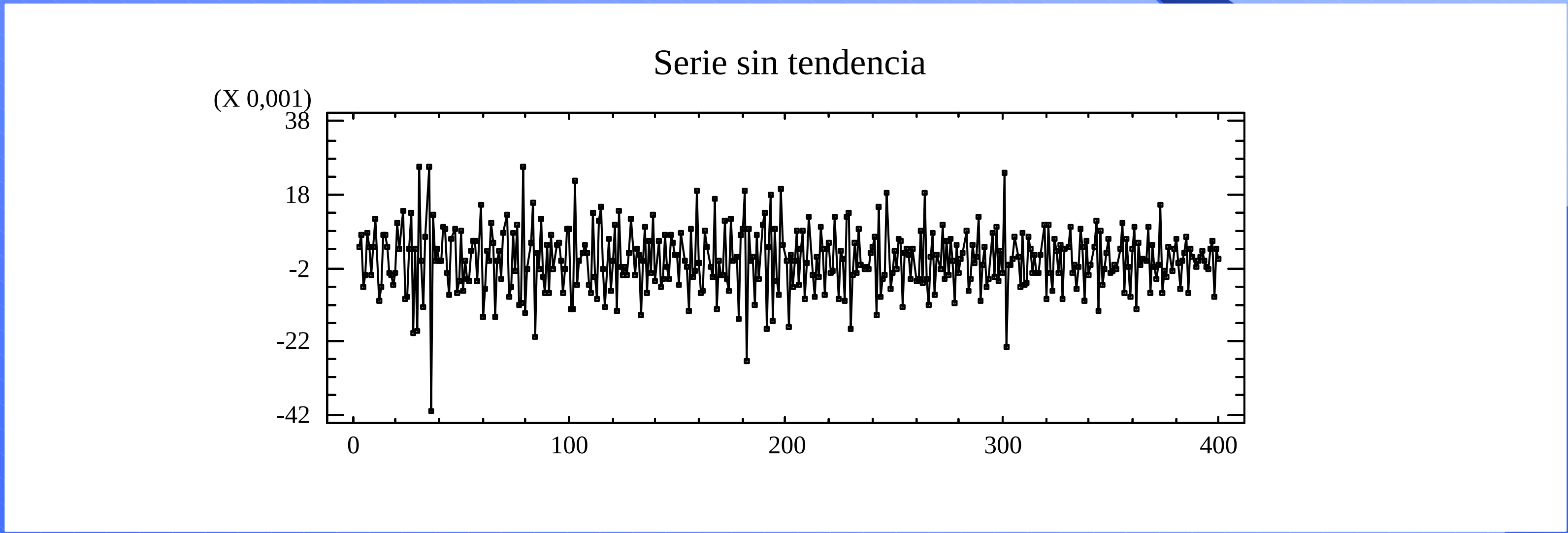
Tendencia

- **Una serie tiene tendencia cuando su valor no permanece en un rango constante.**
- **Cuando la serie tiene tendencia crece o decrece a largo plazo.**

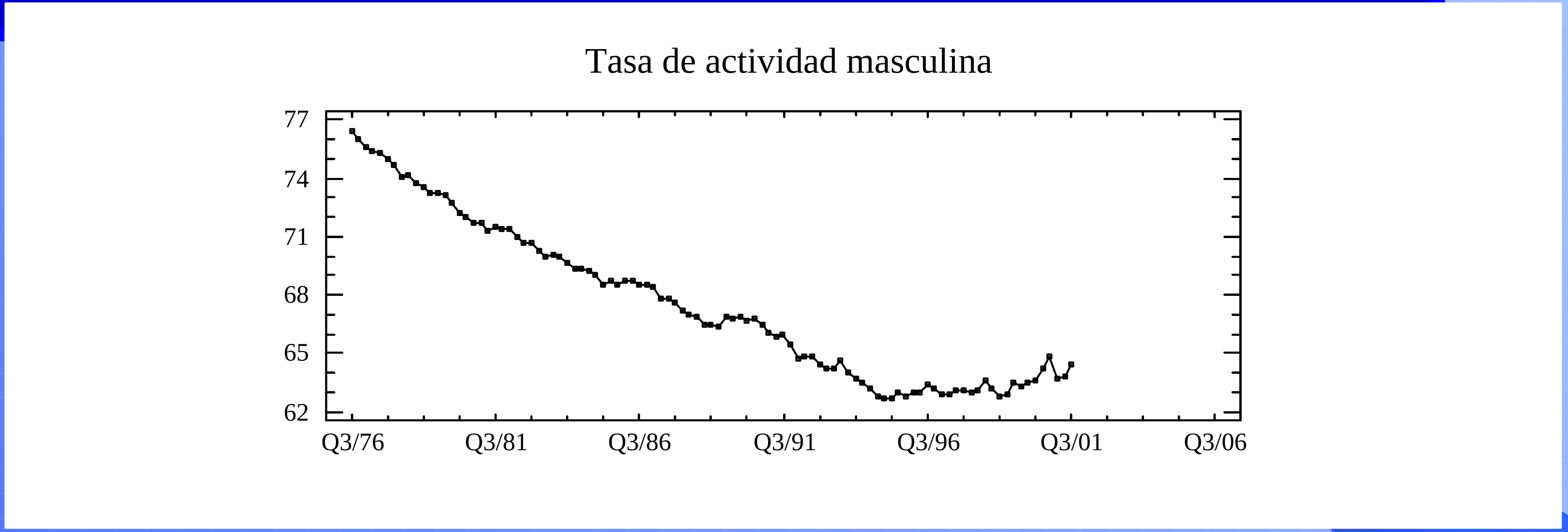
Tendencia creciente:



Serie sin tendencia



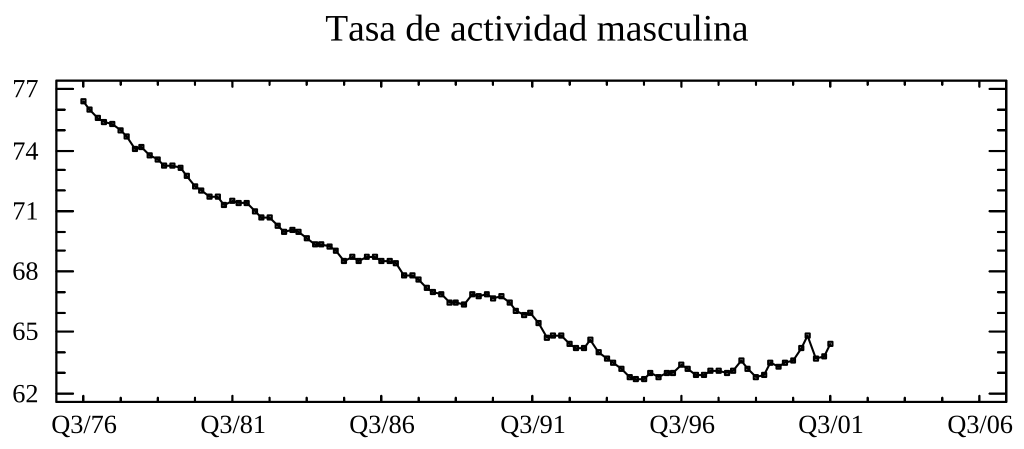
Tasa de actividad masculina en España



Tendencia decreciente que parece haberse estabilizado en los últimos años.

La bajada se debe al descenso de la edad de jubilación, y a que los jóvenes se incorporan más tarde al mercado laboral por el incremento de estudiantes universitarios.

Tasa de actividad masculina en España



La tasa de desempleo elevada que ha tenido España desde 1978 influye.

A partir 1996 el desempleo ha disminuido, y no hay ya cambios sustanciales en las edades de jubilación e incorporación al mercado laboral. Esto se refleja en la zona constante de la serie.

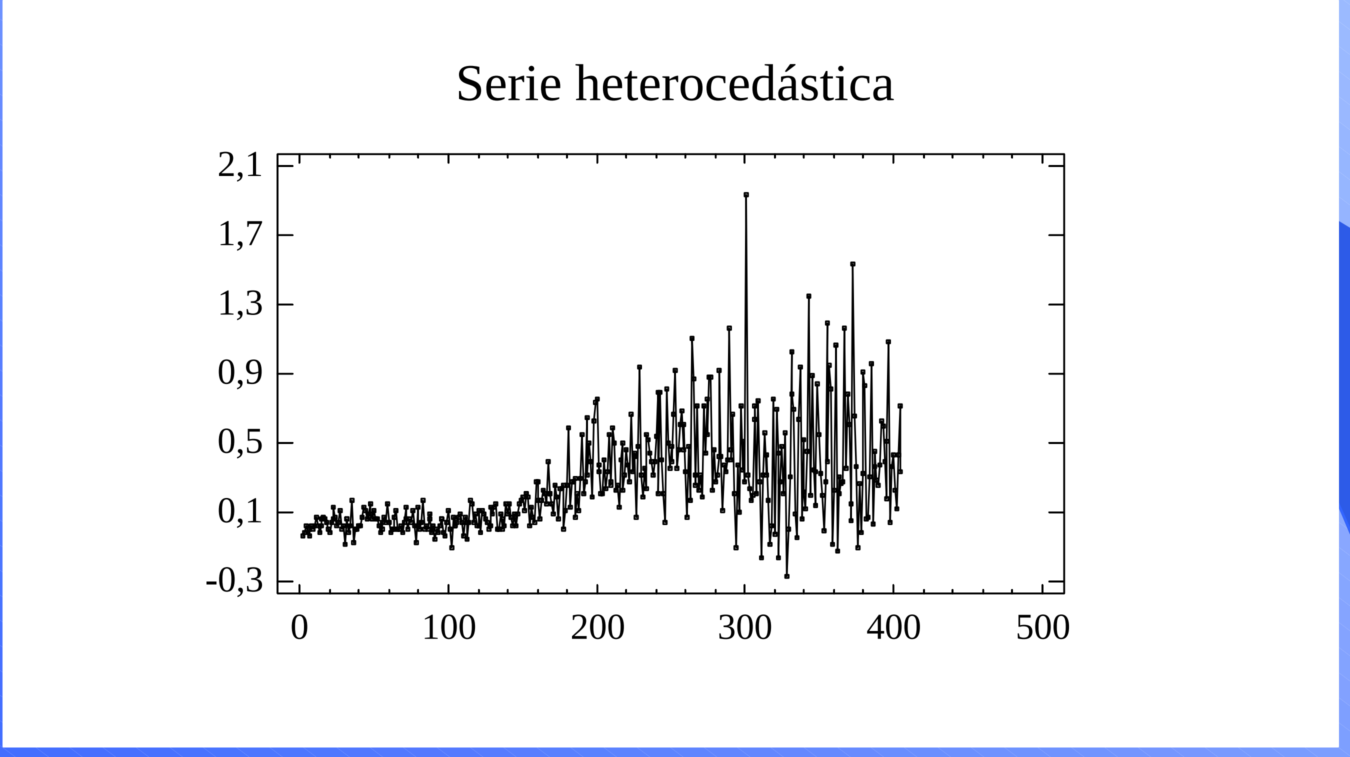
Finalmente la incorporación al mercado laboral español de los numerosos inmigrantes llegado a partir de 1999 se refleja en la subida final.

Volver

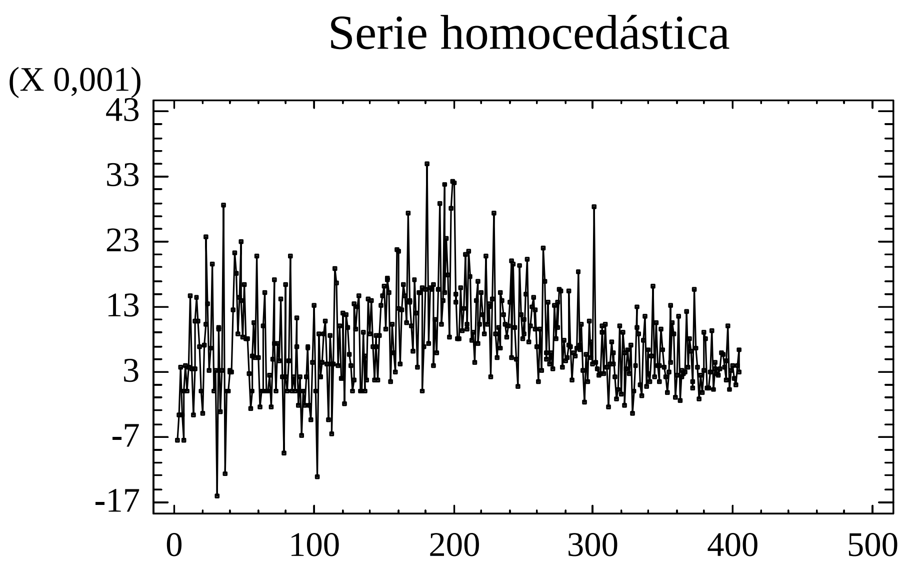
Volatilidad-Varianza

- **Se dice que una serie es homocedástica cuando su variabilidad (volatilidad) es constante a lo largo del tiempo.**
- **Cuando la volatilidad varía a lo largo del tiempo, la serie es heterocedástica.**
- **La variabilidad se refiere al "grosor" de la serie, y una serie puede tener varianza constante aunque sea muy "gruesa"**

Heterocedástica



Homocedástica



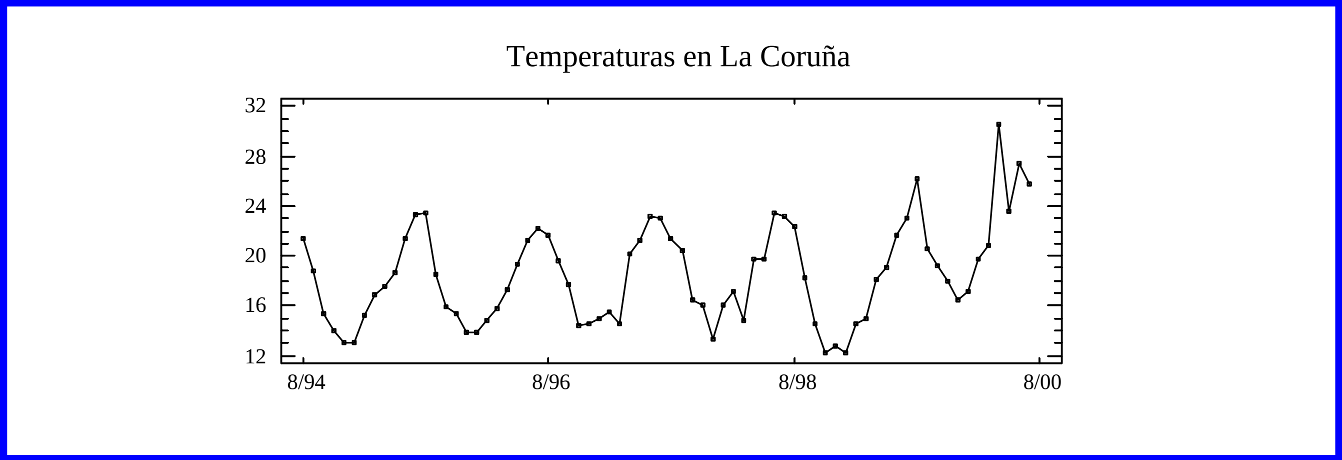
Volver

Ciclo estacional

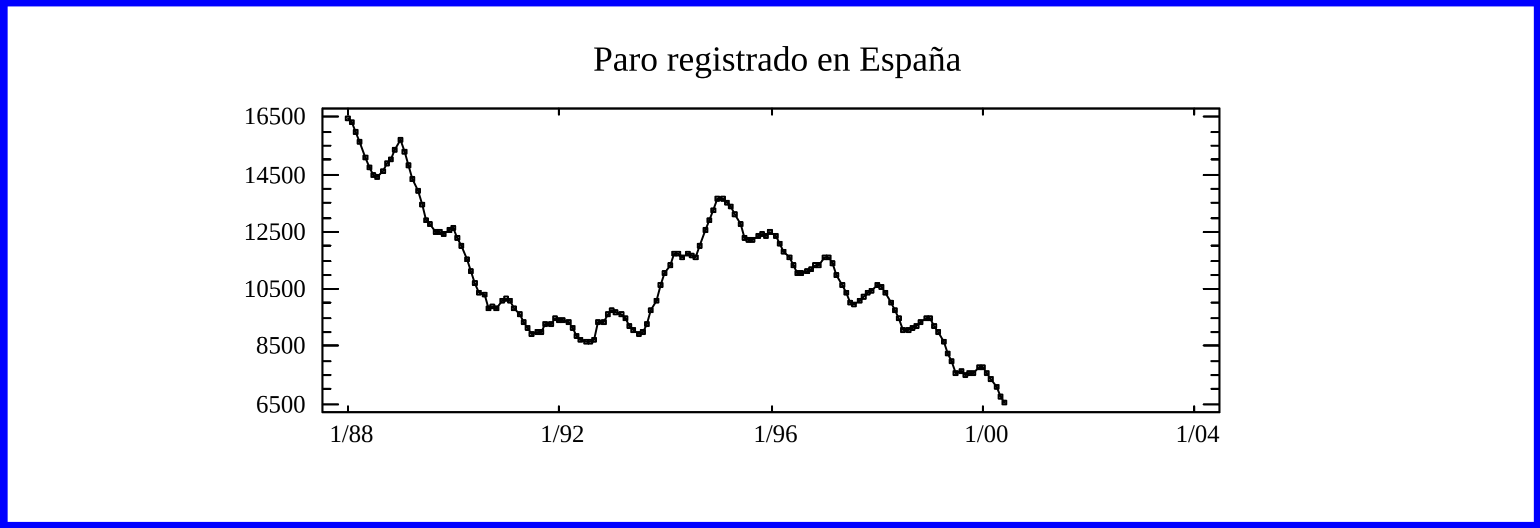
El ciclo estacional aparece únicamente en series de periodicidad menor que la anual.
Es decir en las que se toma más de un dato al cabo del año.

El ciclo estacional es debido a la diferencia de actividad que se produce debido a la estacionalidad de la tierra y que tiene reflejo en las actividades económicas, físicas o biológicas.

Temperaturas medias en La Coruña desde Agosto de 1994. Periodicidad mensual



Paro Registrado en España. Tiene periodicidad mensual..



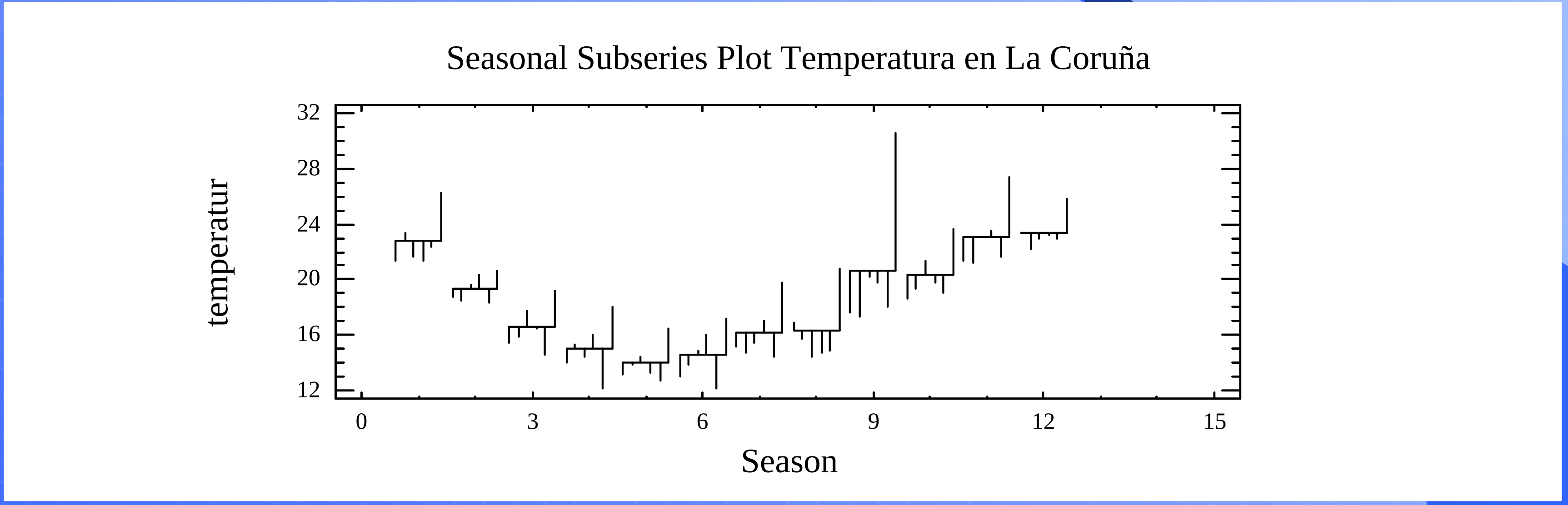
Gráficos estacionales: para estudiar la estacionalidad de la serie

1. Gráfico de descomposición estacional
2. Gráfico de índices estacionales
3. Gráfico de subseries anuales.
4. Estos gráficos en Statgraphics

Gráfico de descomposición estacional

- **Se va a realizar para las temperaturas en La Coruña.**
- **Se construye tomando el valor medio de todos los Agostos y trazando una línea horizontal en ese valor (23ºC).**
- **Eso se repite para todos los meses y así se obtienen las lineas horizontales que representan el ciclo estacional.**
- **Además, sobre la línea de agostos, se dibuja cada uno de los agostos.**
  - **Así, si la serie tuviera tendencia y ciclo, el ciclo se vería en las lineas horizontales y la tendencia en los puntos dibujados en torno a estas lineas.**

Gráfico de descomposición estacional

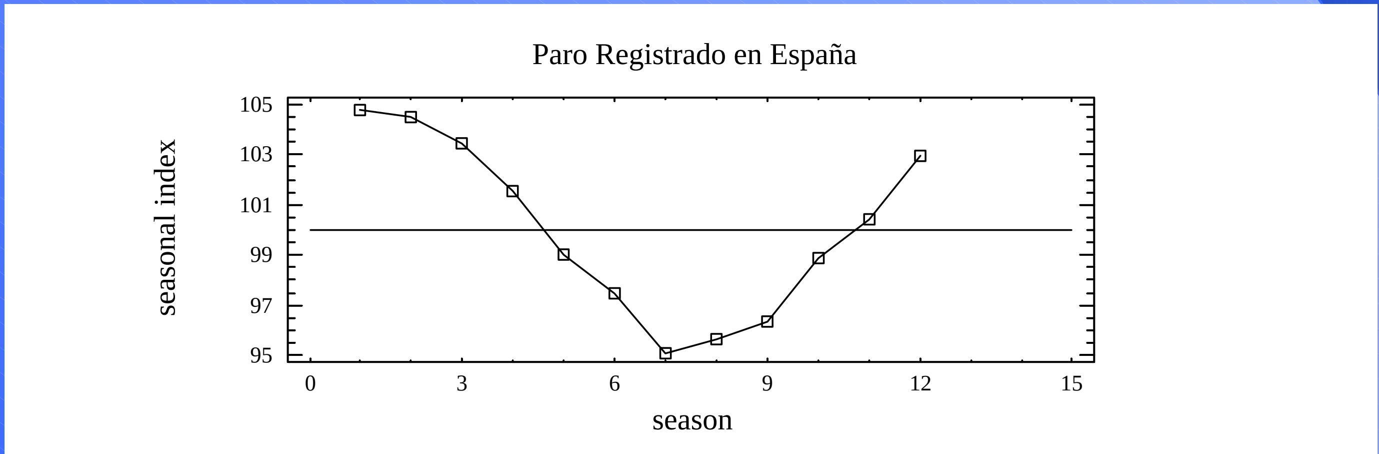


Volver

Gráfico de índices estacionales (PARO REGISTRADO)

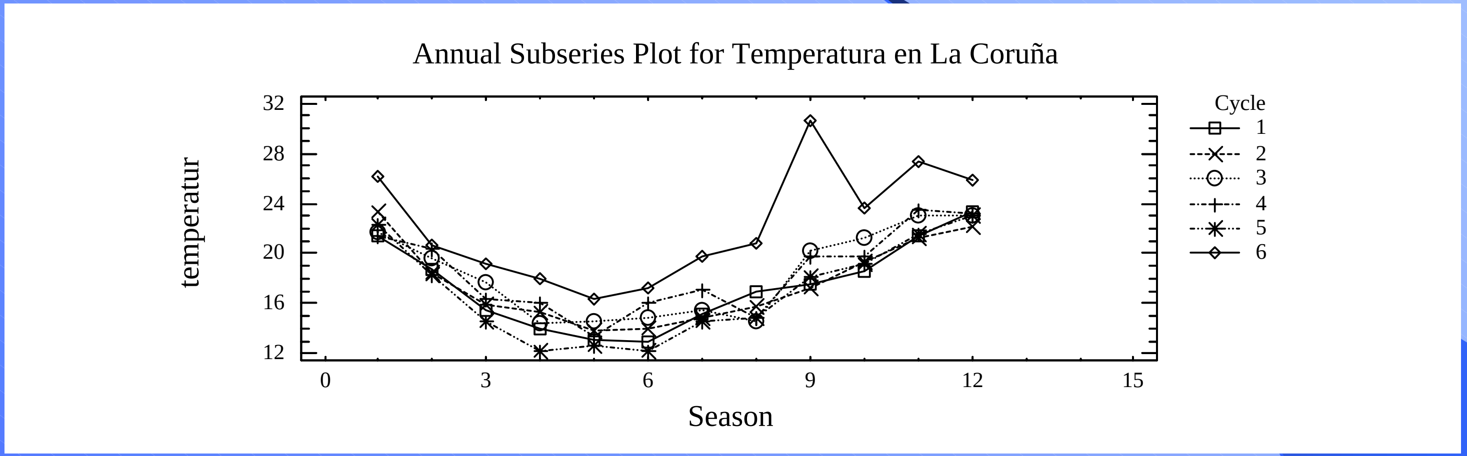
Este Gráfico presenta unos índices para cada mes que suman 100.

En este caso se observa claramente que la economía española genera mucho trabajo durante los meses de primavera y verano. Esto es debido a las actividades agrícola y turística.



Volver

Gráfico de subseries anuales



Este gráfico dibuja los valores obtenidos cada año y superpone unos años sobre otros

Volver

Vamos a hacerlos

Volver

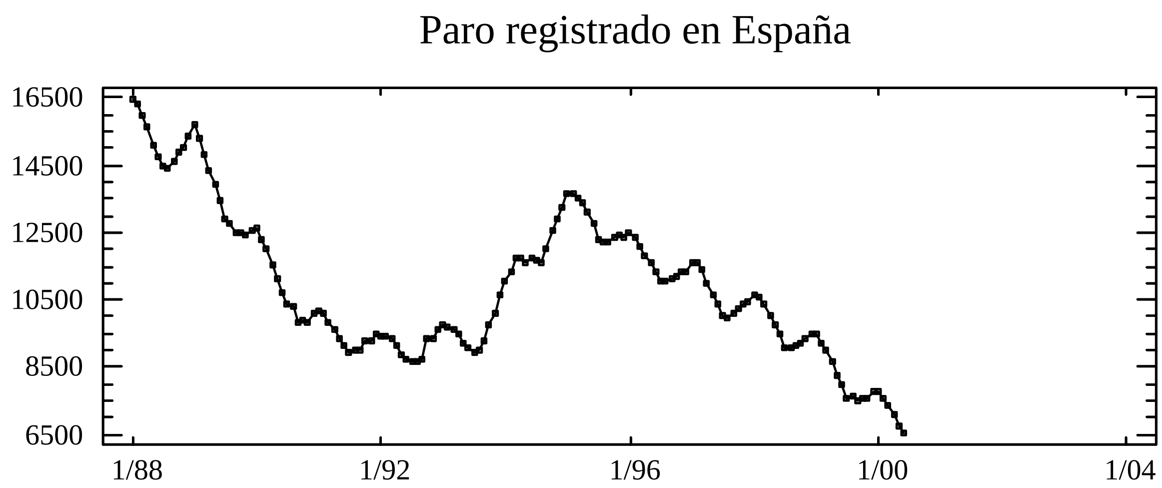
Combinación de caracteristicas:

- **Las series pueden tener simultáneamente Tendencia, Heterocedasticidad y Ciclo Estacional.**

- **Veamos algunos ejemplos:**

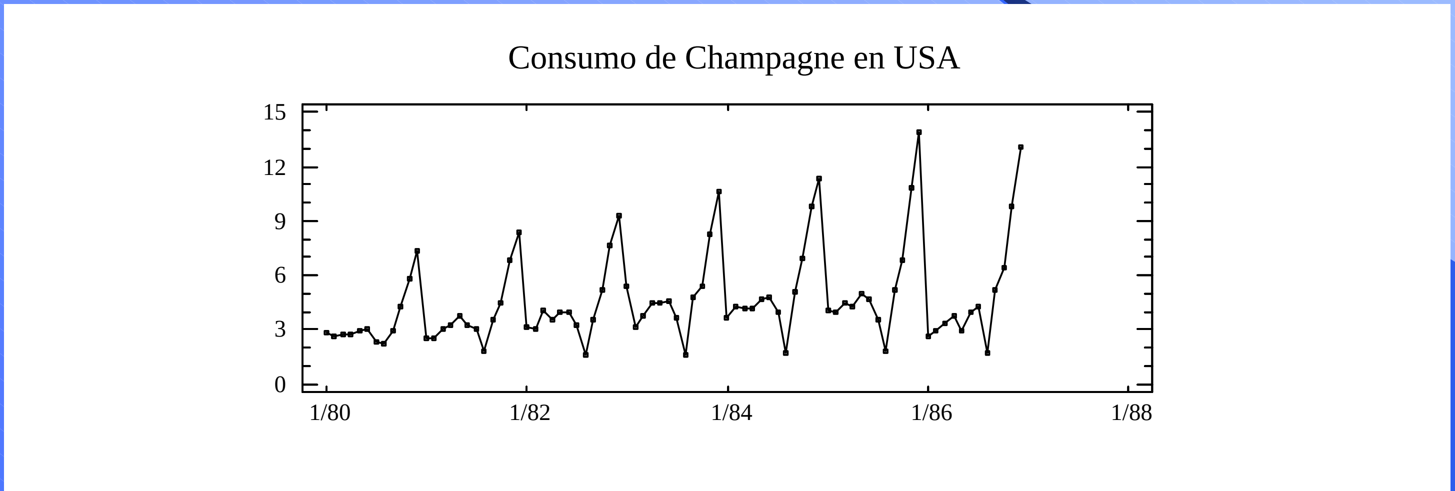
  1. **Paro registrado en España**
  2. **Consumo de Champagne en USA**

Paro registrado



1. La serie se toma con periodicidad mensual y se aprecia claramente el ciclo estacional de orden 12.
2. Además tiene tendencia decreciente salvo en el periodo 1993/1995 en que tuvo tendencia creciente.

Consumo de Champagne en USA



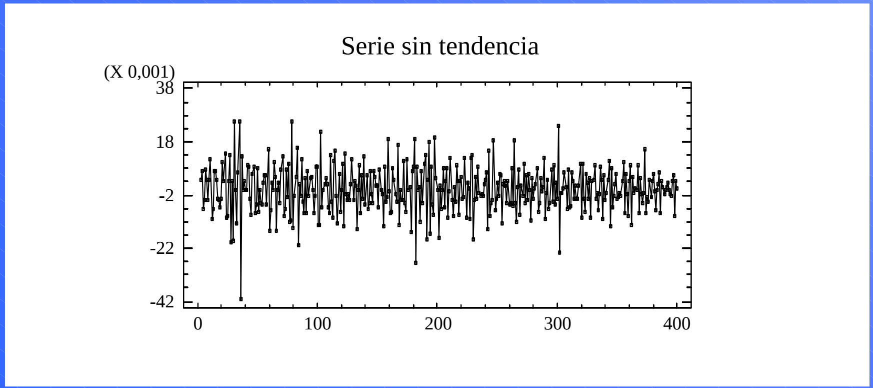
Se observa de nuevo el ciclo estacional de orden 12 y la serie es heterocedástica.

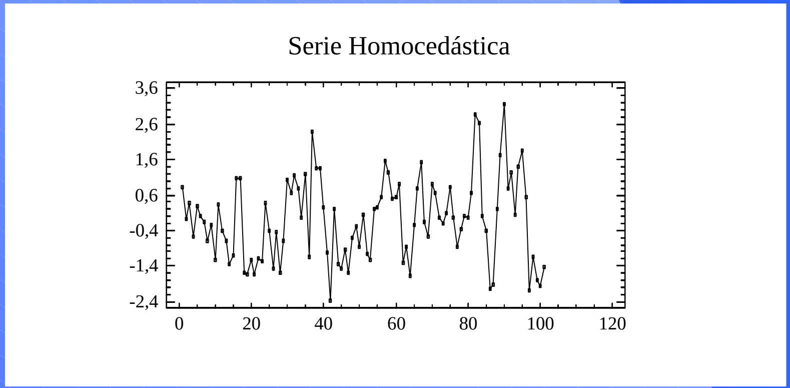
Volver

Definición de series estacionarias

- Una serie es estacionaria si:

1. No tiene tendencia
2. Es homocedástica
3. No tiene ciclo estacional





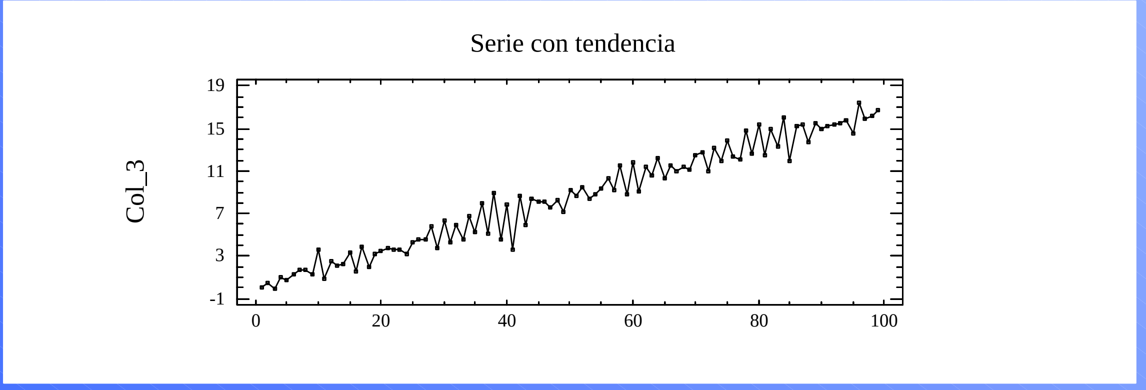
Cómo volver estacionaria una serie que no lo es:

1. La serie tienen tendencia
2. La serie es heterocedástica
3. La serie tiene un ciclo estacional.
4. En Statgraphics

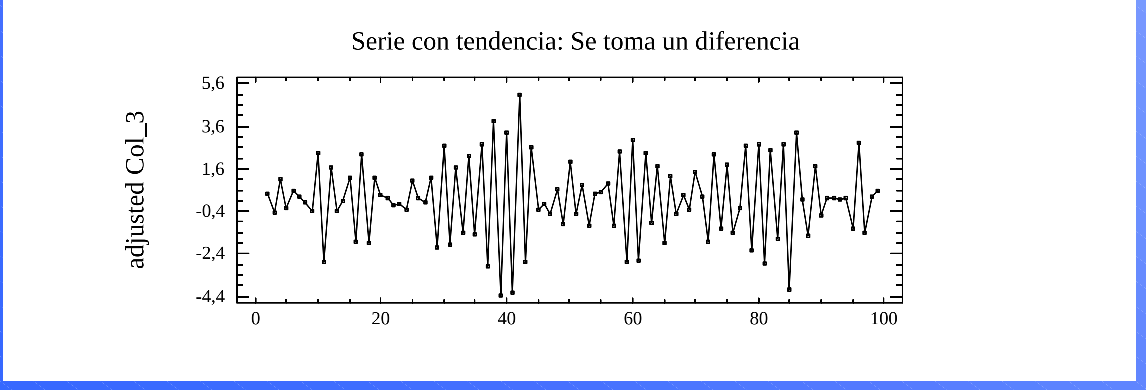
Seguimos

La serie tiene tendencia

Si la serie tiene tendencia se le quita estudiando, en lugar de la serie original una nueva serie construida restando a cada dato el anterior.



z_t



$$w_t = z_t - z_{t-1}$$

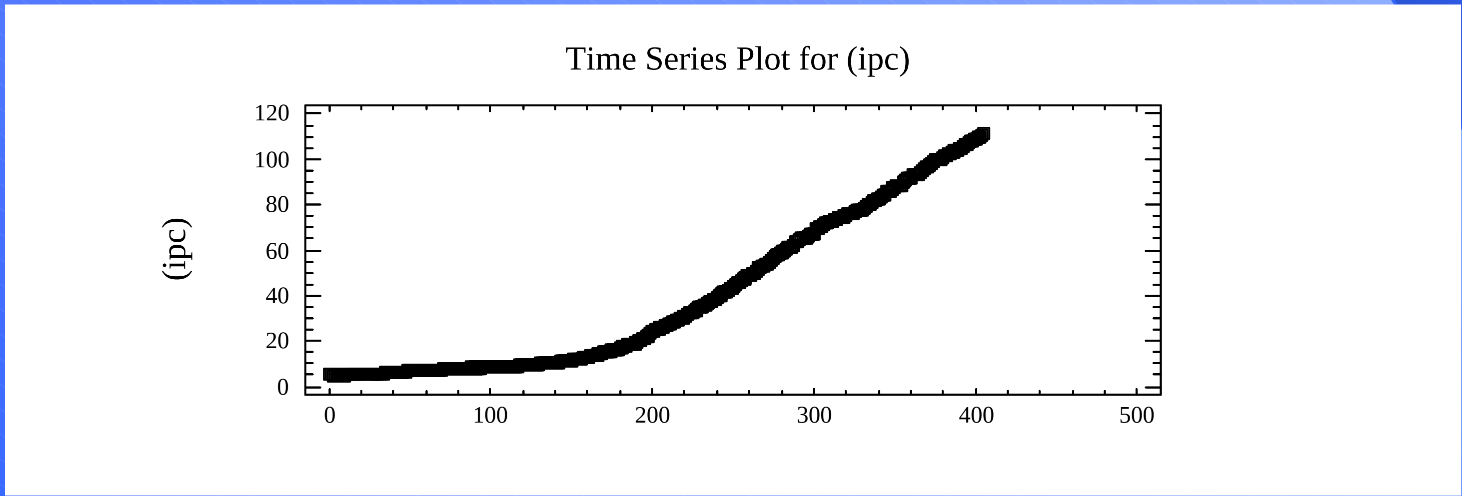
Volver

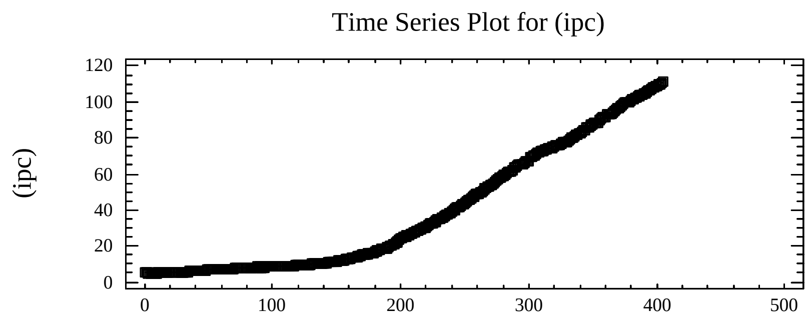
La serie es heterocedástica

Si la volatilidad no es constante hay que transformar la serie.

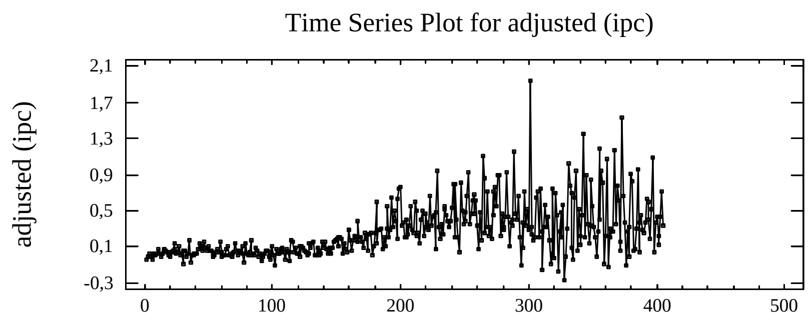
Logaritmos o elevarla a una potencia entre 0.01 y 0.99

IPC en España

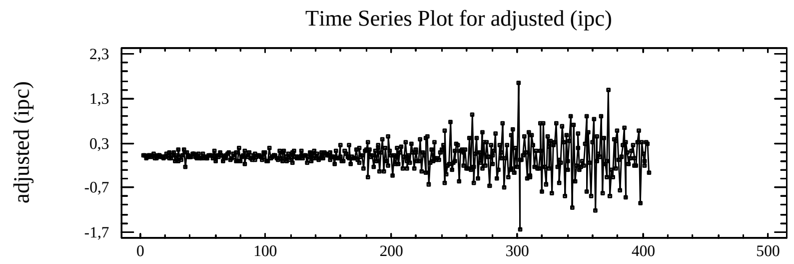




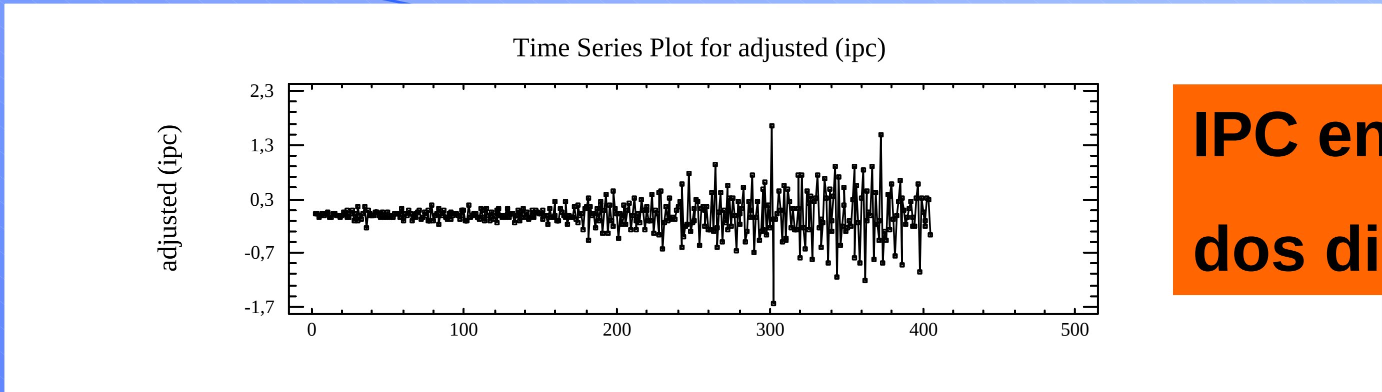
IPC en España



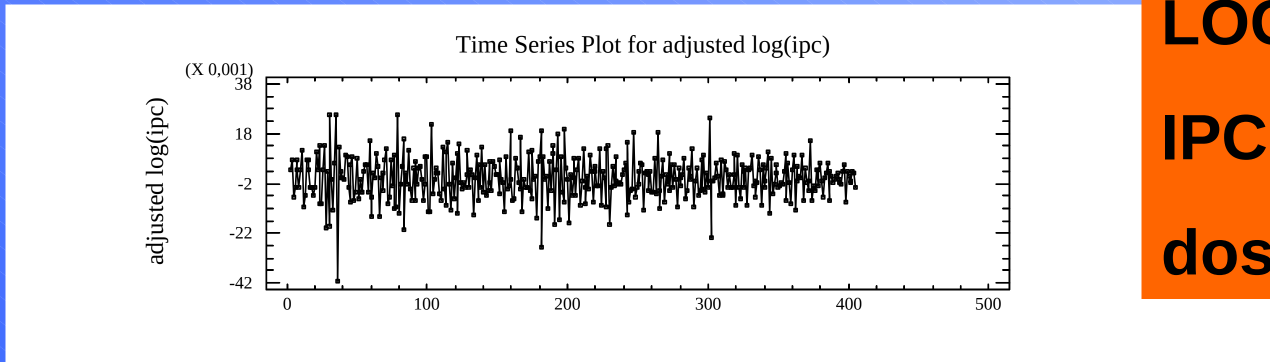
IPC en España con una diferencia



IPC en España con dos diferencias



IPC en España con dos diferencias

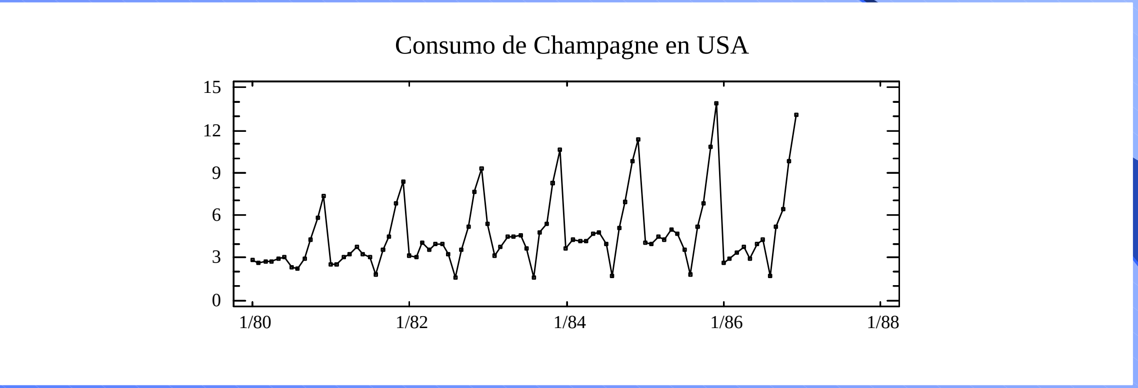


LOGARITMO DE IPC en España con dos diferencias

Serie estacionaria

Volver

La serie tiene ciclo estacional



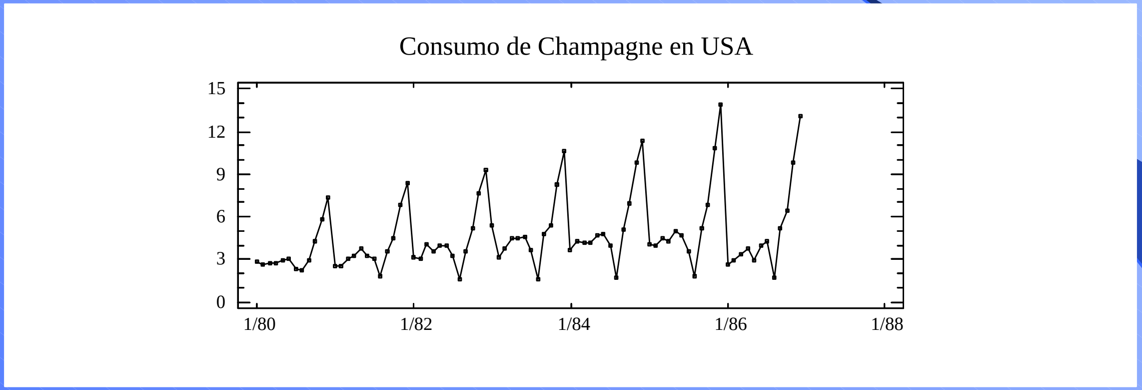
Para quitar el ciclo se toma una *diferencia estacional:*

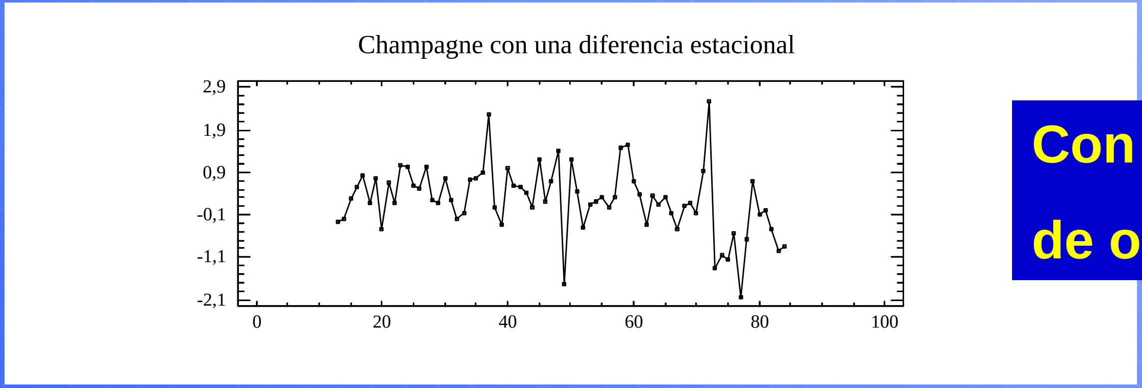
Consiste en resta a cada observación su equivalente el año anterior

$W_t = Z_t - Z_{t-12}$ si los datos son mensuales

$W_t = Z_t - Z_{t-4}$ si los datos son trimestrales

La serie tiene ciclo estacional



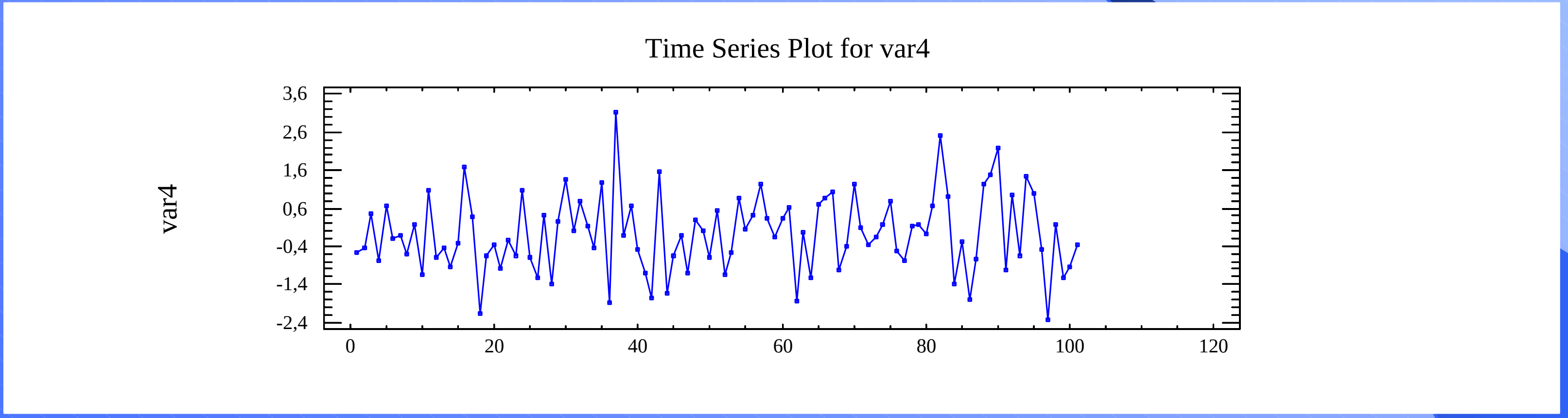


Con una diferencia de orden 12

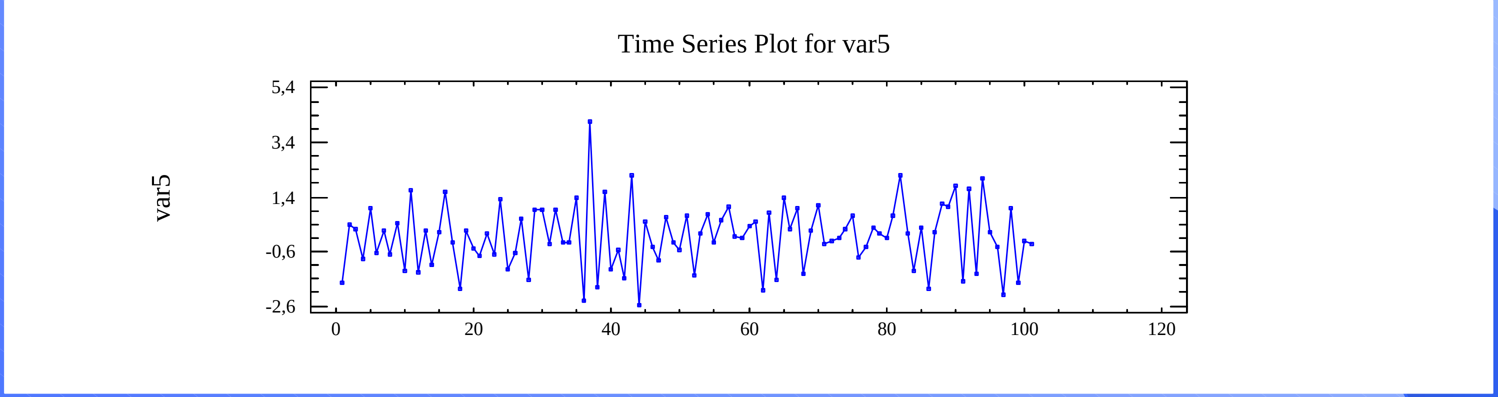
Volver

Vamos a hacerlos en Statgraphics

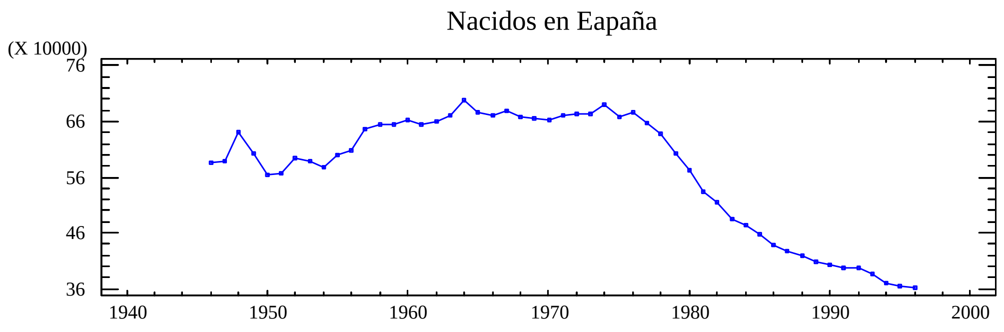
¿Es estacionaria?



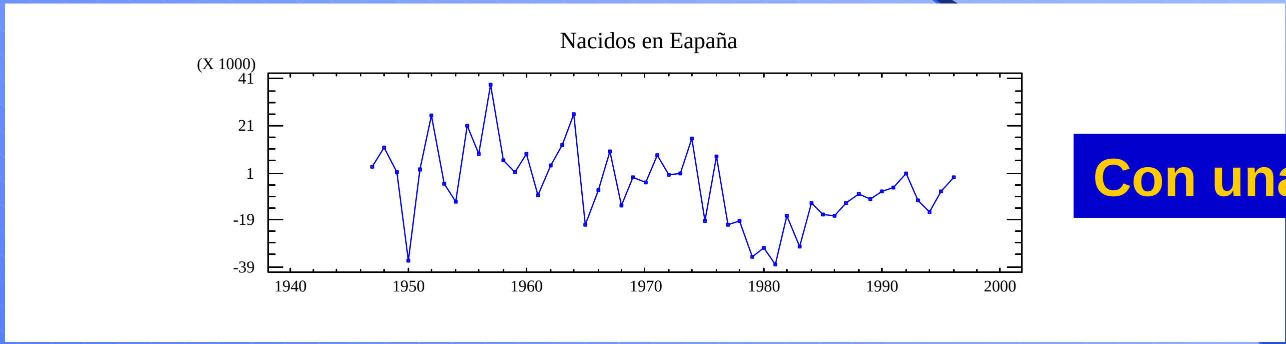
¿Es estacionaria?



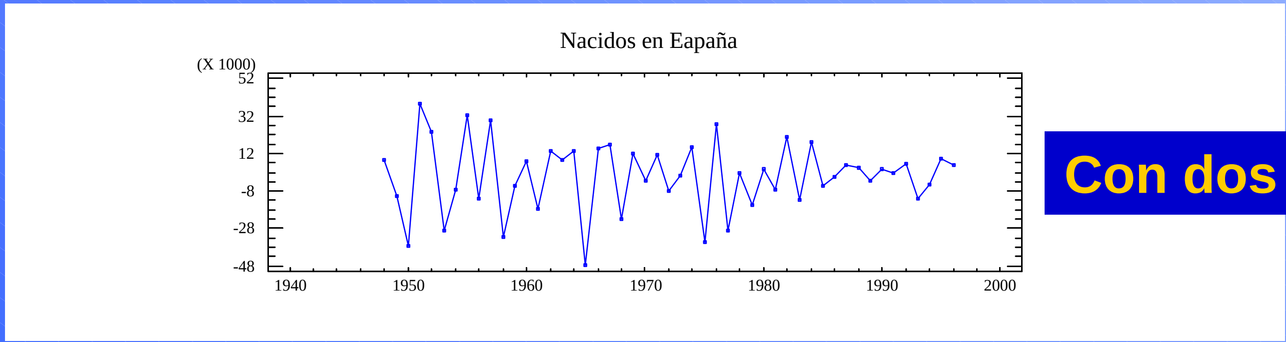
¿Es estacionaria?



¿Es estacionaria?

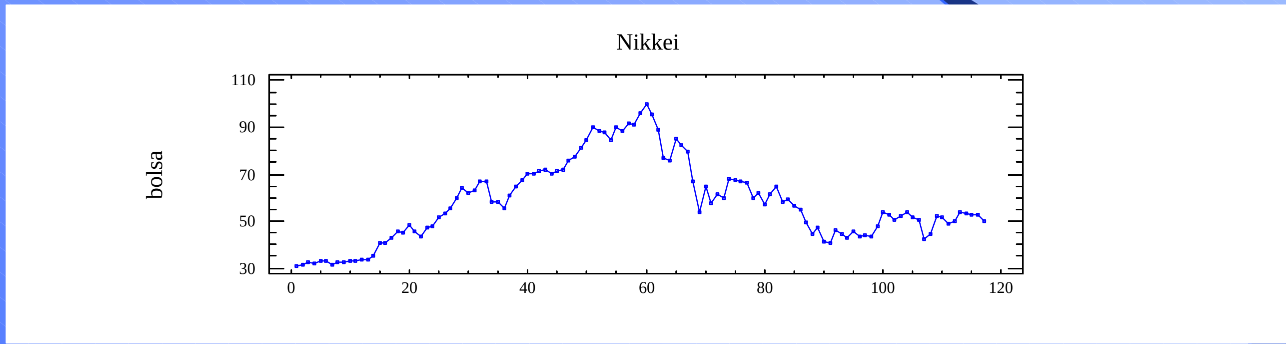


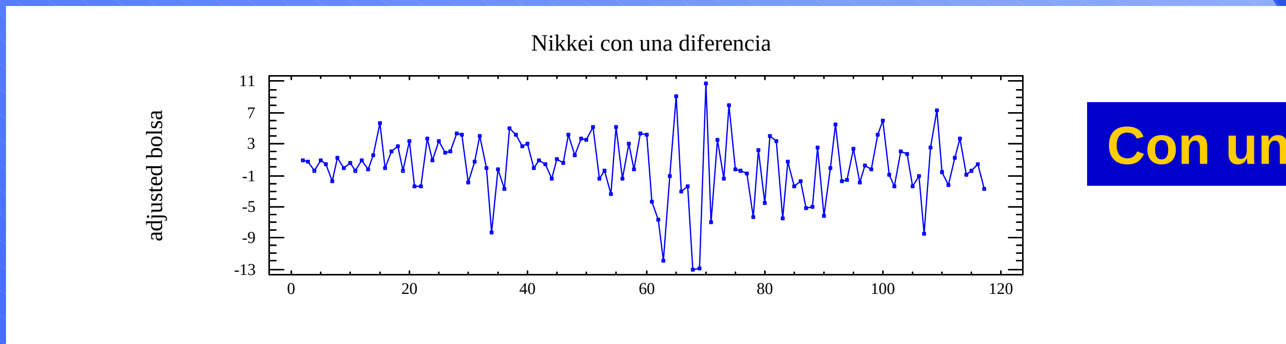
Con una diferencia



Con dos diferencias

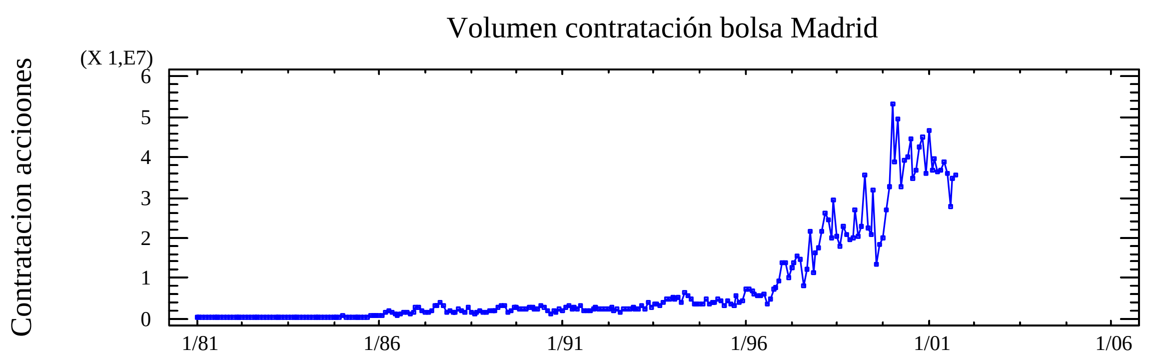
¿Es estacionaria?



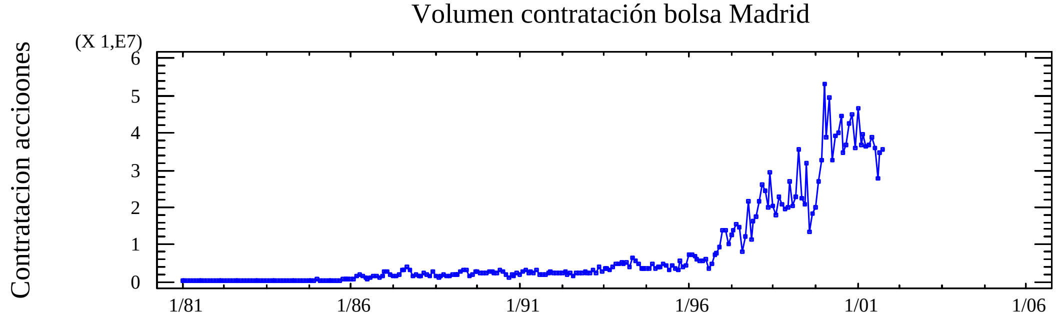


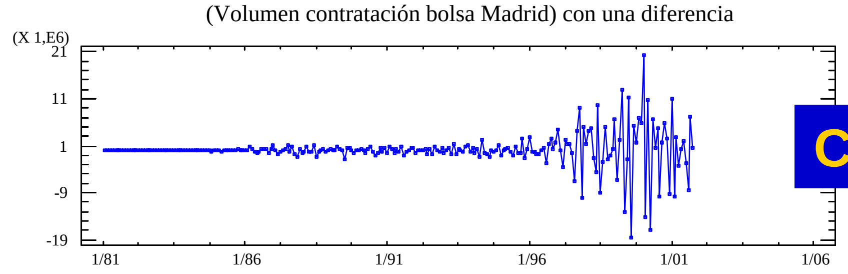
Con una diferencia

¿Es estacionaria?

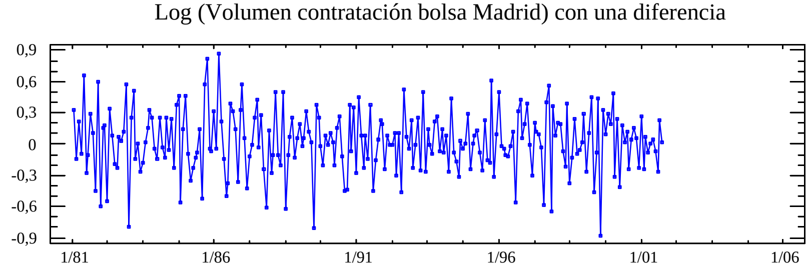


¿Es estacionaria?





Con una diferencia



Con una diferencia y logs

Series no estacionales
Ruido blanco y modelos autorregresivos

Nomenclatura de series temporales

- **Una serie temporal se denomina genéricamente z_t**

$$z_l \ z_2 \ z_3 \ldots\ldots \ z_t \ z_{t+1} \ z_{t+2}$$

z_1 representa el primer valor de la serie

z_2 el segundo

z_t será el valor actual de la serie.

z_{t+1} representa el valor de la serie para el próximo periodo, es decir que es un valor futuro.

Identificar la serie

- **En primer lugar debemos encontrar la estructura de dependencia de la serie:**

- **Cómo se influyen las observaciones entre sí.**

$$Z_1 \longrightarrow Z_2$$

La flecha indica que Z_1 influye sobre Z_2.

Identificar la serie

- **En general la serie tendrá un estructura de dependencia:**

Identificar la serie

- **En general la serie tendrá un estructura de dependencia:**

$$z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow z_4 \rightarrow z_5$$

Identificar la serie

- **En general la serie tendrá un estructura de dependencia:**

$$Z_1 \rightarrow Z_2 \rightarrow Z_3 \rightarrow Z_4 \rightarrow Z_5$$

Existen dos funciones para representar la estructura de dependencia:

1. **Función de Autocorrelación Simple (FAS)**
2. **Función de Autocorrelación Parcial (FAP)**

Función de autocorrelación simple (FAS)

- **La FAS proporciona el coeficiente de correlación entre una observación y las siguientes**
- **Tenemos un valor para cada grado de separación (retardos)**
- **Es un sucesión de números:**

$$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots., \rho_k$$

que representan:

cómo una observación influye sobre la siguiente (ρ_1)

sobre la segunda posterior (ρ_2)

sobre la k retardos posterior (ρ_k).

ρ_1 **: representa la influencia de** $\mathbf{z_i}$ **sobre** $\mathbf{z_{i+1}}$

ρ_1 **:** **representa la influencia de** z_i **sobre** z_{i+1}

$$\rho_1 : z_i \longrightarrow z_{i+1}$$

ρ_1 **: representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+1}

$$\rho_1 : Z_i \longrightarrow Z_{i+1}$$

ρ_2 **: representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+2}

ρ_1 **:** **representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+1}

$$\rho_1 : Z_i \longrightarrow Z_{i+1}$$

ρ_2 **:** **representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+2}

$$\rho_2 : Z_i \longrightarrow Z_{i+2}$$

ρ_1 **:** **representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+1}

$$\rho_1 : Z_i \longrightarrow Z_{i+1}$$

ρ_2 **:** **representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+2}

$$\rho_2 : Z_i \longrightarrow Z_{i+2}$$

ρ_k **:** **representa la influencia de** Z_i **sobre** Z_{i+k}

ρ_1 : representa la influencia de Z_i sobre Z_{i+1}

$$\rho_1 : Z_i \longrightarrow Z_{i+1}$$

ρ_2 : representa la influencia de Z_i sobre Z_{i+2}

$$\rho_2 : Z_i \longrightarrow Z_{i+2}$$

ρ_k : representa la influencia de Z_i sobre Z_{i+k}

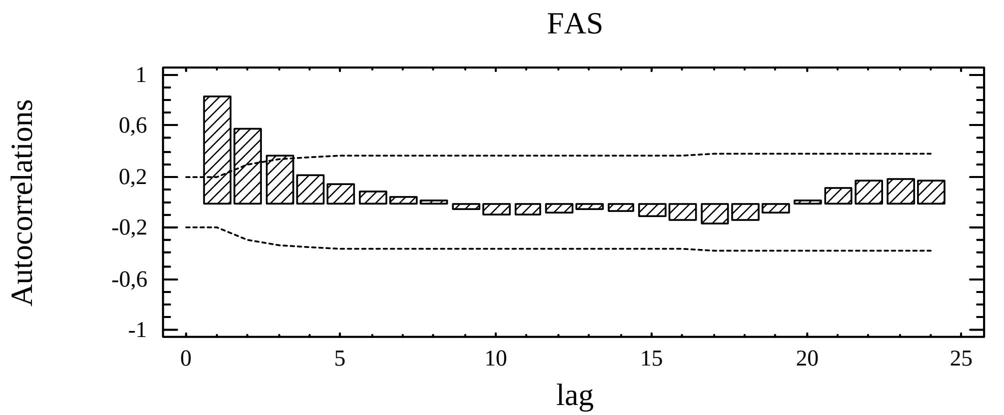
$$\rho_k : Z_i \longrightarrow Z_{i+k}$$

Los valores de la FAS $\rho_{1,}$ $\rho_{2,}$ $\rho_{3,}$ ...., $\rho_{k,}$ están acotados entre [-1,+1].

- Cuando un ρ_k vale cero quiere decir que no existe relación entre la observación z_i y la separada k retardos, $z_{i+k.}$
- Cuando un ρ_k es próximo a +1, la relación entre z_i y la separada k retardos, $z_{i+k.}$ es muy fuerte y positiva.
- Cuando un ρ_k es próximo a -1, la relación entre z_i y la separada k retardos, $z_{i+k.}$ es muy fuerte y negativa

Podemos resumir entonces que la FAS mide las influencias de una observación sobre las siguientes.

Ejemplo de FAS



La FAS proporciona los coeficientes de correlación de la serie consigo misma para distintos retardos.

•Los palos largos son significativos. Las bandas horizontales son los límites para considerar significativo un retardo. Es decir si un palo está dentro de las bandas lo consideraremos no significativo en general.

•En el caso de la figura, los palos de retardos superiores no son significativos.

•Esto indica que una observación no influye excesivamente sobre las que están muy alejadas de ella lo cual es muy razonable

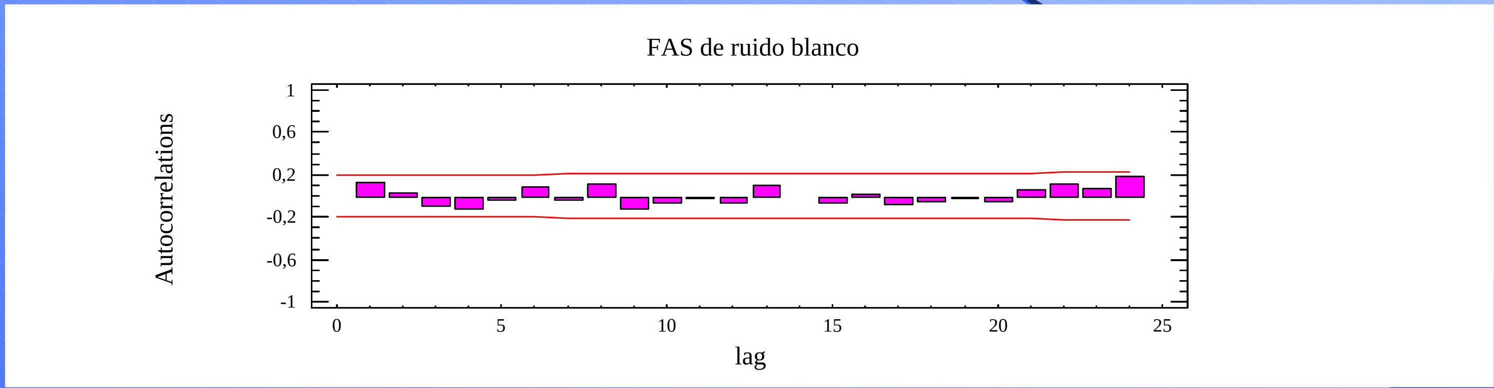
Ruido blanco

El ruido blanco es una serie temporal en la que las observaciones no tienen ninguna relación entre sí.

Las observaciones no se influyen unas a otras

La FAS del ruido blanco será.......

FAS de ruido blanco:



Todas los palos son cero *(están dentro de los límites de confianza)*

Proceso AR(1)

En un proceso AR(1) cada observación recibe influencia directa de la observación anterior

$$z_t = \phi\, z_{t-1} + a_t$$

Cada observación se construye a partir de la anterior más una perturbación aleatoria a_t .

Proceso AR(1)

$$z_t = \phi\, z_{t-1} + a_t$$

Cada observación se construye a partir de la anterior más una perturbación aleatoria a_t .

Por ejemplo: si $\phi = 0.6$ y $z_7 = 50$ sustituyendo en la ecuación:

$z_8 = 0.6\ 50 + a_t = 30 + a_t$

El papel de a_t es permitir que z_8 valga "algo" en torno a 30, y no exactamente 30.

Si no existiera el término a_t, la serie sería determinista, y conocido un valor de z ya conoceríamos todos los demás.

Un AR(1) es estacionario

$$z_t = \phi\, z_{t-1} + a_t$$

Si ϕ es menor que 1

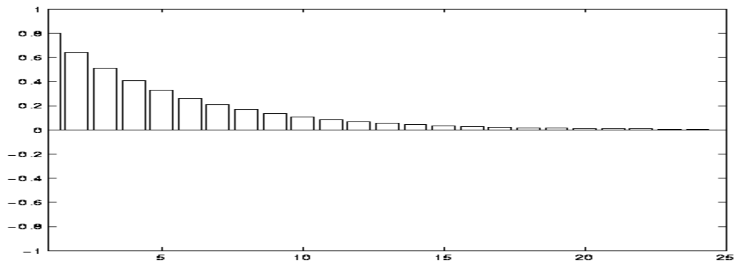
En valor absoluto

Un proceso no estacionario se

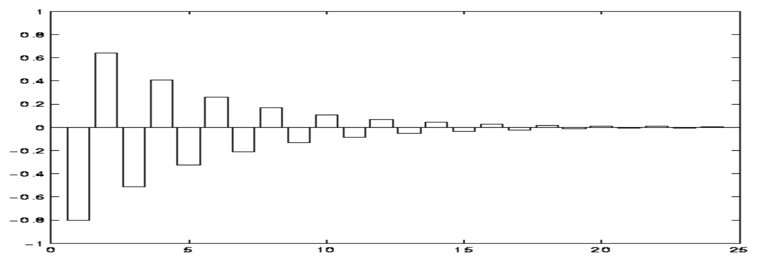
va a infinito enseguida.

Es explosivo

FAS de un AR(1)

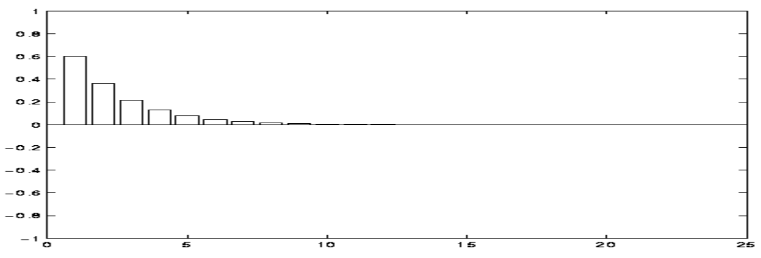


Fi positivo

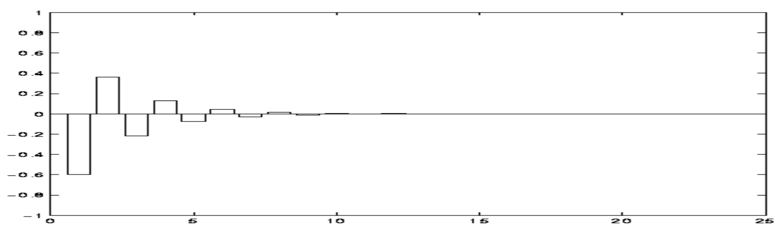


Fi negativo

FAS de un AR(1)

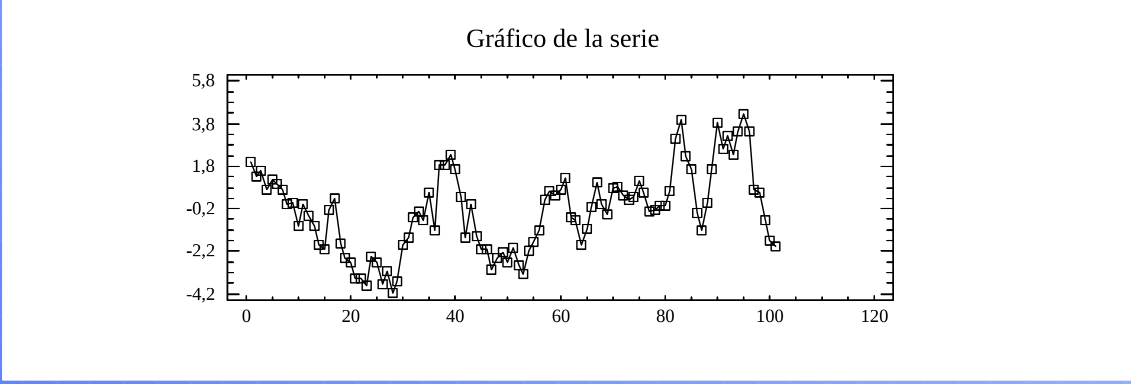


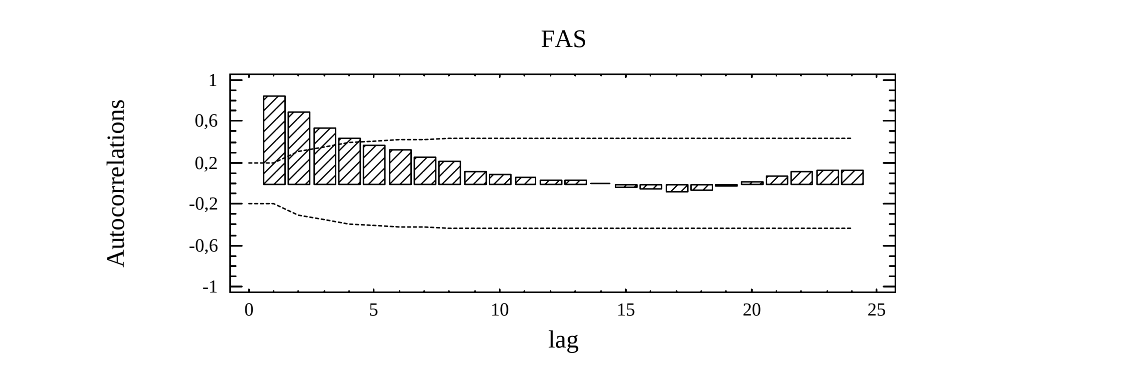
Fi positivo



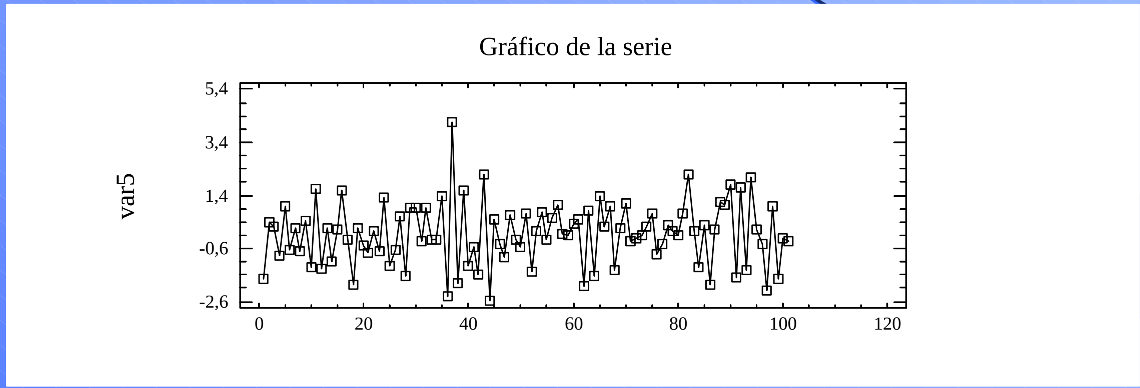
Fi negativo

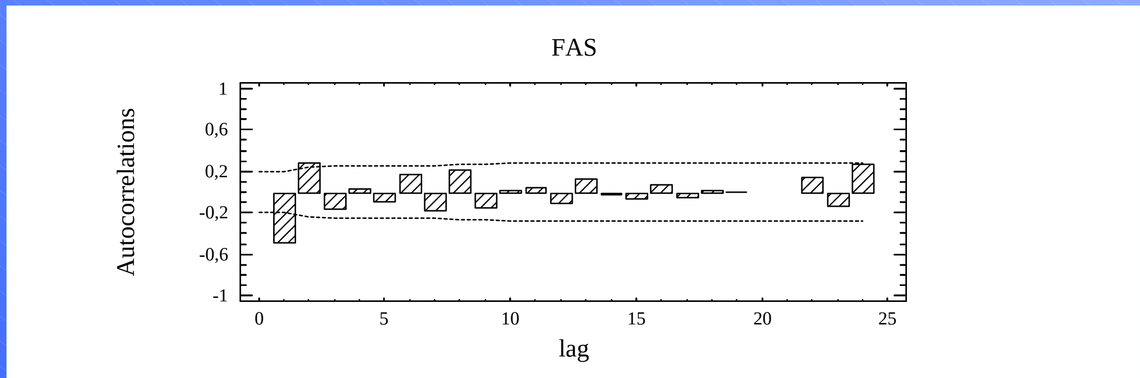
Ejemplo de serie real AR(1)





Ejemplo de serie real AR(1)





Modelos AR(2)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

Cada observación se construye a partir de las dos anteriores más una perturbación aleatoria a_t.

Modelos AR(2)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

Cada observación se construye a partir de las dos anteriores más una perturbación aleatoria a_t .

$$z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow z_4 \rightarrow z_5$$

AR(1) relación de primer orden

$$\begin{tikzcd}
z_1 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_2 \arrow[r] \arrow[rr, bend right] & z_3 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_4 \arrow[r] & z_5
\end{tikzcd}$$

AR(2) relación de primer orden y *directa de segundo orden*

FAS de un AR(2)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + a_t$$

Utilizando el operador de retardos:

$Bz_t = z_{t-1}$

$B^2 z_t = z_{t-2}$

...

$B^k z_t = z_{t-k}$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) z_t = a_t$$

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2)z_t = a_t$$

Se denomina polinomio característico y el aspecto del AR(2) depende de las soluciones de la ecuación

$$1-\phi_1 B-\phi_2 B^2 = 0$$

Las soluciones (2), pueden ser:

- Reales positivas
- Reales negativas
- Imaginarias conjugadas

Un AR(2) es estacionario

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2)z_t = a_t$$

Si las raíces del polinomio característico son mayores que 1 en

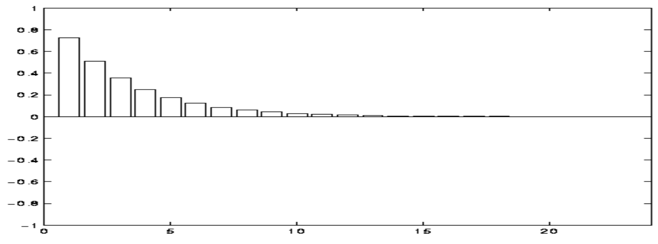
Módulo:

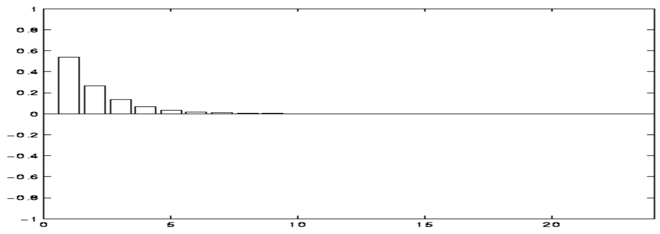
Reales: Mayores que 1 en valor absoluto

Imaginarias: Módulo mayor que 1.

Dos raíces reales positivas:

Cada raíz real positiva aporta a las FAS una estructura decreciente de palos como la de un AR(1) con ϕ positivo. La FAS del AR(2) con raíces positivas será la superposición de dos estructuras decrecientes y positivas.



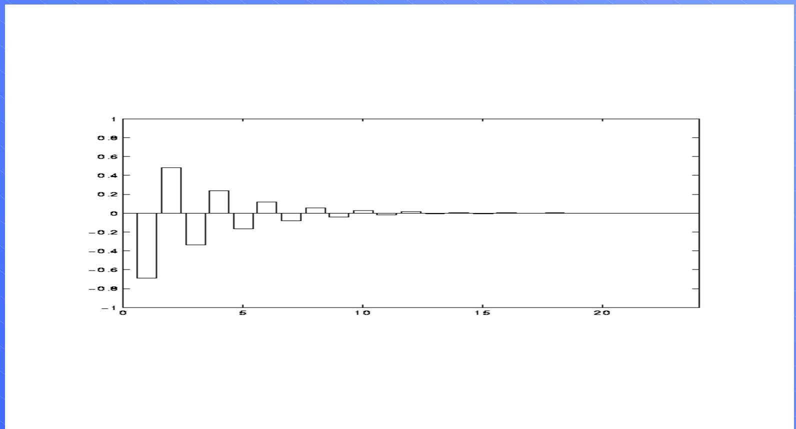


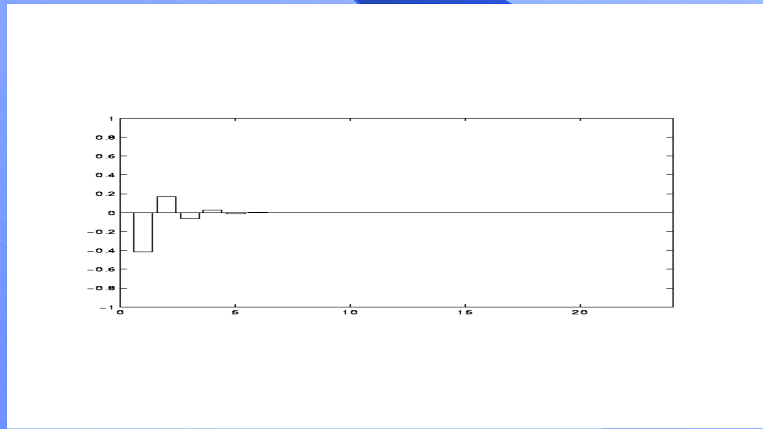
Dos raíces reales negativas:

Cada raíz real positiva aporta a las FAS una estructura decreciente de palos alternados como la de un AR(1) con ϕ negativo.

La FAS del AR(2)

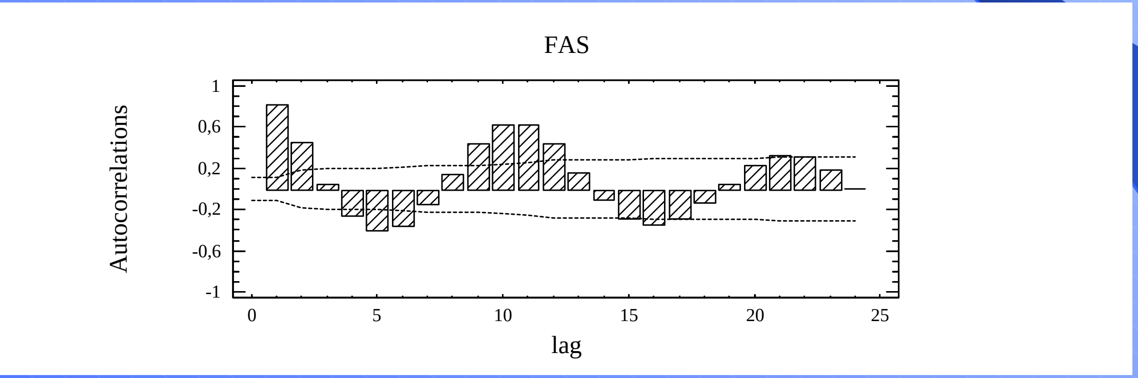
con raíces negativas será:





Dos raíces imaginarias conjugadas:

Estructura sinusoidal



AR(p)

$$z_t = \phi_1 \, z_{t-1} + \phi_2 \, z_{t-2} + \ldots + \phi_p \, z_{t-p} + a_t$$

Una observación recibe influencia directa de las p anteriores.

$$z_{t-p} \qquad \ldots\ldots \qquad z_{t-2} \qquad z_{t-1} \rightarrow z_t$$

$$(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2+\ldots+ \phi_p B^p) z_t = a_t$$

Un AR(p) es estacionario si:

$$(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p) z_t = a_t$$

Todas las raíces reales del polinomio característico son mayores que 1 en valor absoluto.

Las imaginarias mayores que 1 en módulo.

FAS del AR(p)

- **Cada raíz real positiva aporta una estructura decreciente de palos positivos**
- **Cada raíz real negativa aporta una estructura decreciente de palos de signos alternados**
- **Cada pareja de conjugadas aporta una estructura sinusoidal.**

Tremendo follón

LA FAS tiene un problema

- **Proporciona la influencia TOTAL de una observación sobre las siguientes pero no puede distinguir entre estas situaciones**

$$z_1 \to z_2 \to z_3 \to z_4 \to z_5$$

$$\begin{tikzcd}
z_1 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_2 \arrow[r] \arrow[rr, bend right] & z_3 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_4 \arrow[r] & z_5
\end{tikzcd}$$

LA FAS tiene un problema

$$z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow z_4 \rightarrow z_5$$

Influencia

directa de orden 1

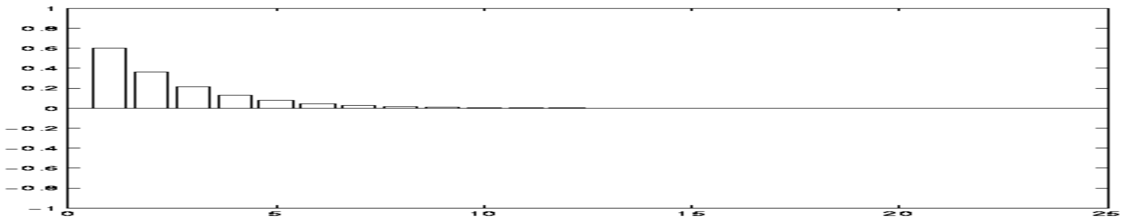
$$\begin{tikzcd}
z_1 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_2 \arrow[r] \arrow[rr, bend right] & z_3 \arrow[r] \arrow[rr, bend left] & z_4 \arrow[r] & z_5
\end{tikzcd}$$

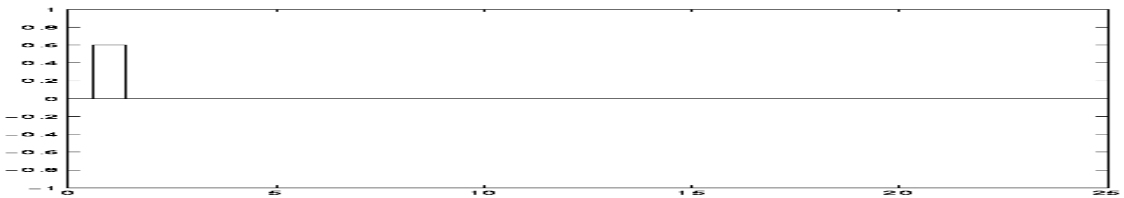
Influencia directa de orden 1 y de orden 2

Solución: FAP

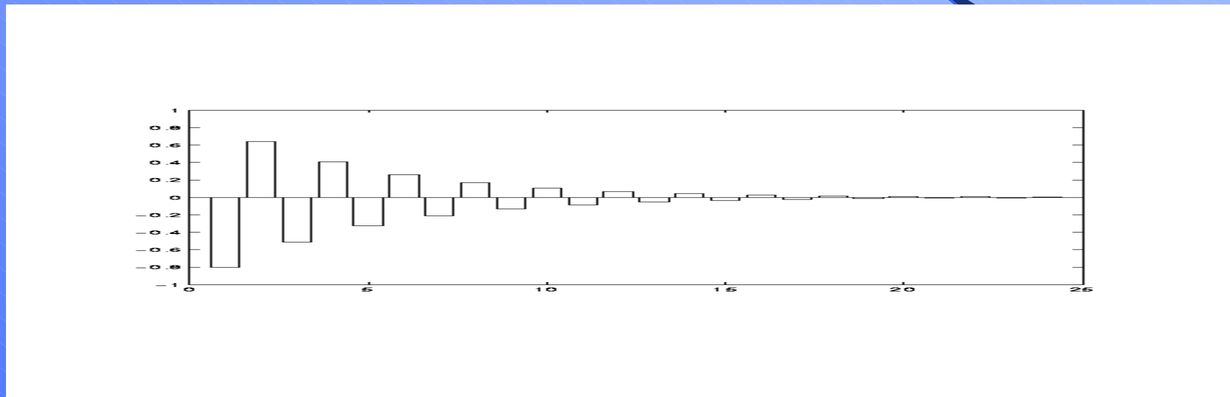
- La Función de Autocorrelación Parcial proporciona las relaciones directas entre observaciones.
- Para un AR(1) dará un palo
- Para un AR(2) dará dos palos
- Para un AR(p) dará p palos

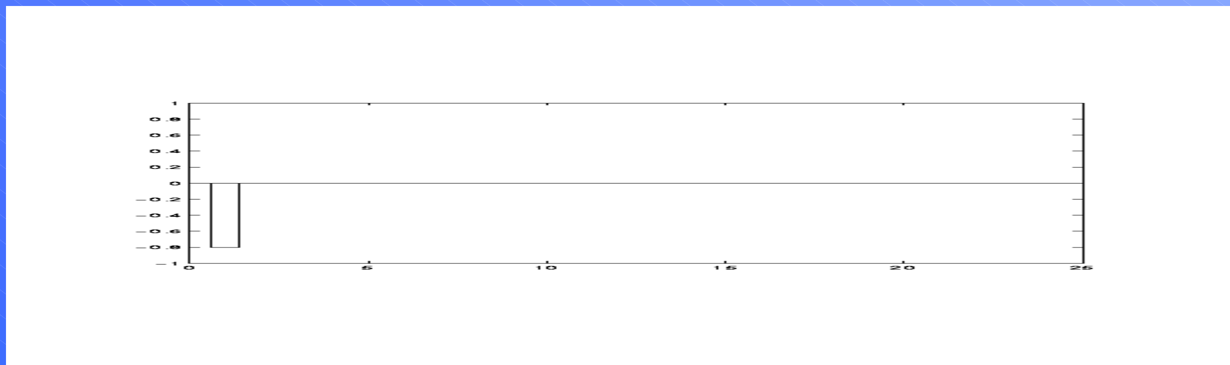
FAS y FAP de un AR(1) fi positivo



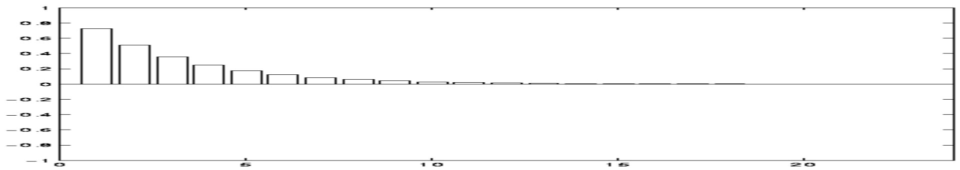


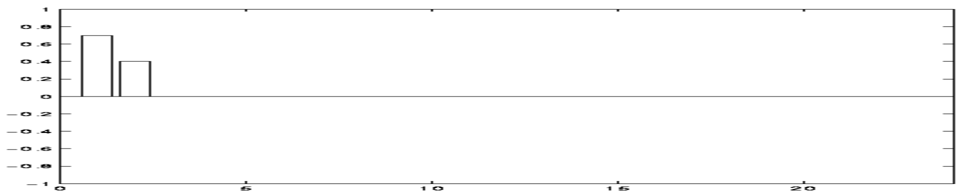
FAS y FAP de un AR(1) fi negativo



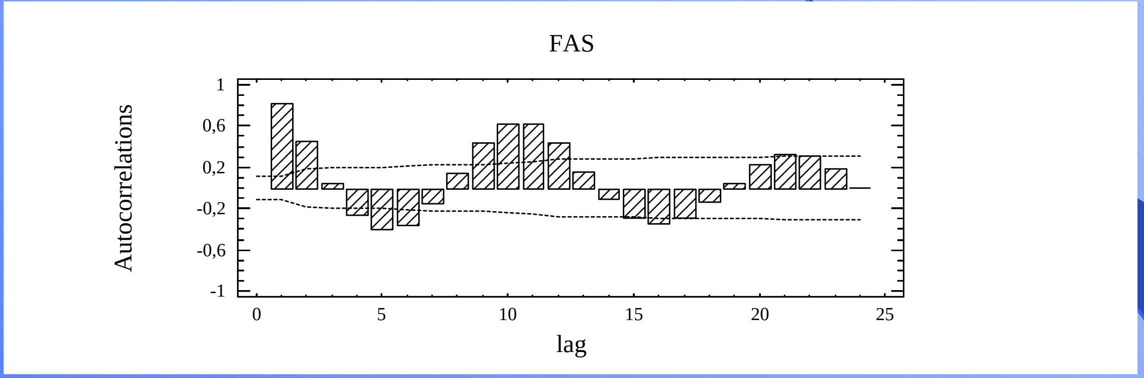


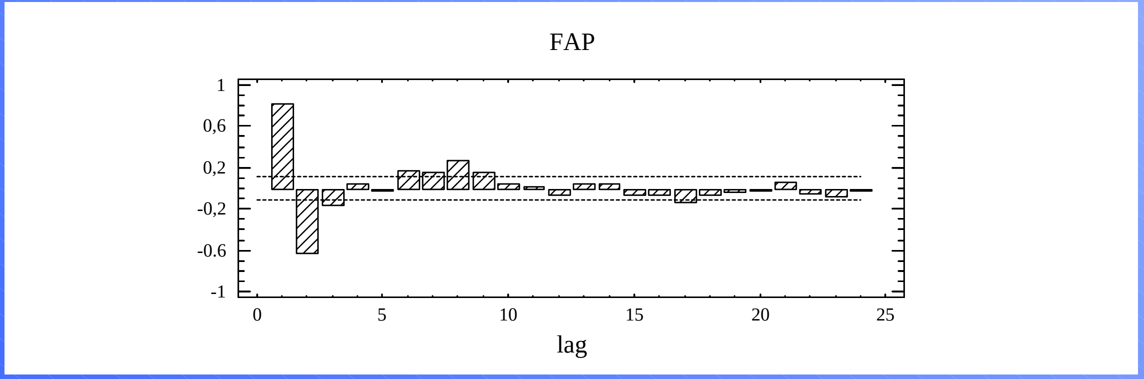
Fas y Fap de AR(2) fi positivo



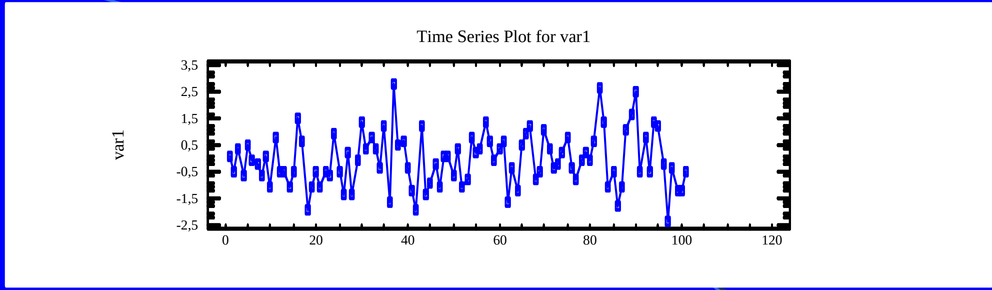


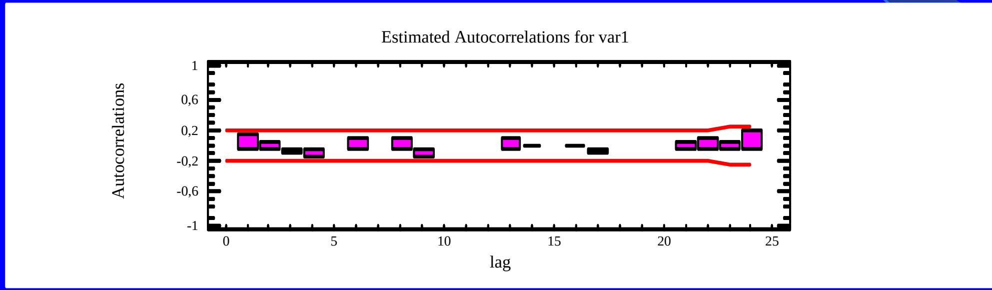
Fas y Fap de AR(2) raíces imaginarias

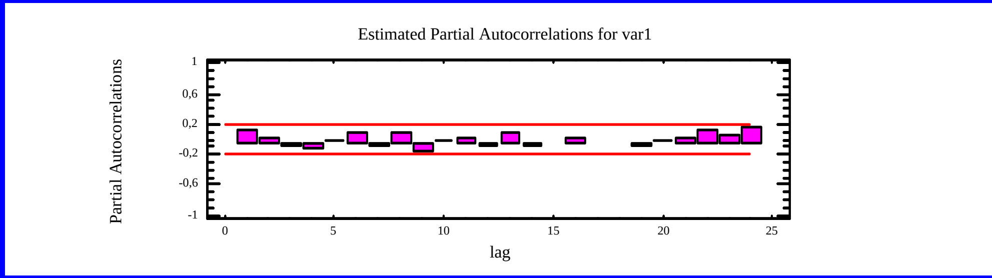


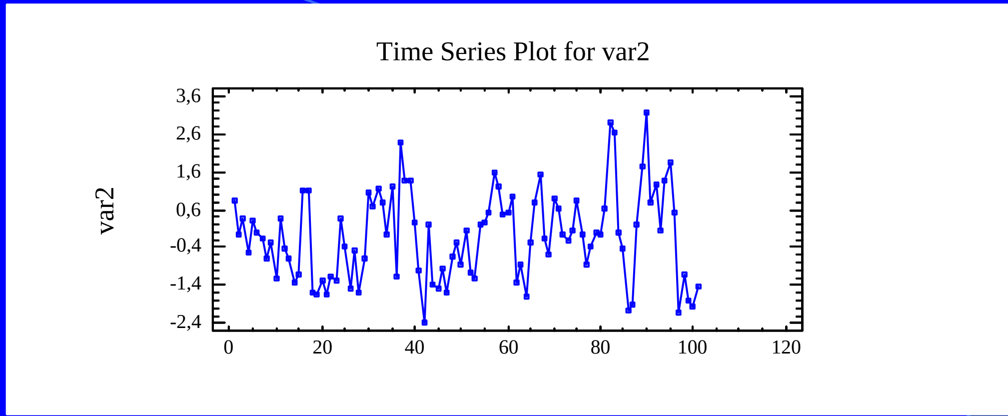


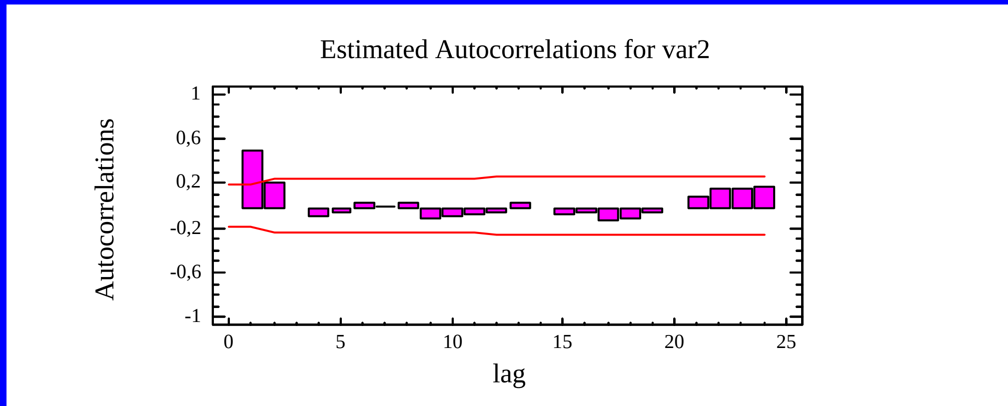
Ejercicios: ¿Qué puede ser esto?

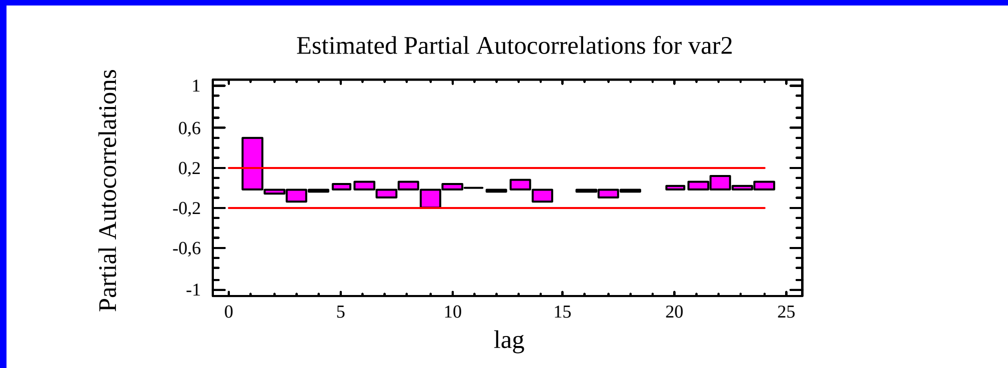

Time Series Plot for var1
var1
3,5
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
0
20
40
60
80
100
120

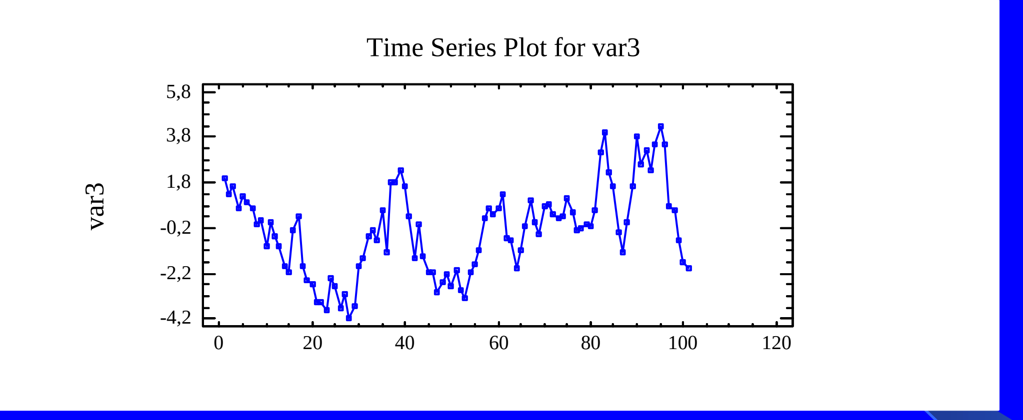

Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

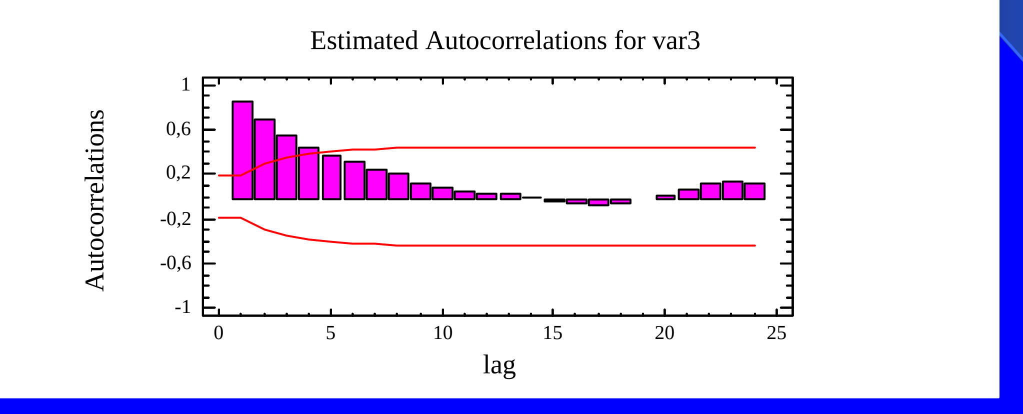

Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

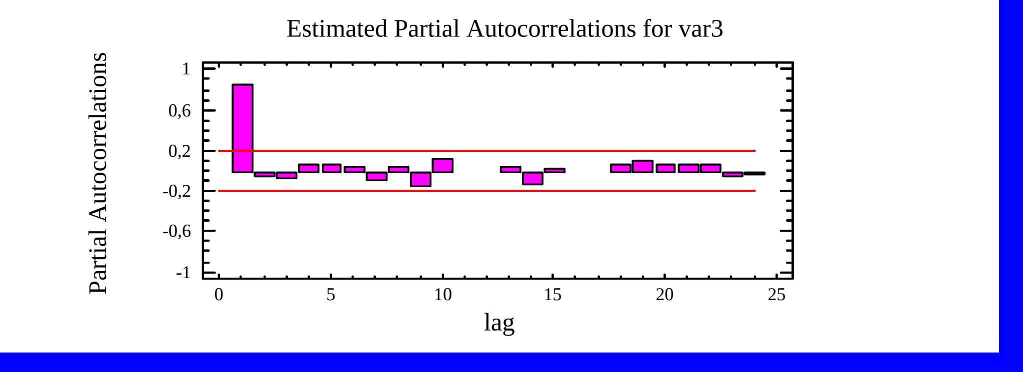

Time Series Plot for var2
var2
3,6
2,6
1,6
0,6
-0,4
-1,4
-2,4
0
20
40
60
80
100
120

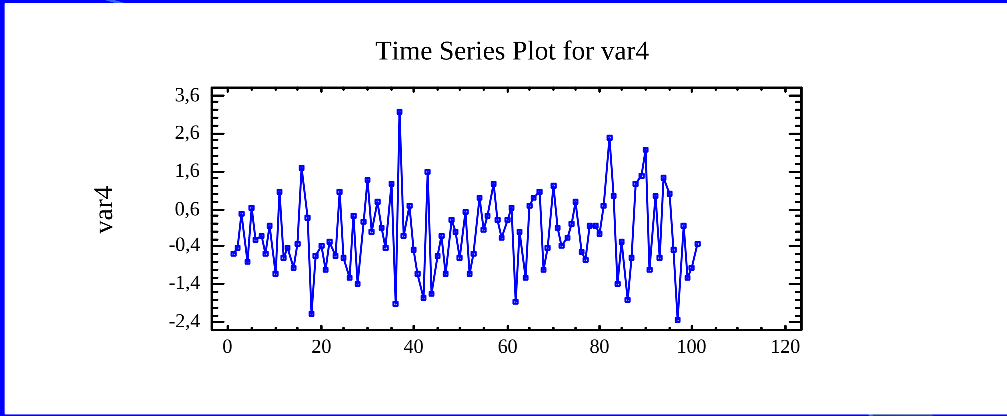

Estimated Autocorrelations for var2
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

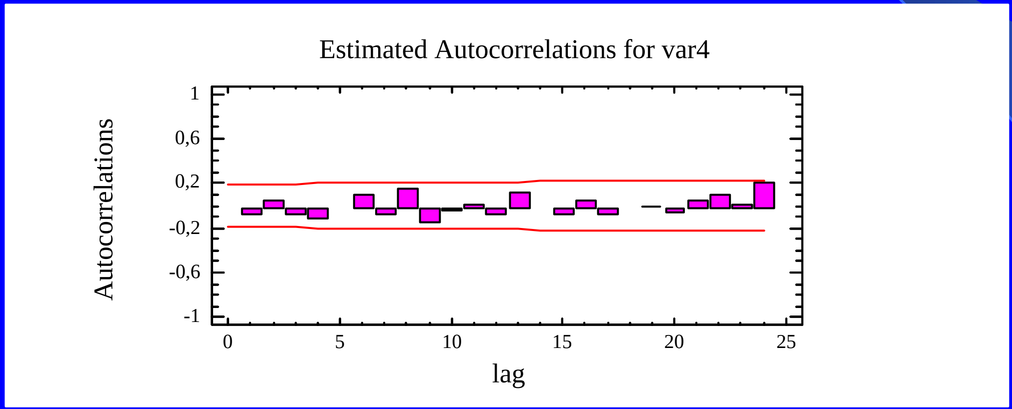

Estimated Partial Autocorrelations for var2
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

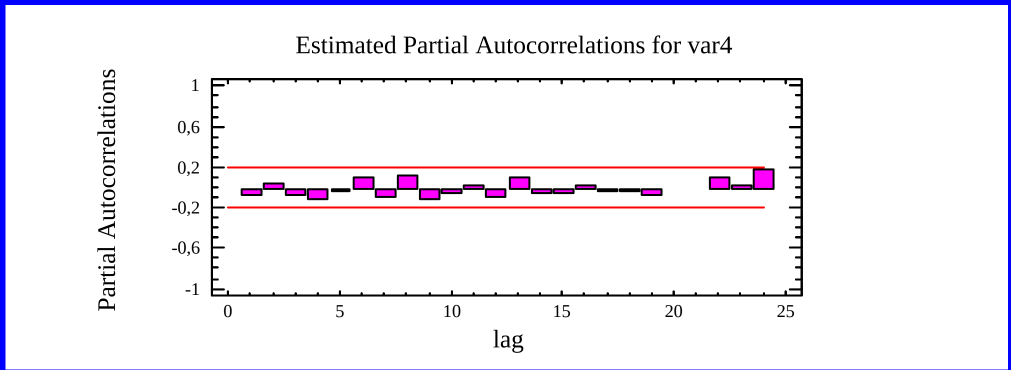

Time Series Plot for var3
var3
5,8
3,8
1,8
-0,2
-2,2
-4,2
0
20
40
60
80
100
120

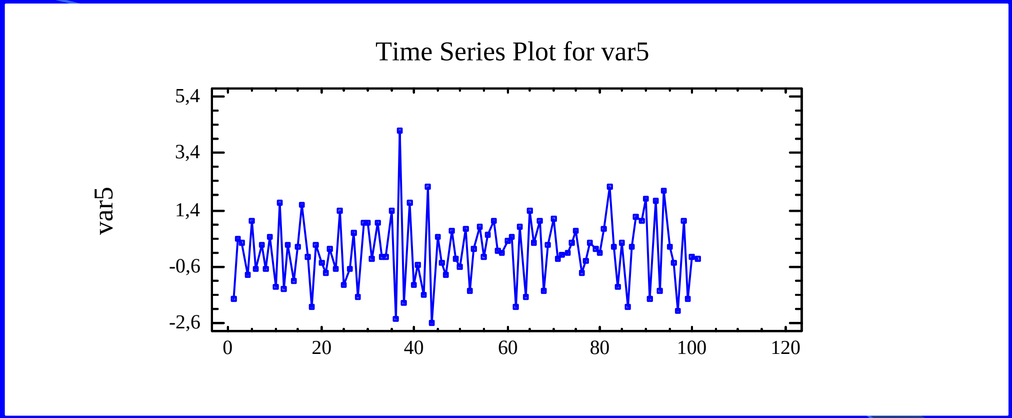

Estimated Autocorrelations for var3
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

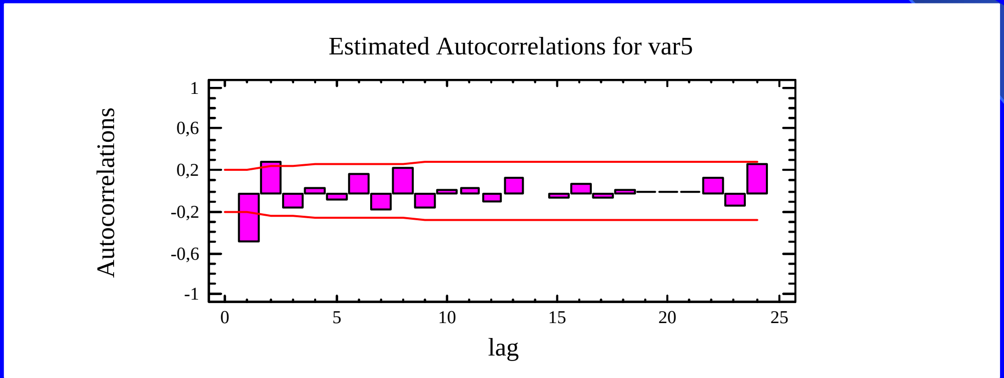

Estimated Partial Autocorrelations for var3
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

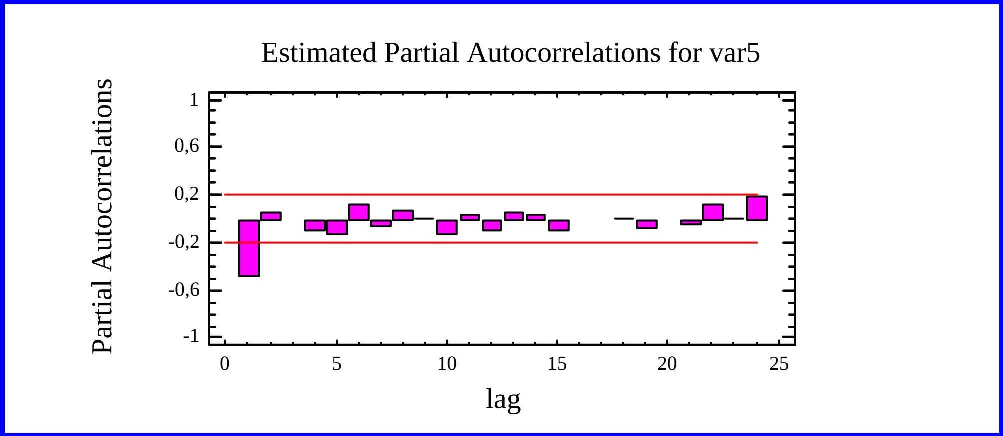

Time Series Plot for var4
var4
3,6
2,6
1,6
0,6
-0,4
-1,4
-2,4
0
20
40
60
80
100
120

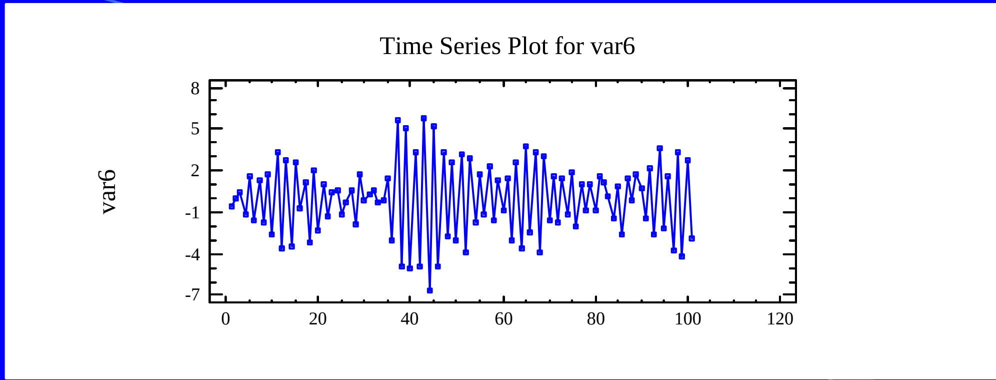

Estimated Autocorrelations for var4
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

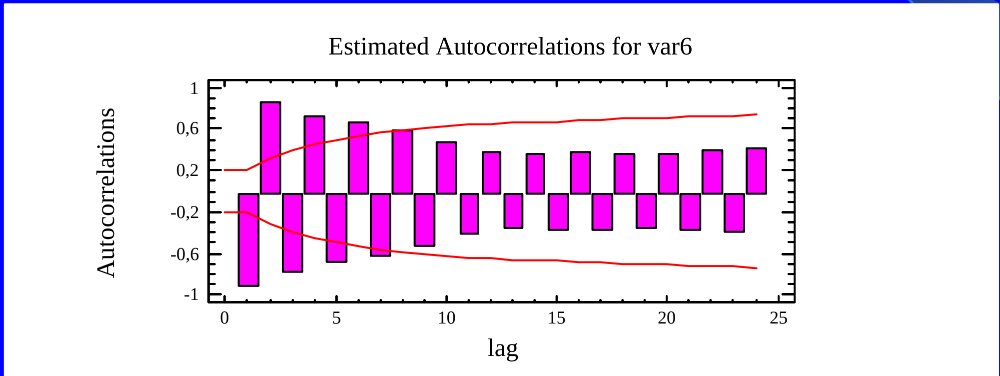

Estimated Partial Autocorrelations for var4
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

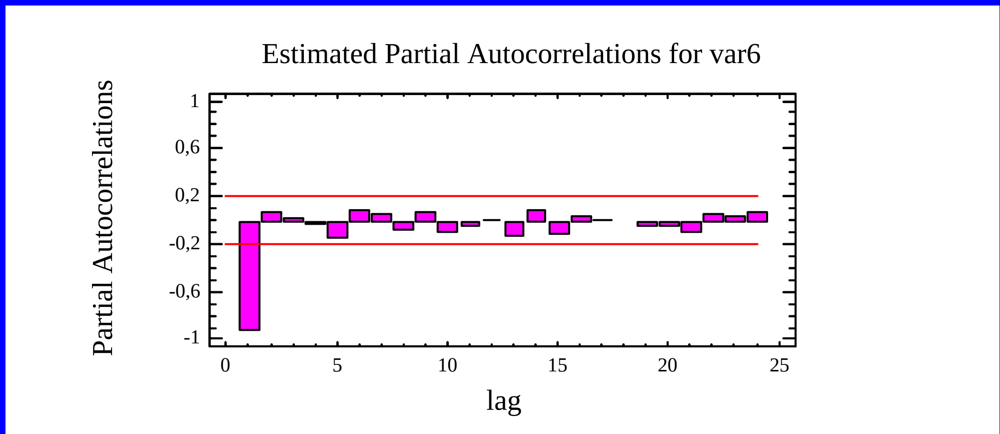

Time Series Plot for var5
var5
5,4
3,4
1,4
-0,6
-2,6
0
20
40
60
80
100
120

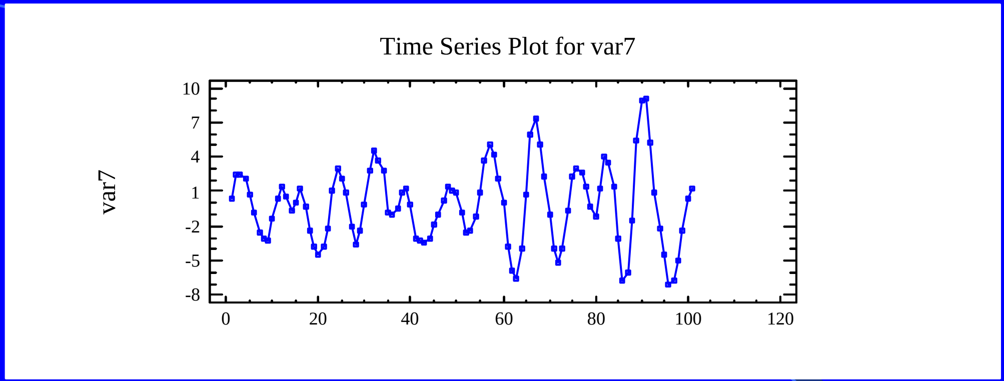

Estimated Autocorrelations for var5
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var5
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

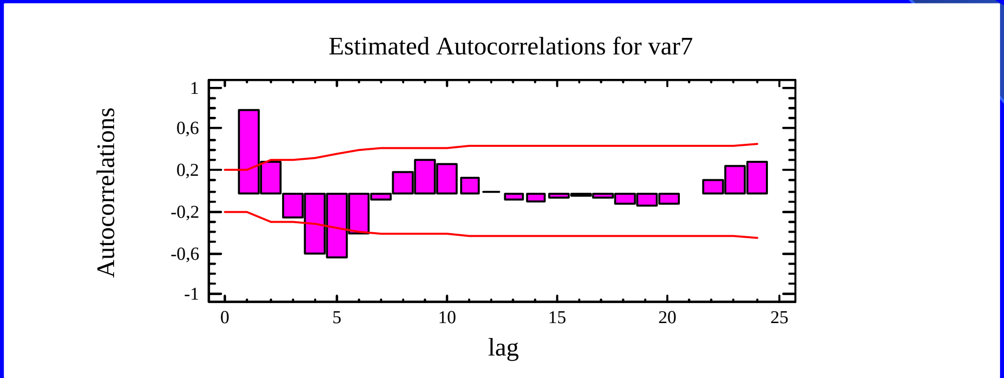

Time Series Plot for var6
var6
8
5
2
-1
-4
-7
0
20
40
60
80
100
120


Estimated Autocorrelations for var6
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

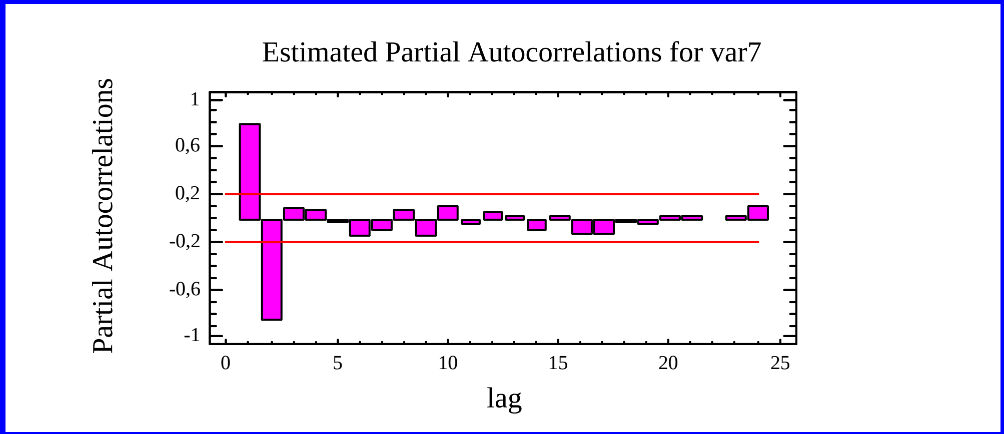

Estimated Partial Autocorrelations for var6
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



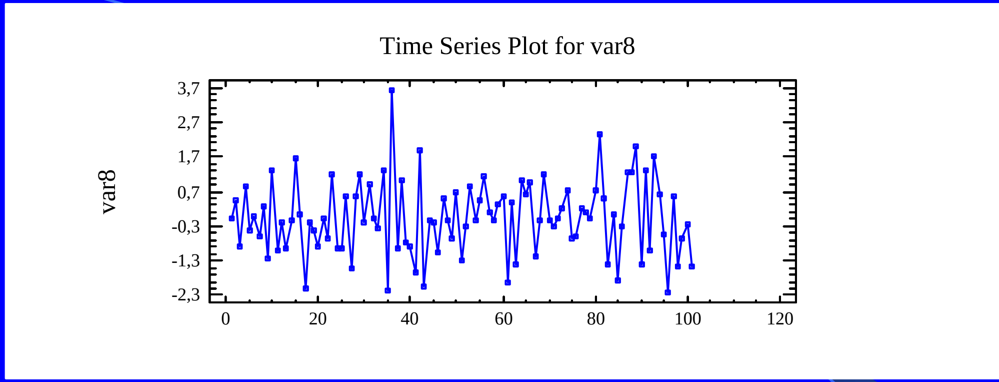
Time Series Plot for var7
var7
10
7
4
1
-2
-5
-8
0
20
40
60
80
100
120

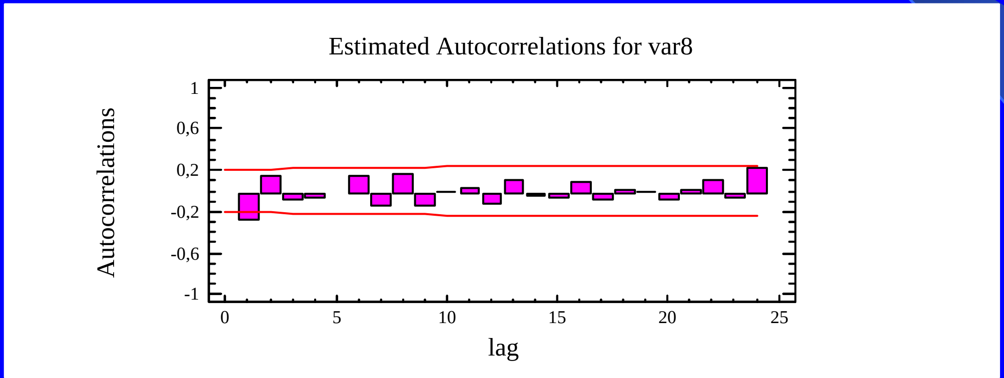


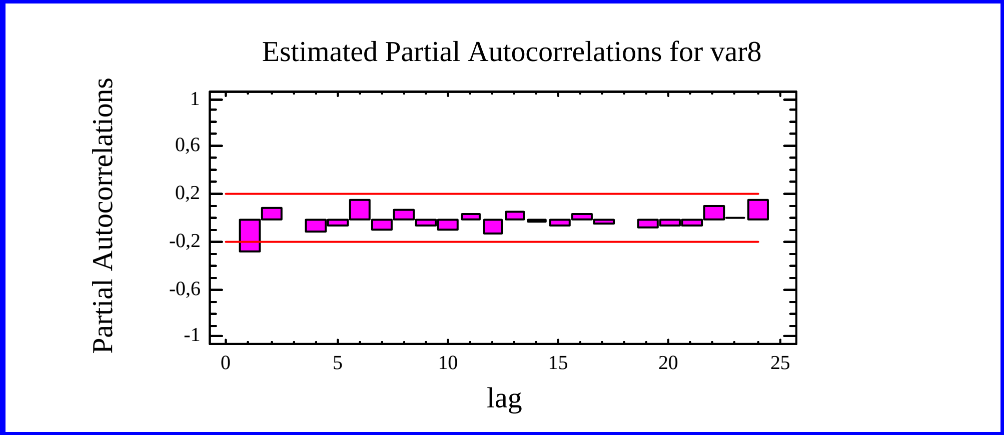
Estimated Autocorrelations for var7
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

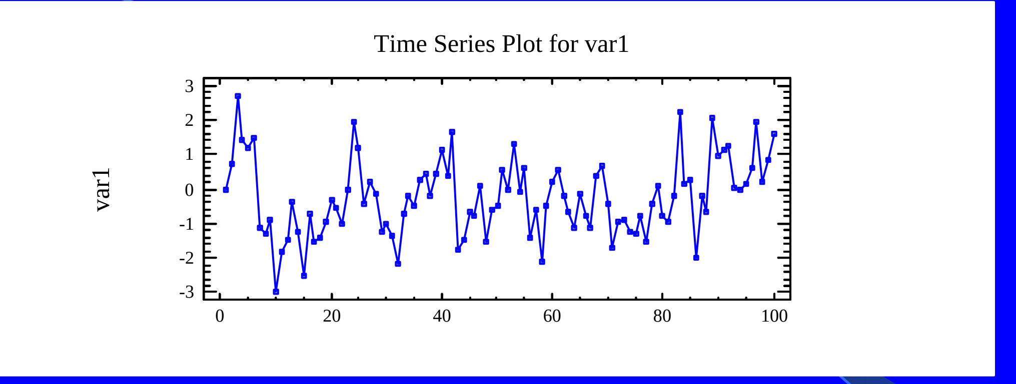


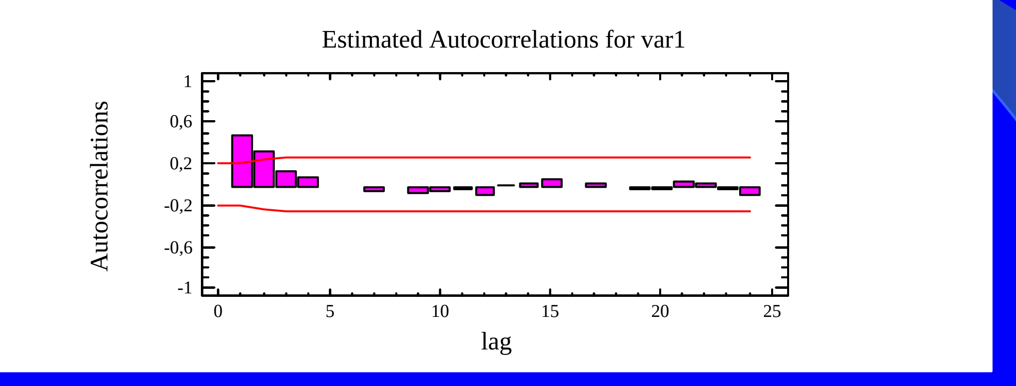
Estimated Partial Autocorrelations for var7
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

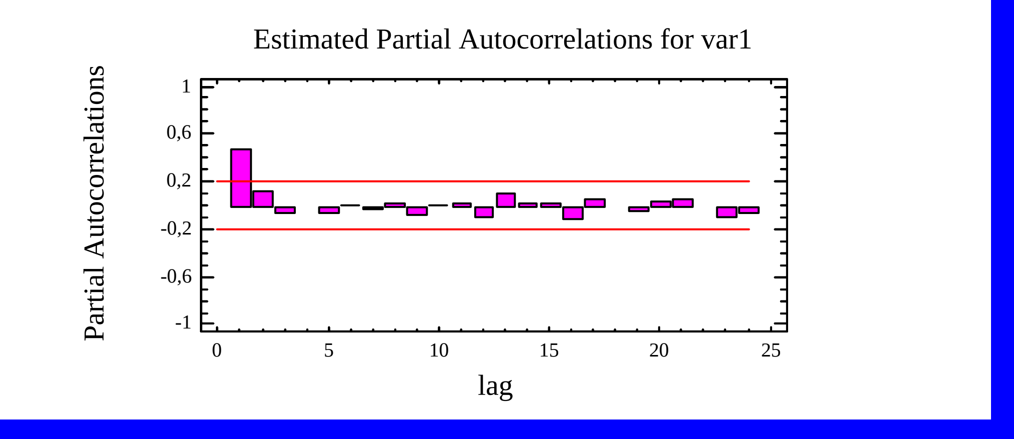

Time Series Plot for var8
var8
3,7
2,7
1,7
0,7
-0,3
-1,3
-2,3
0
20
40
60
80
100
120

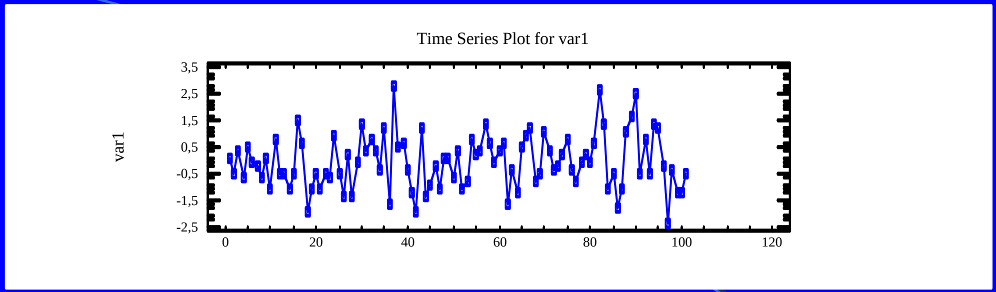

Estimated Autocorrelations for var8
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

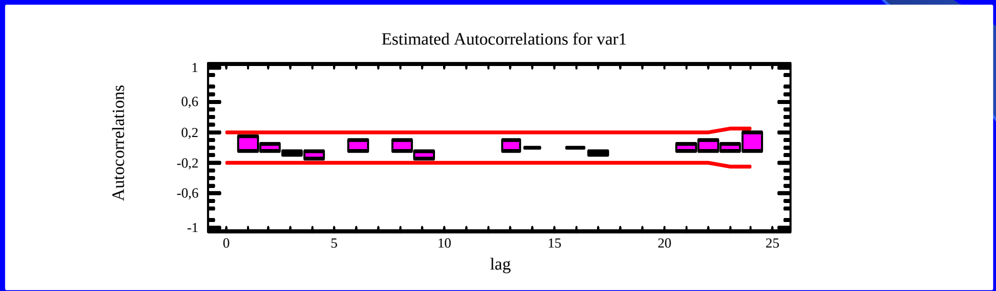

Estimated Partial Autocorrelations for var8
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

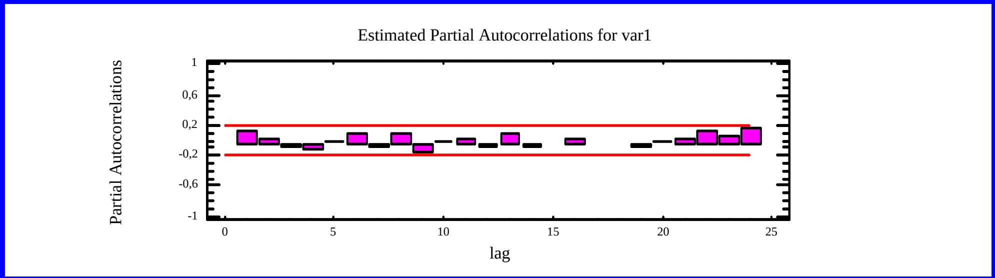

Time Series Plot for var1
var1
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
20
40
60
80
100


Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Time Series Plot for var1
var1
3,5
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
0
20
40
60
80
100
120


Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

Series no estacionales
Modelos de Media Móvil

¿Qué es ésto?

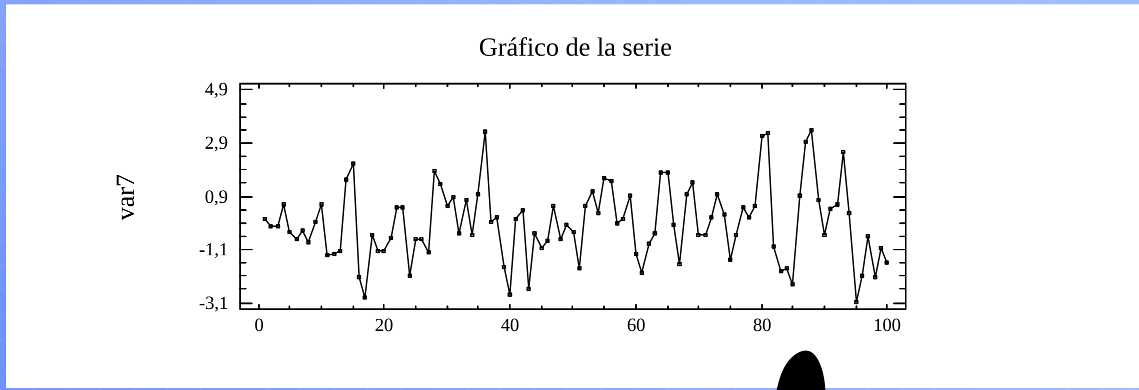
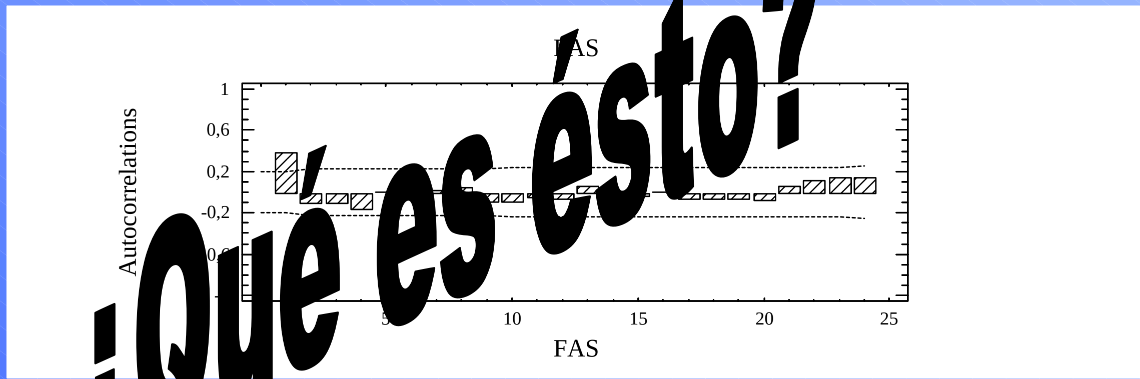
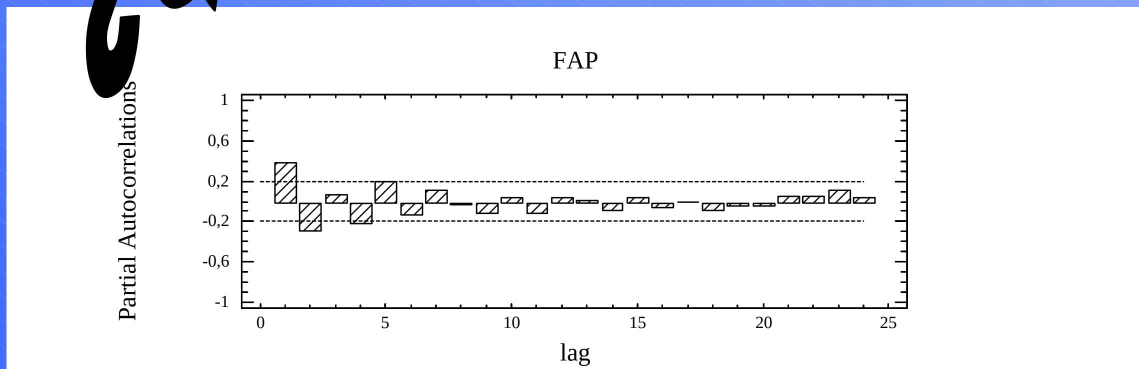


Gráfico de la serie
var7
4,9
2,9
0,9
-1,1
-3,1
0
20
40
60
80
100


FAS
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
10
15
20
25
FAS


FAP
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

Modelos AR y MA

- Los procesos autorregresivos modelizan bien series en las que un impacto del exterior va absorbiéndose lentamente.
- La absorción del impacto puede durar muchos periodos.
- Hay series en las que la absorción de los impactos se hace muy rápidamente: tienen incidencia durante uno o dos periodos pero luego la serie vuelve su comportamiento normal.

Modelos AR y MA

- ***Ejemplo: volumen de tráfico aéreo.***
- **La necesidad de viajar es grande. Empresas, turismo.....**
- **Si ocurre un impacto sobre este mercado suele durar poco tiempo:**
  - **Guerra del golfo.**
  - **11 de septiembre.**
- ***Sufren una bajada de pasajeros pero se recuperan pronto***

Modelos MA

- **Los modelos MA están diseñados para absorber los impactos rápidamente.**
  - **El MA(1) los absorbe en un periodo.**
  - **Es decir si en el periodo 23 ocurre un impacto que hace que la serie sufra un desplazamiento, ese impacto se absorbe en el periodo 24.**
  - **En el periodo 25 la serie está de nuevo a su nivel normal.**
  - **El proceso MA(2) absorbe el impacto en dos periodos. Volvería su nivel normal en la observación 26.**

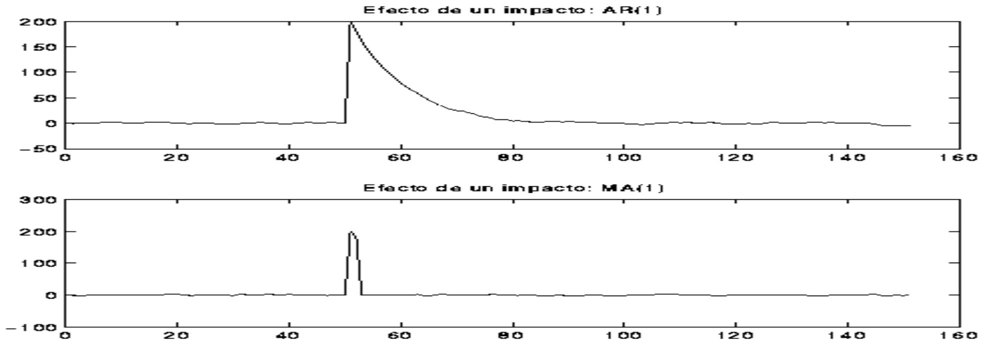
Modelo MA(1)

- El proceso de media móvil de primer orden tiene una ecuación

$$z_t = a_t - \theta\, a_{t-1}$$

- donde a_t se denomina la innovación y representa los efectos externos a la serie.
- Si un proceso es MA(1), sus valores estarán formados por los efectos externos muy recientes, el actual a_t y el inmediatamente anterior a_{t-1}.
- El proceso MA tiene memoria corta, y absorbe rápidamente los impactos.

Absorción de impactos en un MA(1)



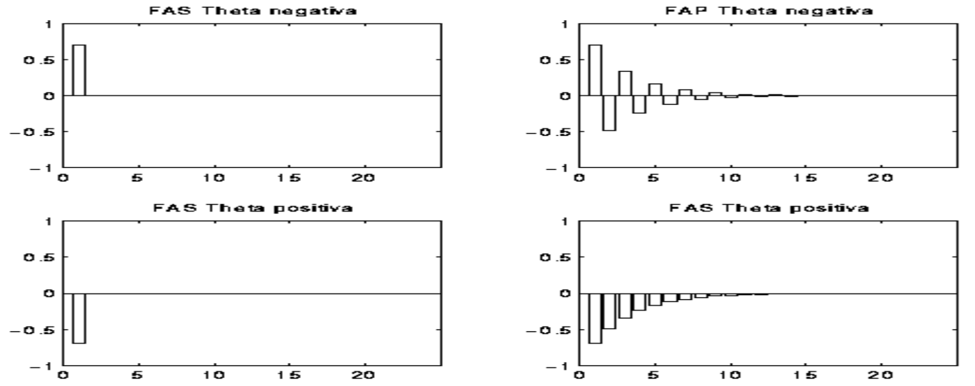
Serie AR(1) con $\rho = 0.9$ y un proceso MA(1) con $\theta = 0.9$.

En el período 50 les viene un impacto externo muy grande.

El impacto puede verse en el salto que da la serie. La serie AR, tarda en volver a su nivel, mientras que la serie MA vuelve inmediatamente, en dos observaciones.

FAS y FAP del MA(1)

Son como las de un AR(1) pero cambiadas



Estructura en la FAP y un palo en la FAS:

Theta positivo: palos hacia abajo del mismo signo

Theta negativo: Palos alternados, positivo-negativo....

MA(1)

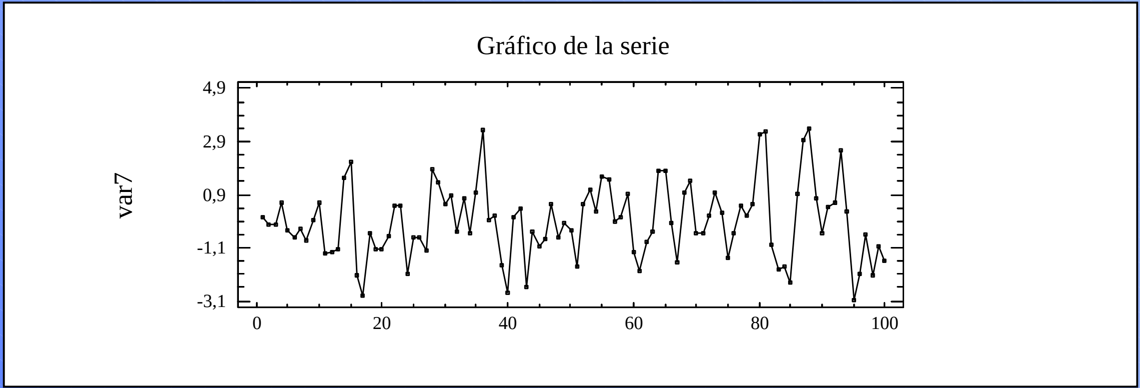
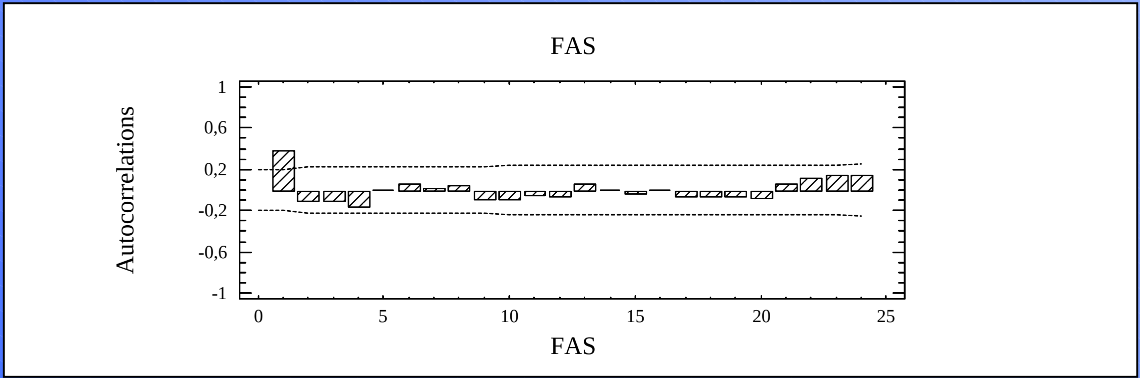
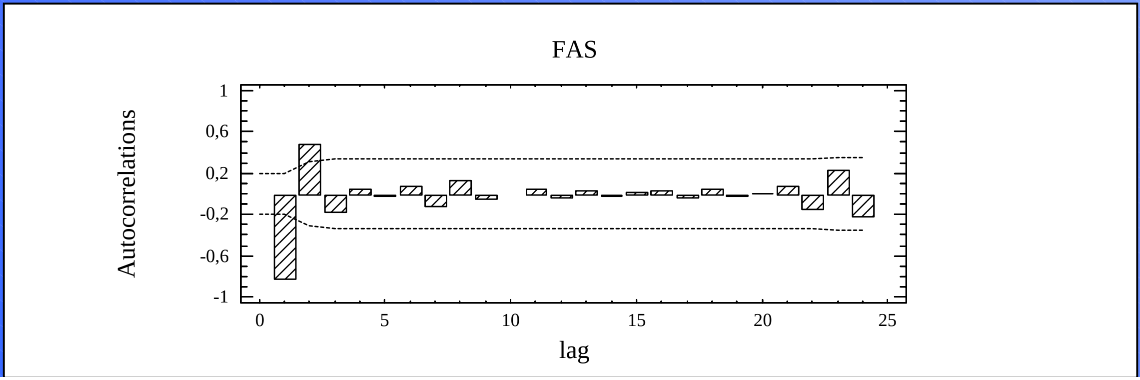


Gráfico de la serie
var7
4,9
2,9
0,9
-1,1
-3,1
0
20
40
60
80
100


FAS
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
FAS


FAS
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

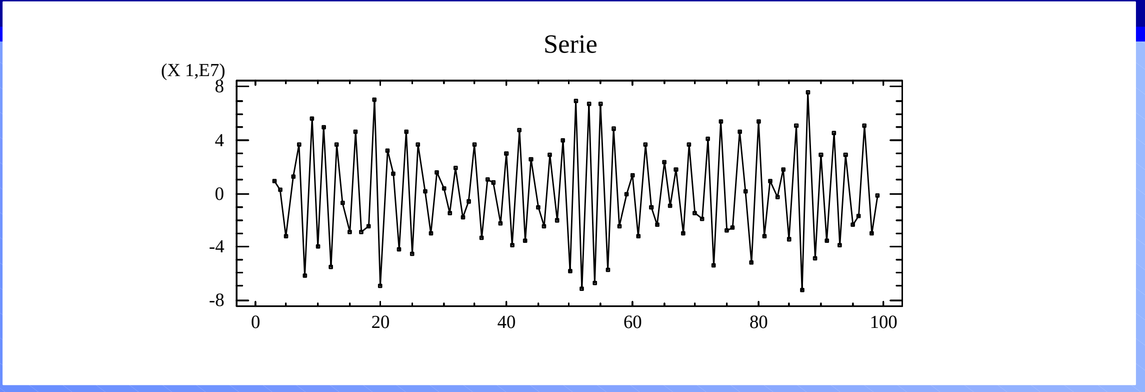
MA(2)

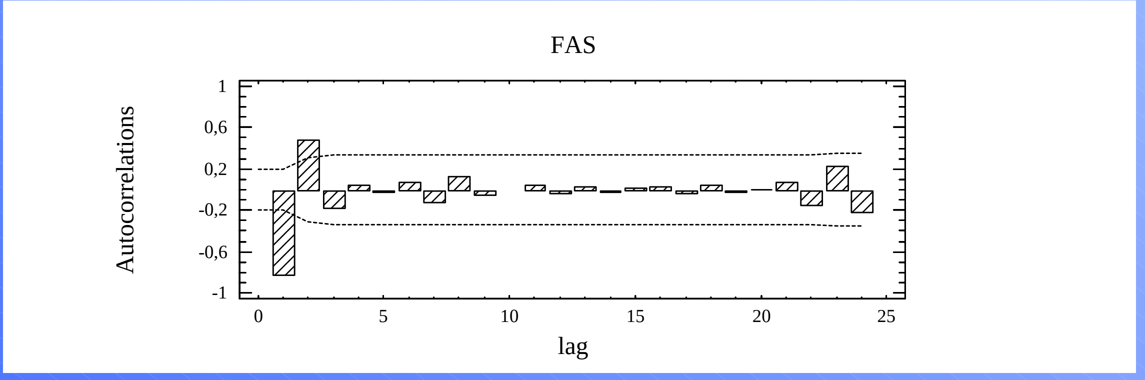
- El proceso de media móvil de orden 2 MA(2) tiene la siguiente ecuación:

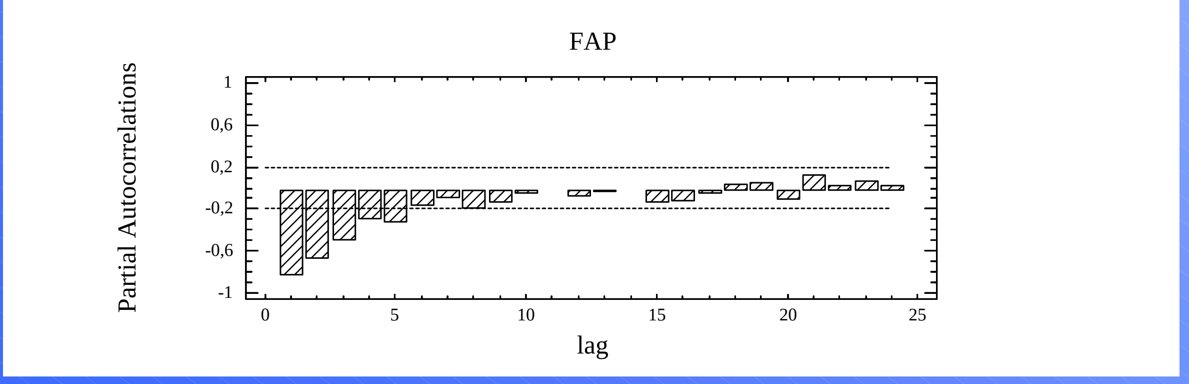
  - $z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$

  y tarda 2 períodos en absorber los impactos.
- Su FAS tendrá 2 palos significativos, y su FAP tendrá un decrecimiento.

MA(2)


Serie
(X 1,E7)
8
4
0
-4
-8
0
20
40
60
80
100


FAS
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


FAP
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

MA(q)

- El proceso de media móvil de orden superior MA(q) tiene la siguiente ecuación:

  - $z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$

y tarda q períodos en absorber los impactos.

- Su FAS tendrá q palos significativos, y su FAP tendrá un decrecimiento.

MA(q) con el operado retardo B

- $z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$

Como B $a_t = a_{t-1}$ y $B^k a_t = a_{t-k}$ aplicando el operador de retardos:

- $z_t = a_t - \theta_1 B a_t - \theta_2 B^2 a_t - \dots - \theta_q B^q a_t$

$$z_t = (\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

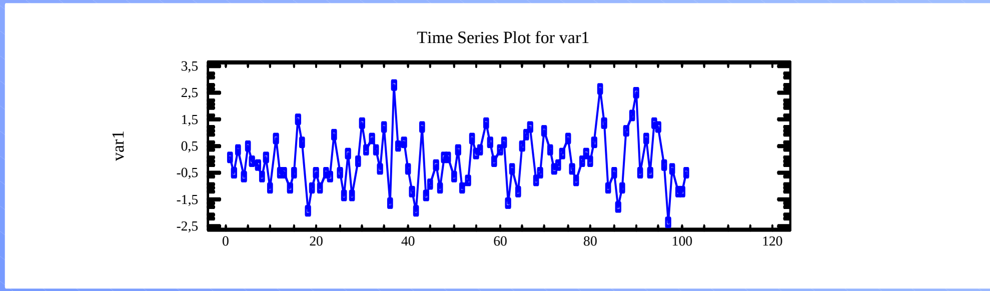
MA versus AR

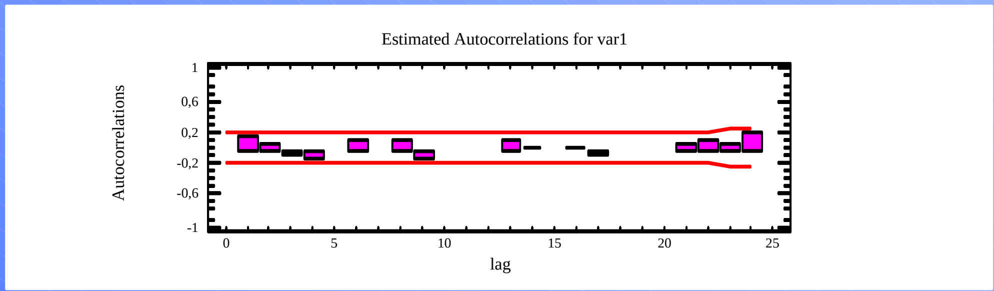
- **AR: tardan en absorber los impactos**
- **MA: absorben los impactos rápidamente.**

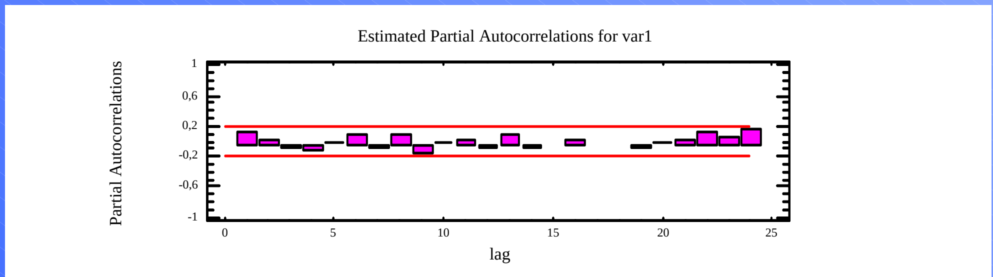
- **FAS:**
  - **AR: Mucha estructura decreciente**
  - **MA: Pocos palos**

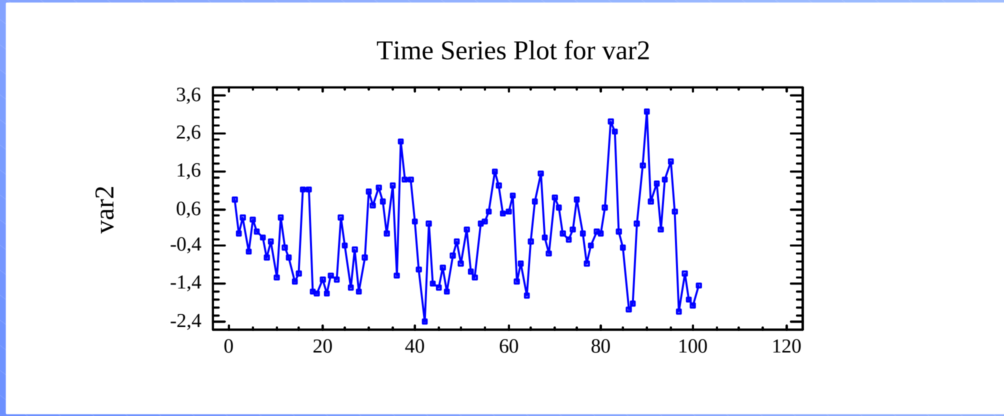
- **FAP:**
  - **AR: Pocos palos**
  - **MA: Mucha estructura decreciente**

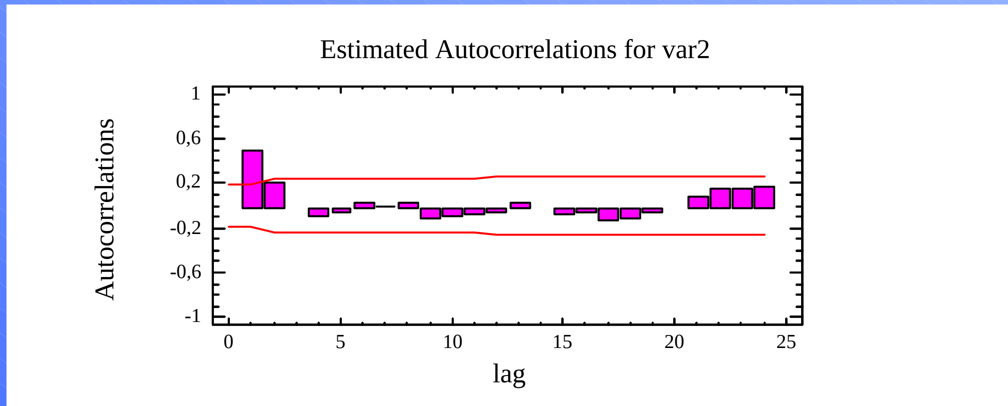
Ejercicios: ¿Qué puede ser esto?

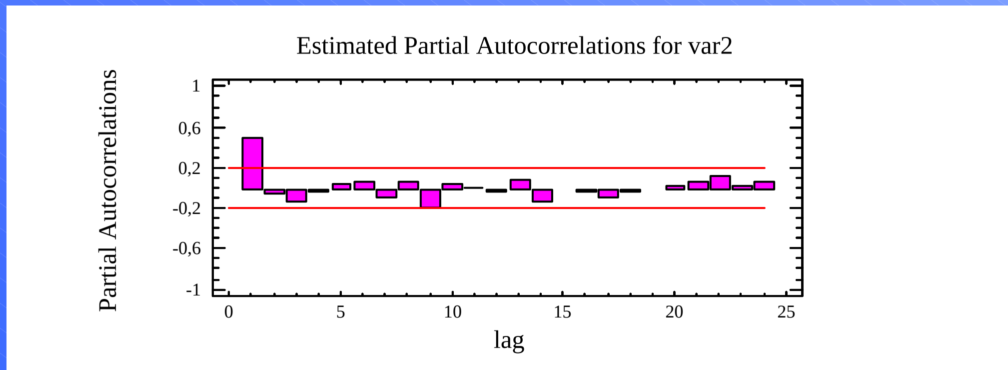

Time Series Plot for var1
var1
3,5
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
0
20
40
60
80
100
120

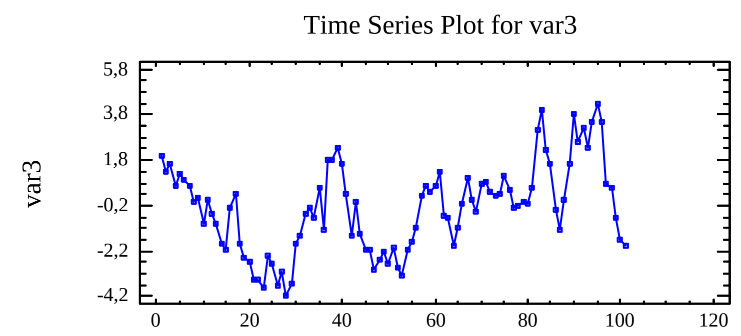

Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

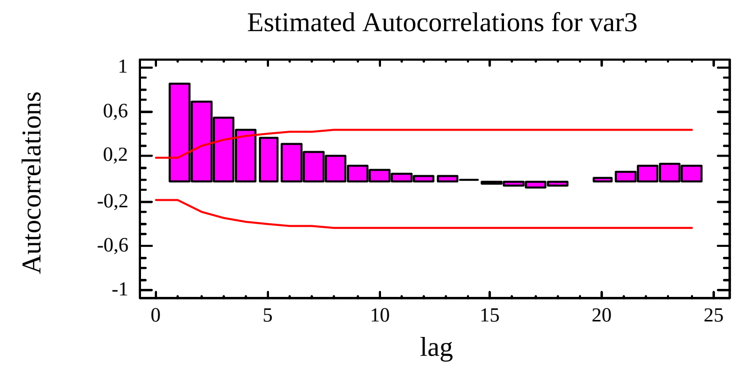

Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

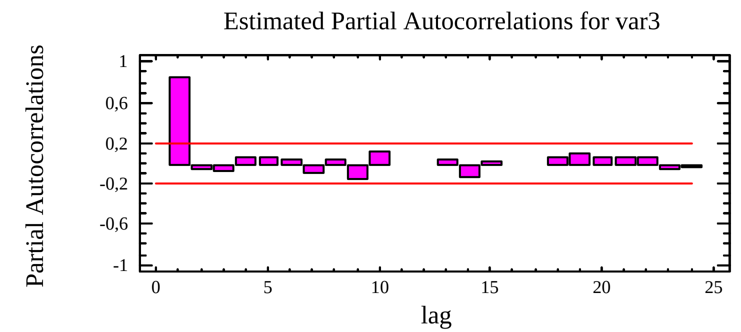

Time Series Plot for var2
var2
3,6
2,6
1,6
0,6
-0,4
-1,4
-2,4
0
20
40
60
80
100
120

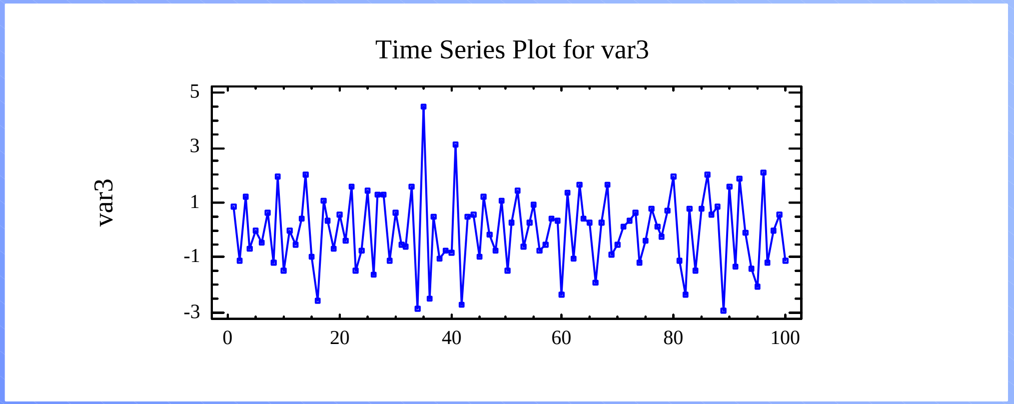

Estimated Autocorrelations for var2
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

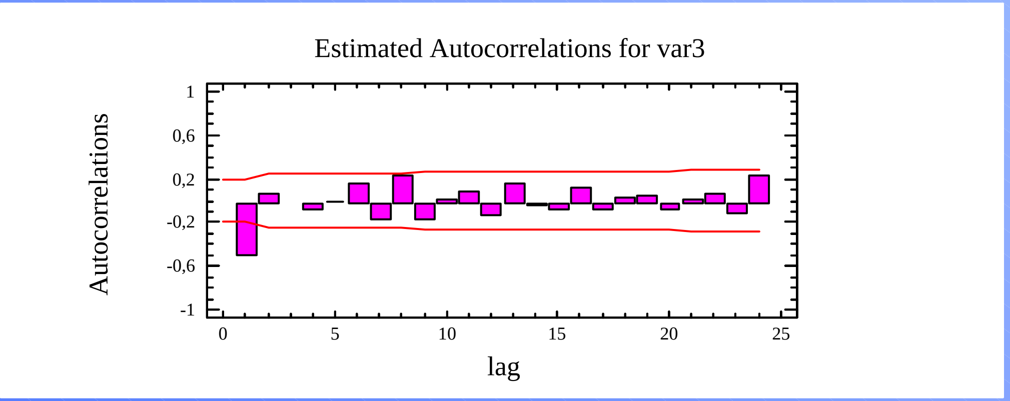

Estimated Partial Autocorrelations for var2
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

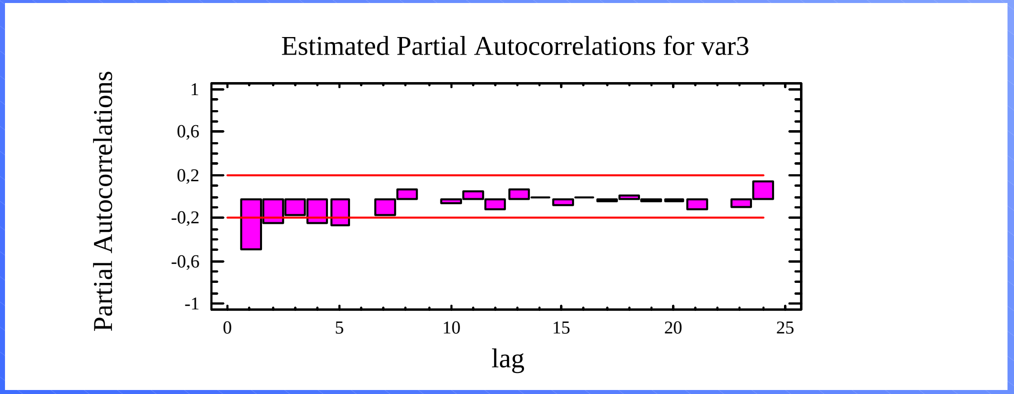

Time Series Plot for var3
var3
5,8
3,8
1,8
-0,2
-2,2
-4,2
0
20
40
60
80
100
120

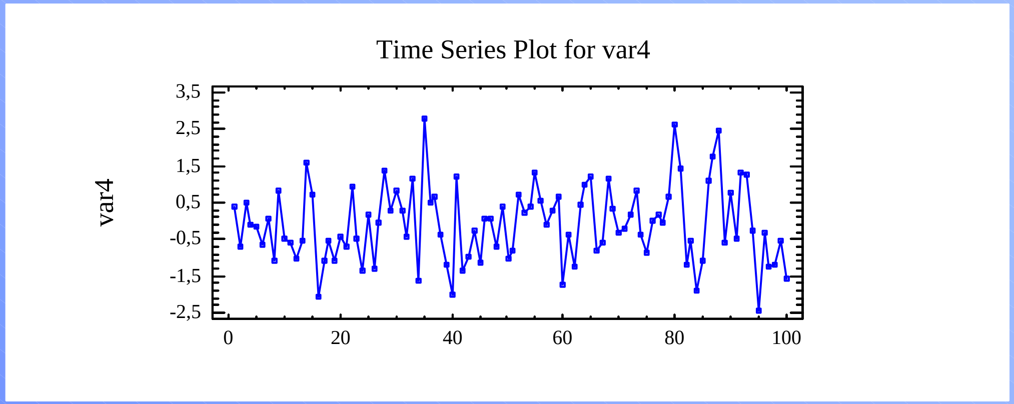

Estimated Autocorrelations for var3
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

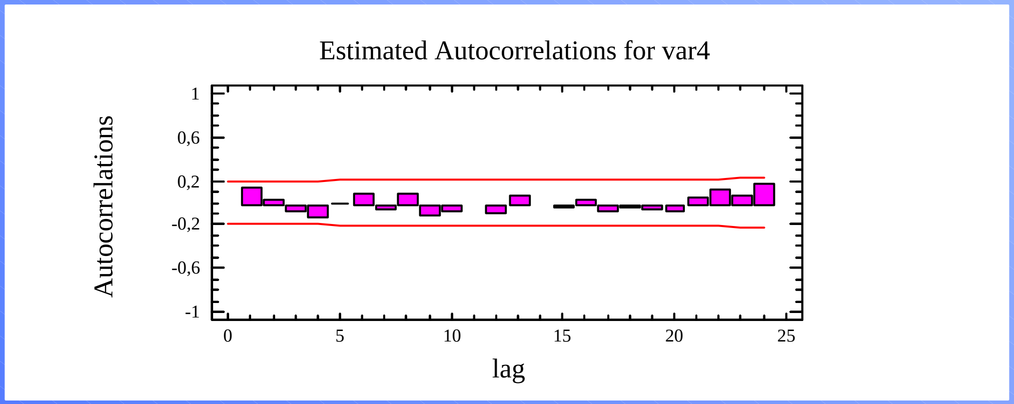

Estimated Partial Autocorrelations for var3
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

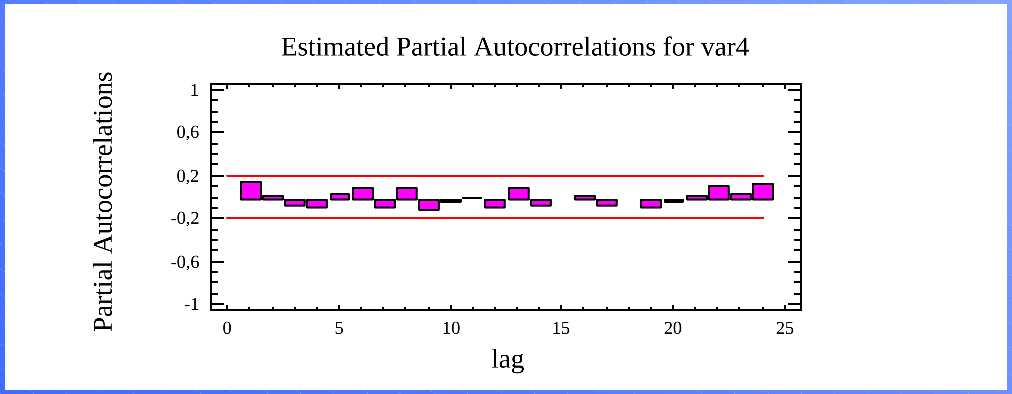

Time Series Plot for var3
var3
5
3
1
-1
-3
0
20
40
60
80
100

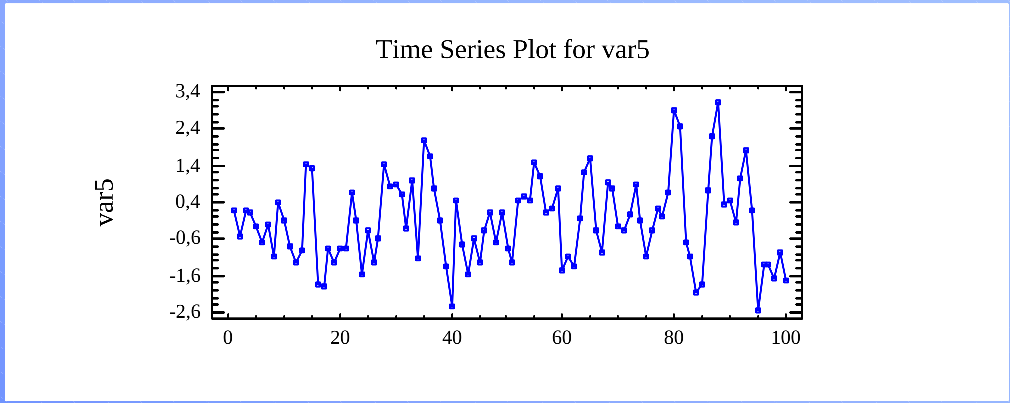

Estimated Autocorrelations for var3
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

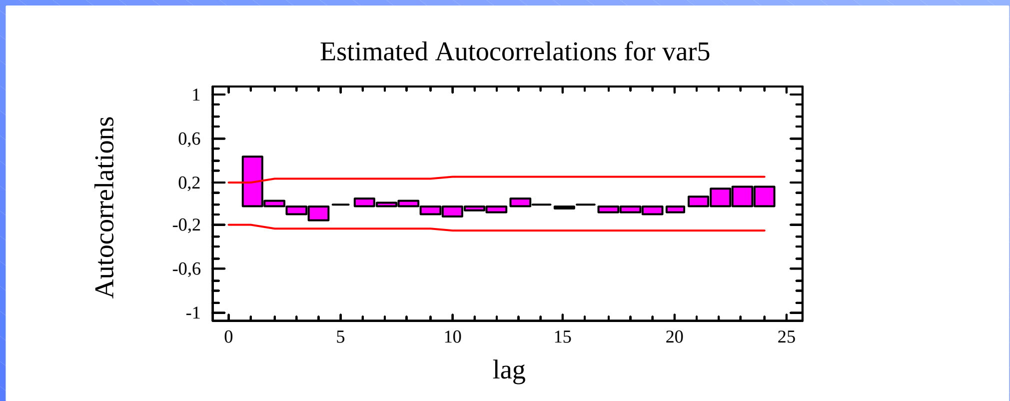

Estimated Partial Autocorrelations for var3
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

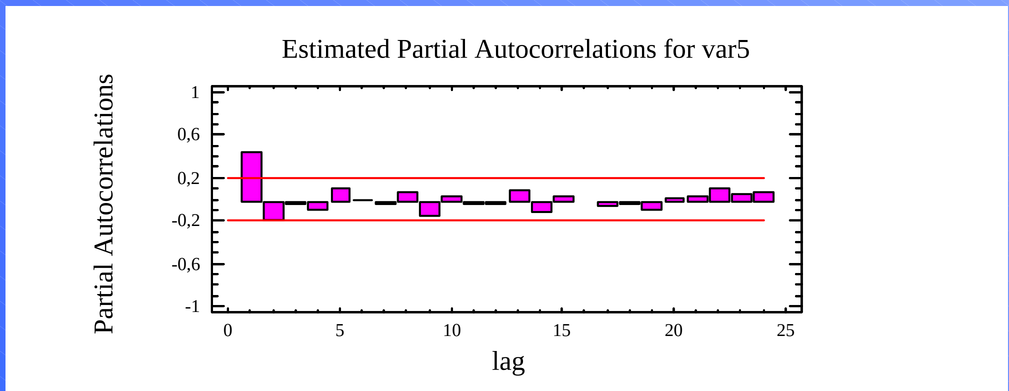

Time Series Plot for var4
var4
3,5
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
0
20
40
60
80
100

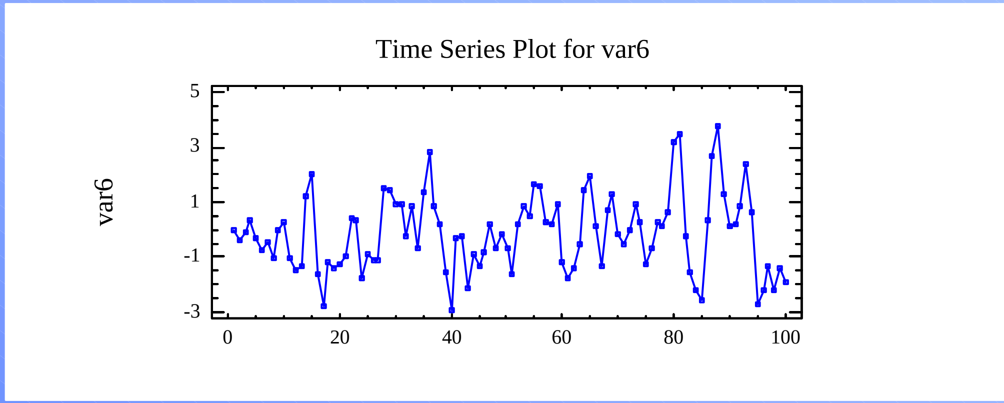

Estimated Autocorrelations for var4
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

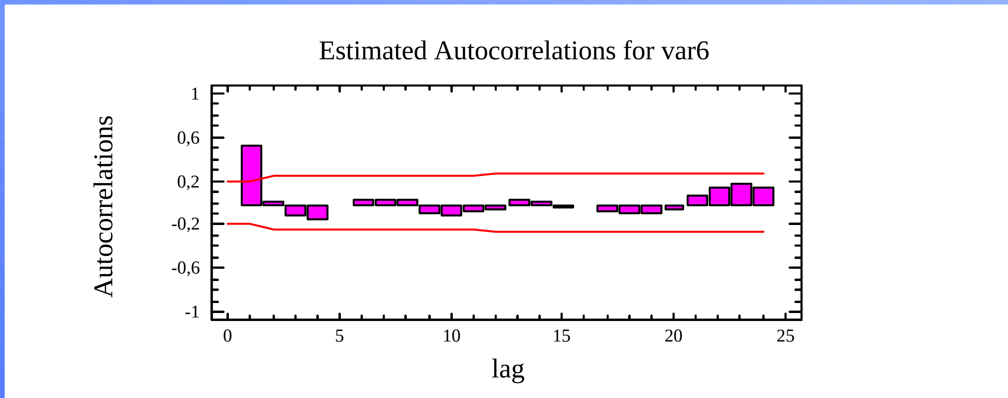

Estimated Partial Autocorrelations for var4
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

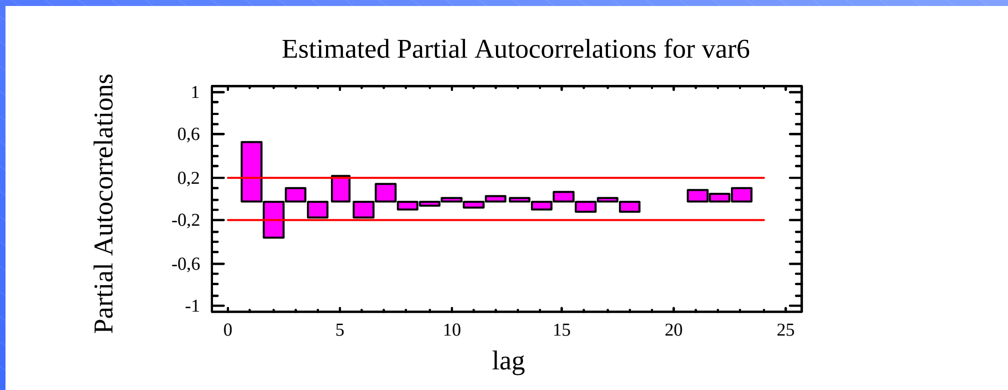

Time Series Plot for var5
var5
3,4
2,4
1,4
0,4
-0,6
-1,6
-2,6
0
20
40
60
80
100

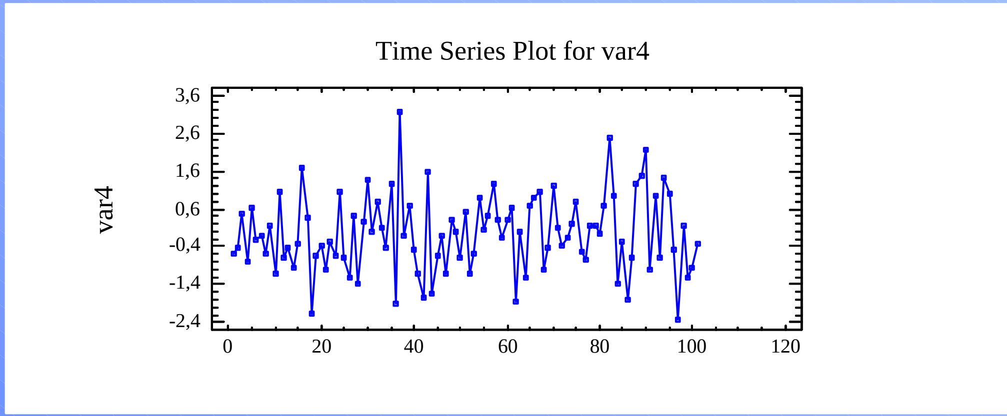

Estimated Autocorrelations for var5
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

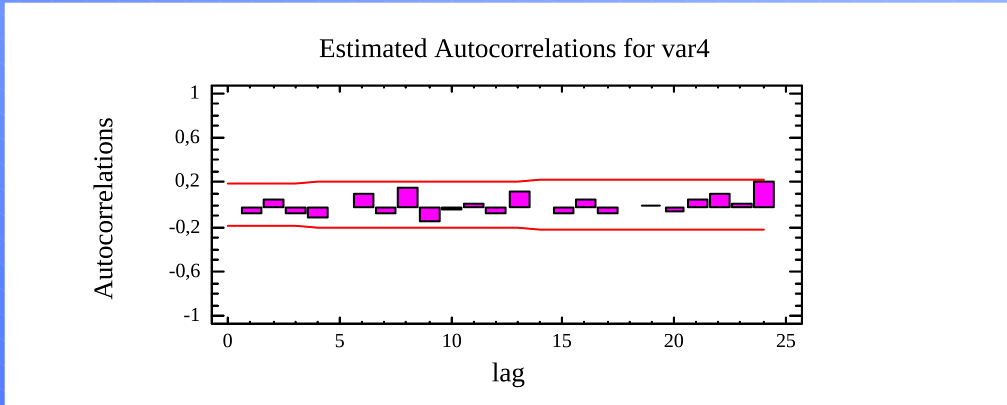

Estimated Partial Autocorrelations for var5
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

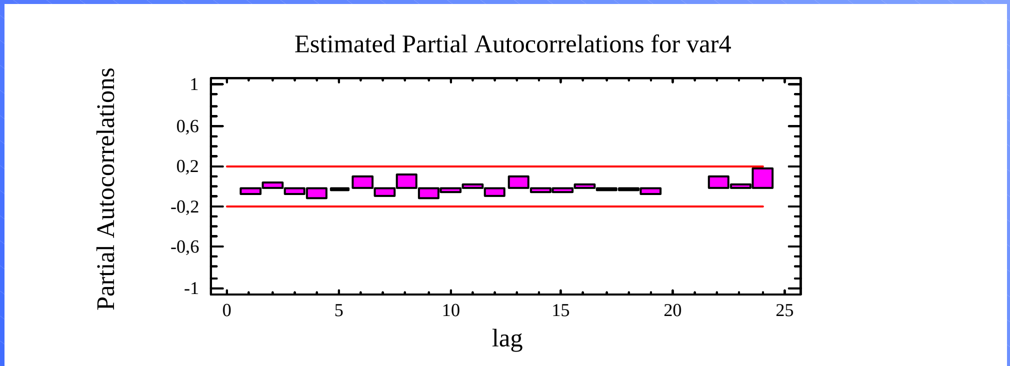

Time Series Plot for var6
var6
5
3
1
-1
-3
0
20
40
60
80
100

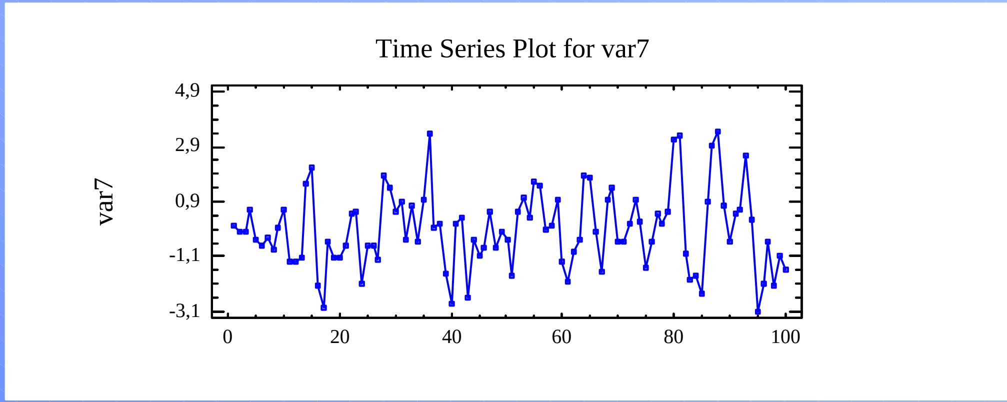

Estimated Autocorrelations for var6
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

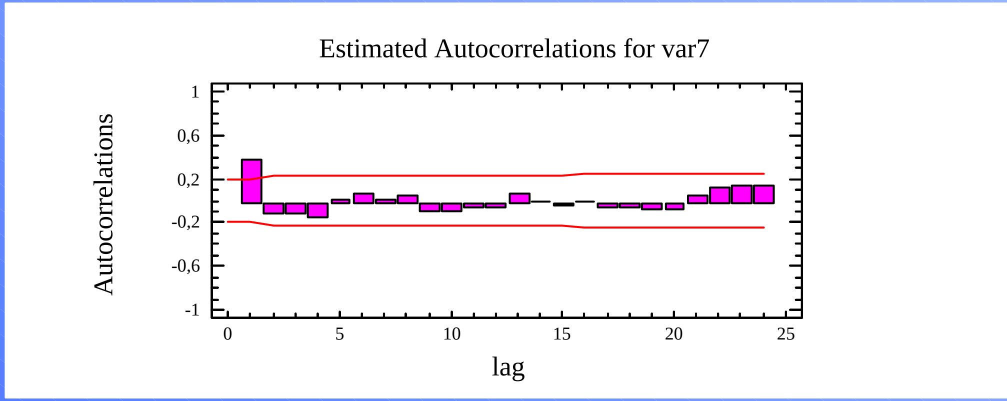

Estimated Partial Autocorrelations for var6
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

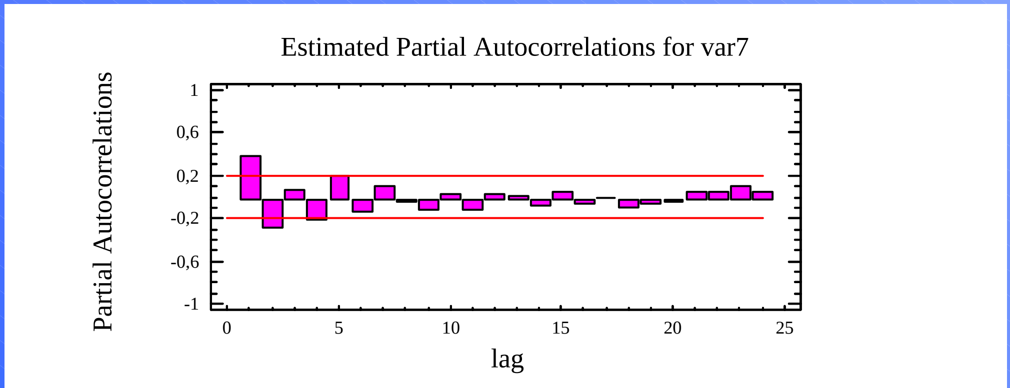

Time Series Plot for var4
var4
3,6
2,6
1,6
0,6
-0,4
-1,4
-2,4
0
20
40
60
80
100
120

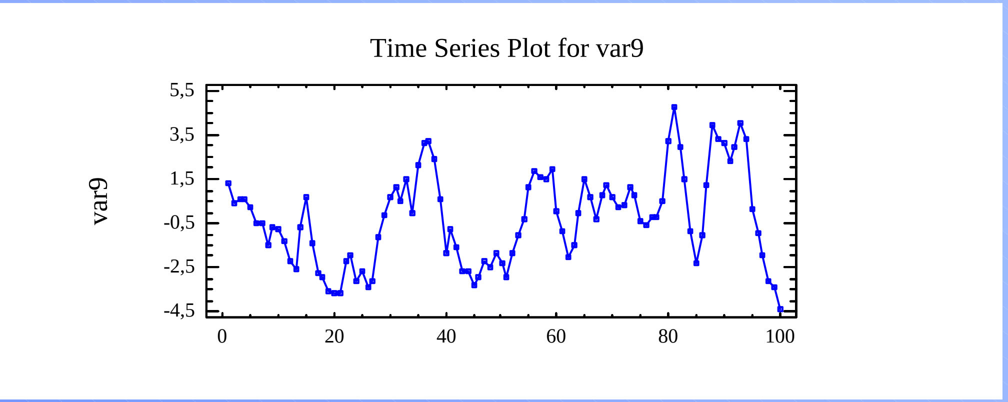

Estimated Autocorrelations for var4
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

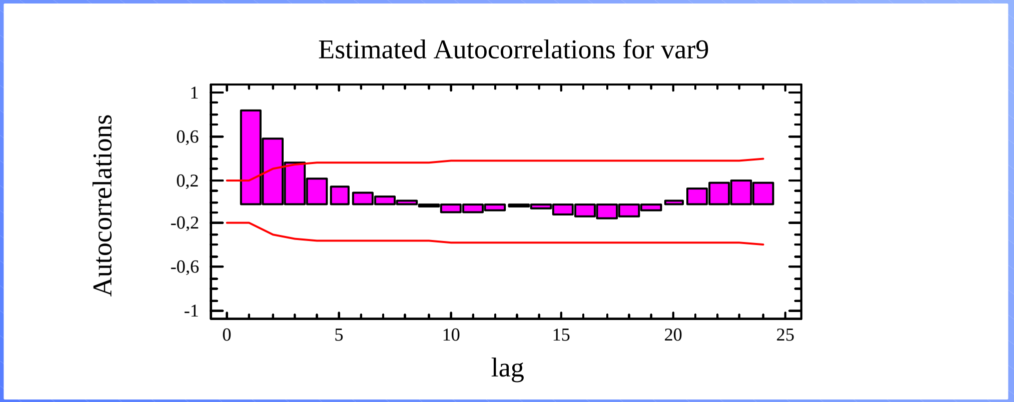

Estimated Partial Autocorrelations for var4
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

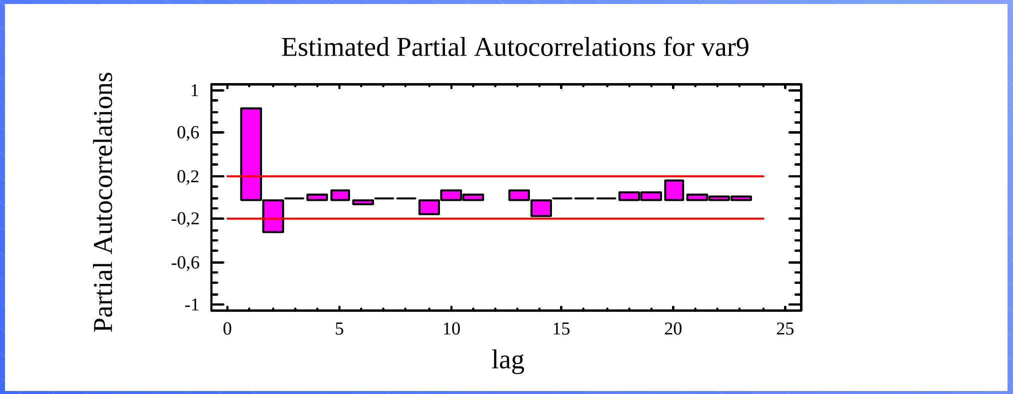

Time Series Plot for var7
var7
4,9
2,9
0,9
-1,1
-3,1
0
20
40
60
80
100

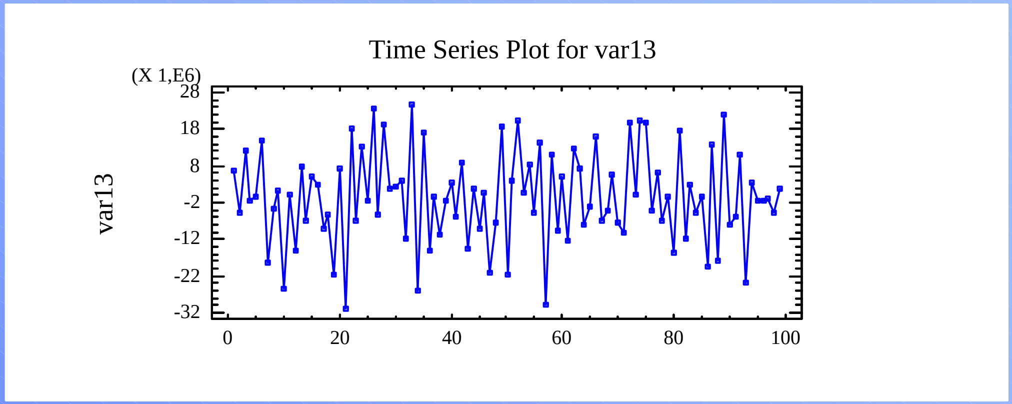

Estimated Autocorrelations for var7
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

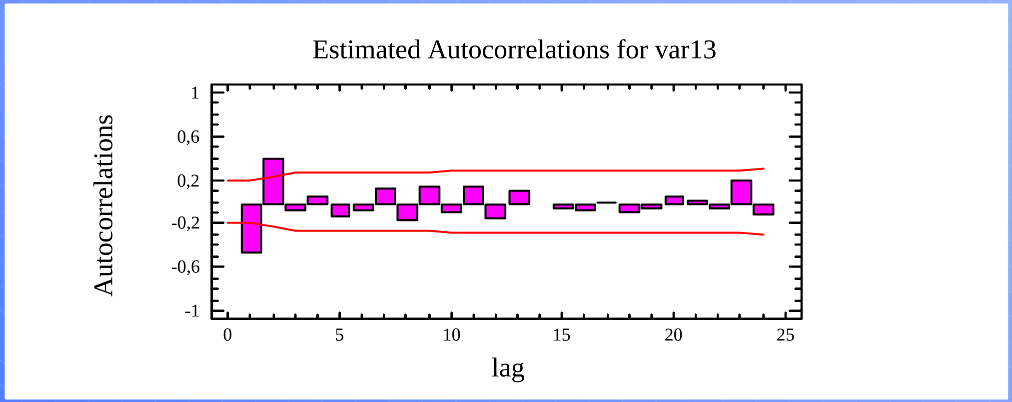

Estimated Partial Autocorrelations for var7
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

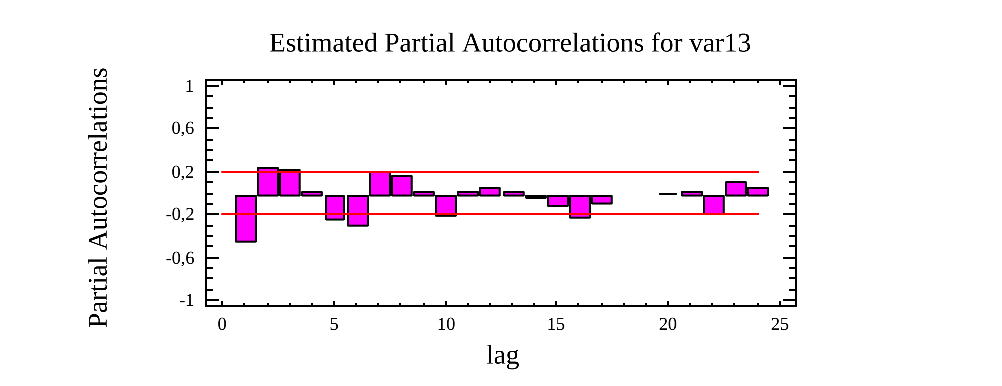

Time Series Plot for var9
var9
5,5
3,5
1,5
-0,5
-2,5
-4,5
0
20
40
60
80
100

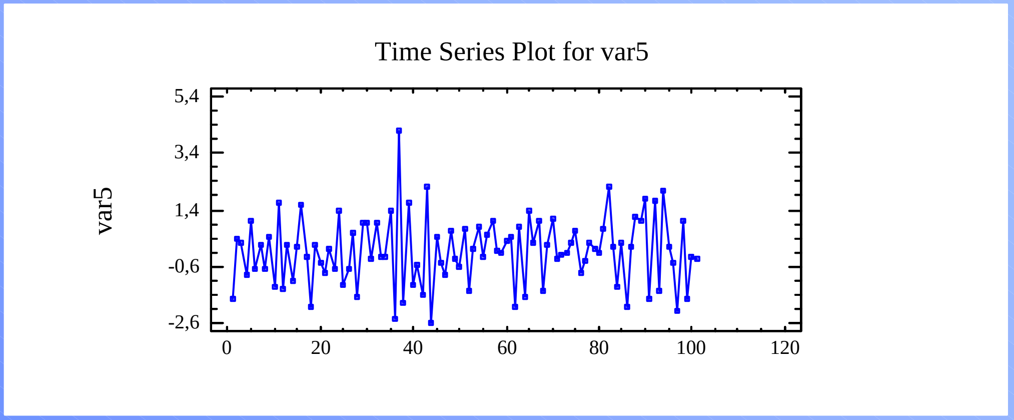

Estimated Autocorrelations for var9
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var9
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

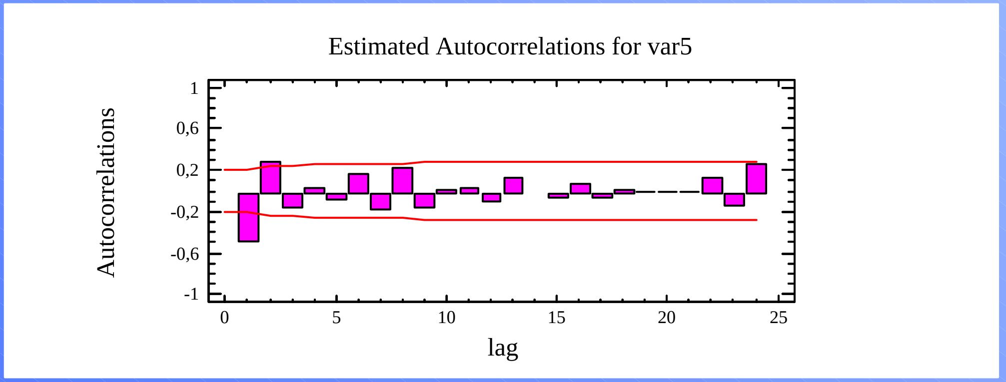

Time Series Plot for var13
(X 1,E6)
var13
28
18
8
-2
-12
-22
-32
0
20
40
60
80
100


Estimated Autocorrelations for var13
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

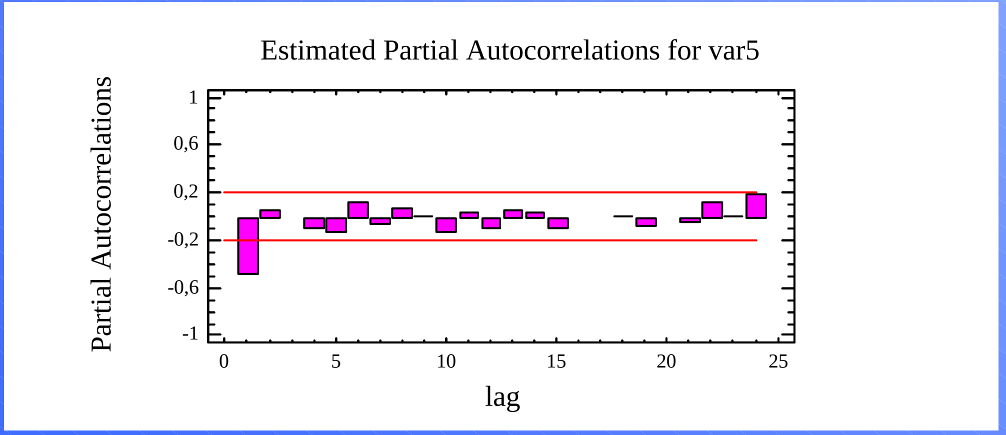

Estimated Partial Autocorrelations for var13
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



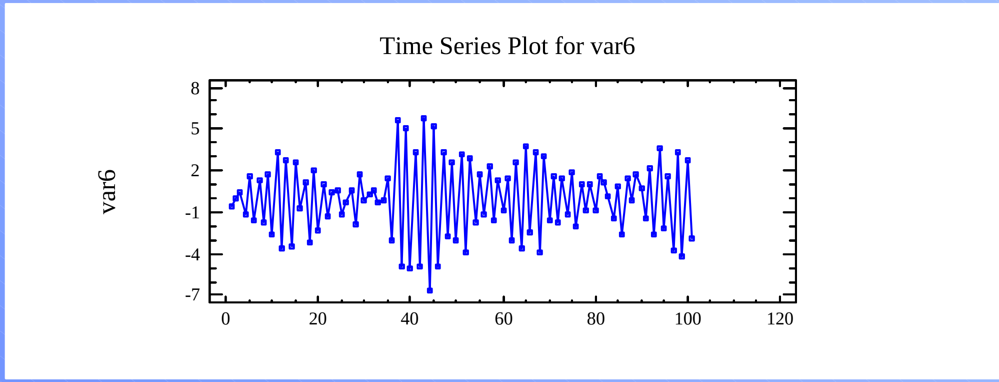
Time Series Plot for var5
var5
5,4
3,4
1,4
-0,6
-2,6
0
20
40
60
80
100
120



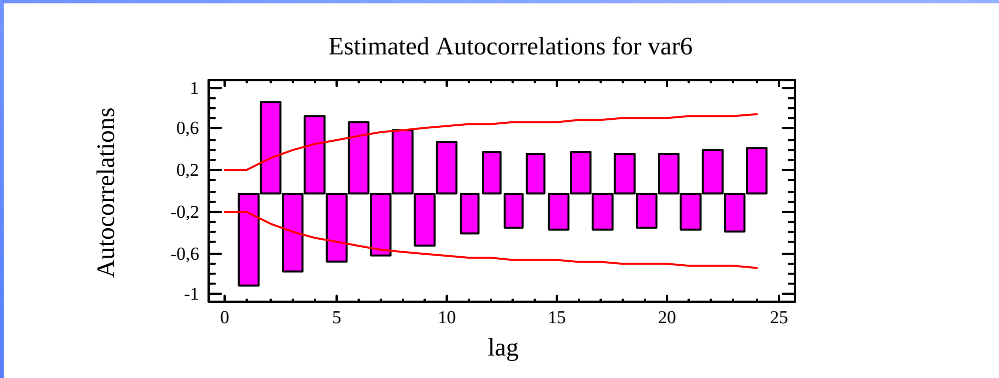
Estimated Autocorrelations for var5
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



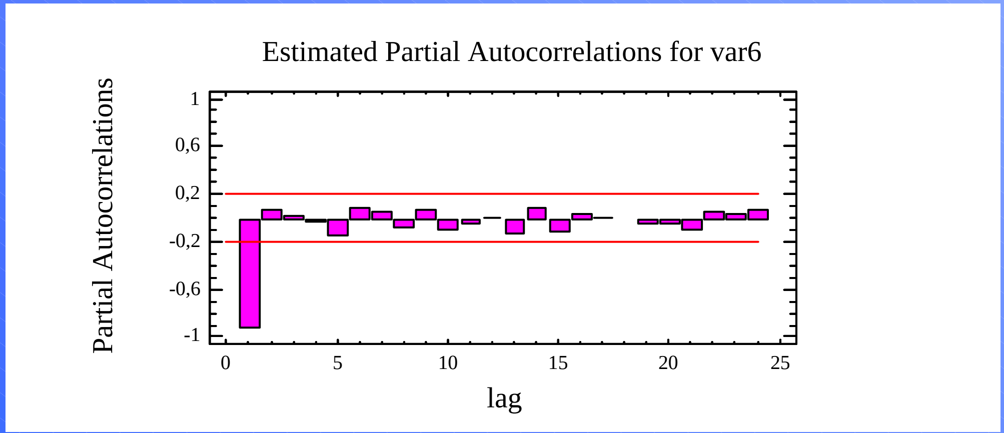
Estimated Partial Autocorrelations for var5
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



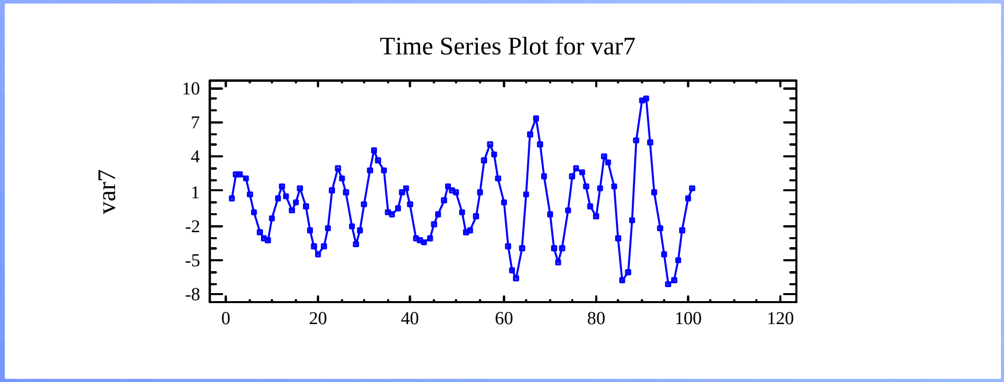
Time Series Plot for var6
var6
8
5
2
-1
-4
-7
0
20
40
60
80
100
120

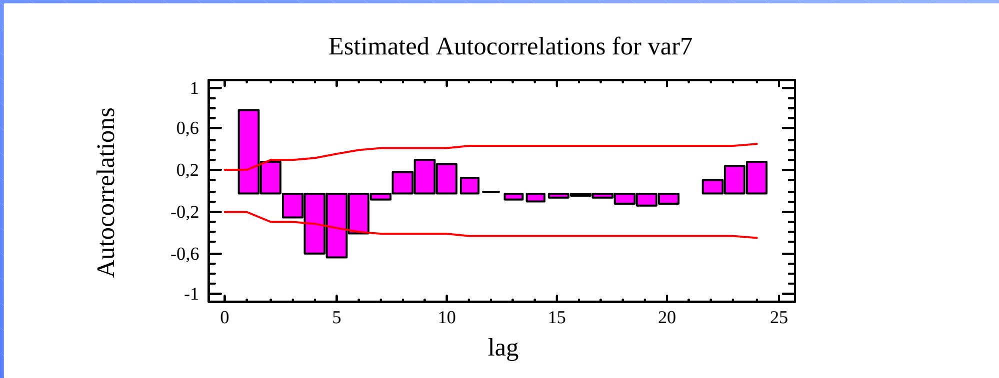


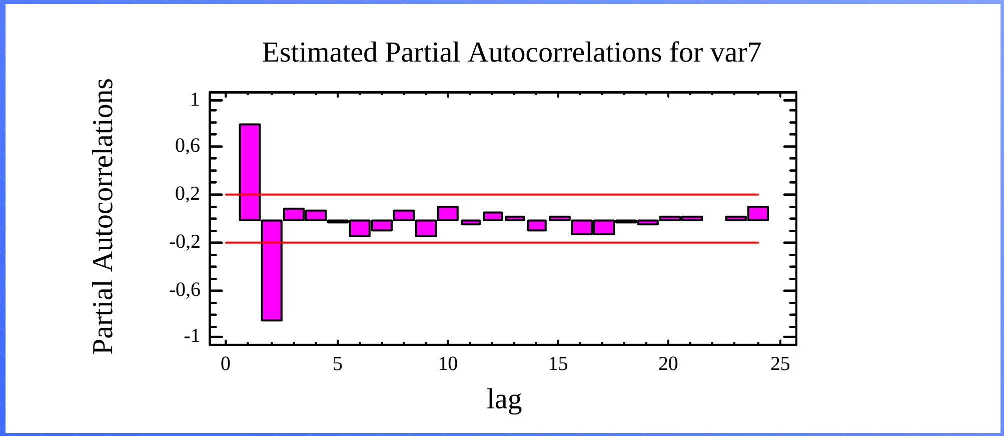
Estimated Autocorrelations for var6
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

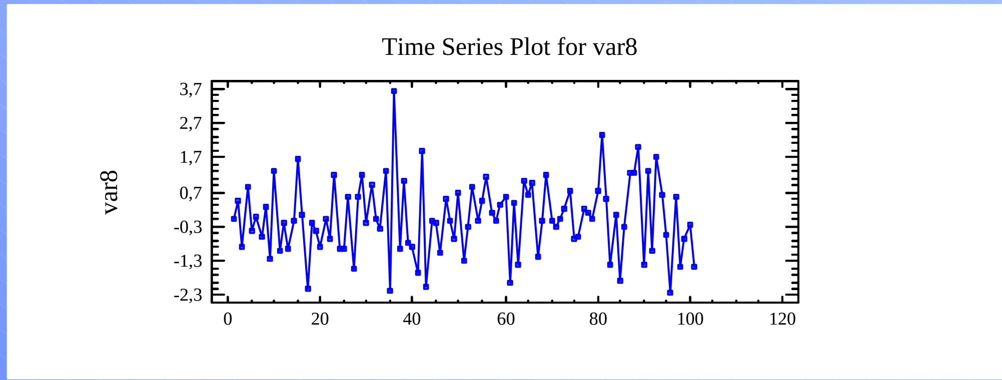


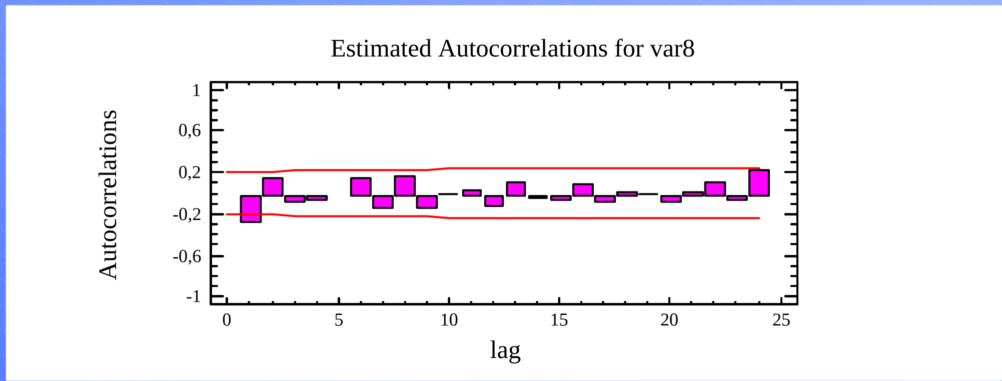
Estimated Partial Autocorrelations for var6
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

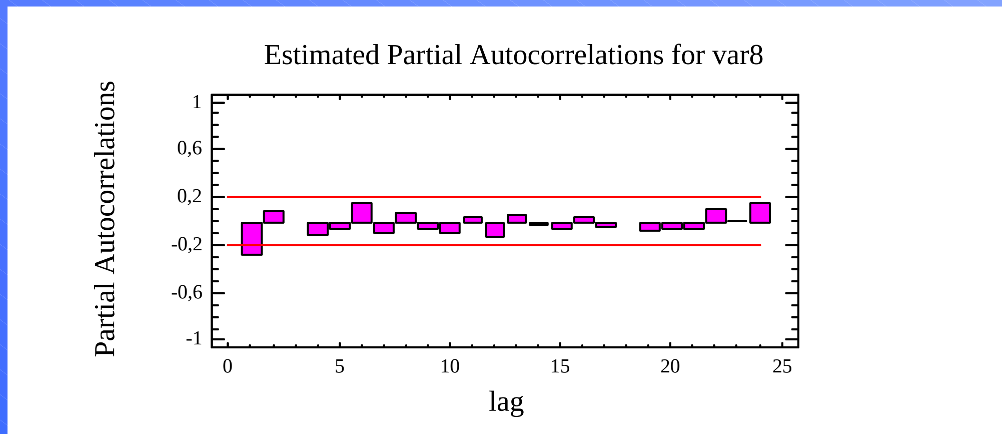

Time Series Plot for var7
var7
10
7
4
1
-2
-5
-8
0
20
40
60
80
100
120

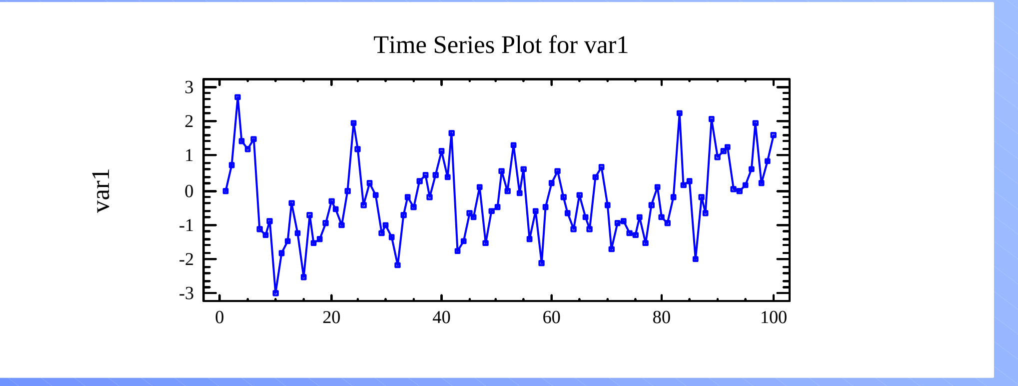

Estimated Autocorrelations for var7
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var7
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

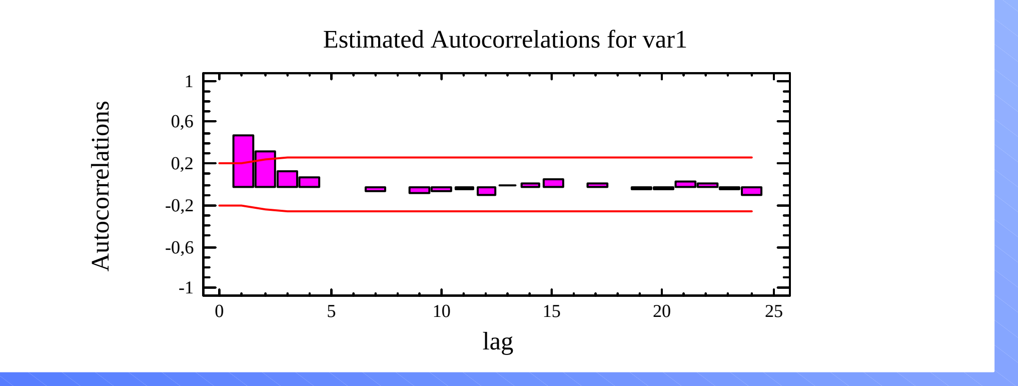

Time Series Plot for var8
var8
3,7
2,7
1,7
0,7
-0,3
-1,3
-2,3
0
20
40
60
80
100
120


Estimated Autocorrelations for var8
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

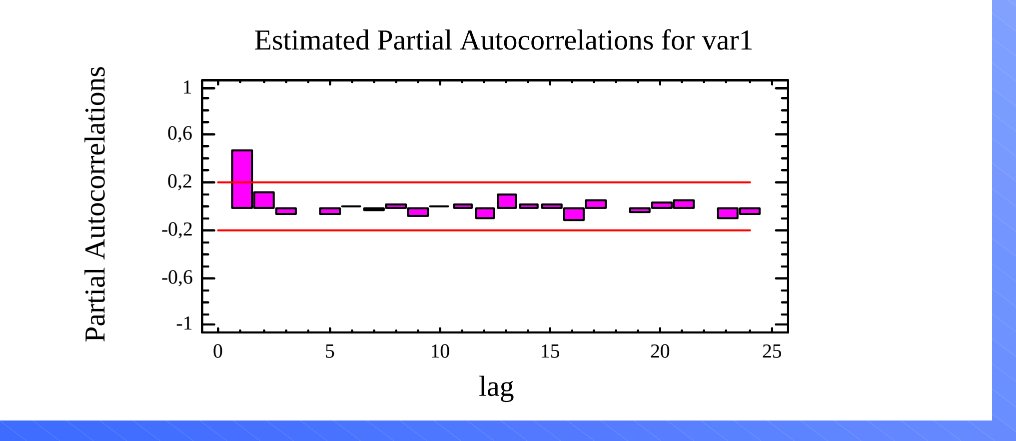

Estimated Partial Autocorrelations for var8
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



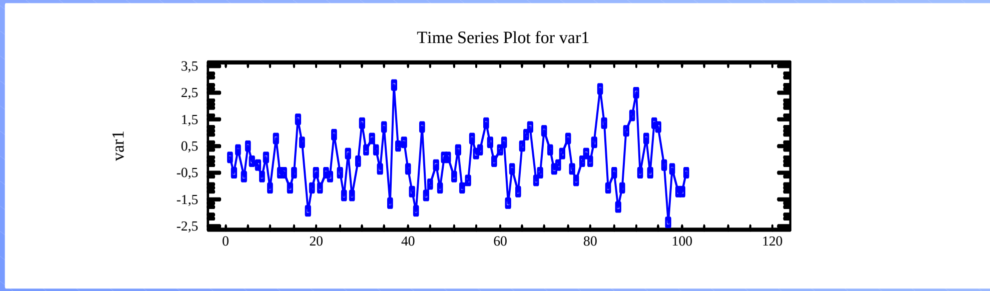
Time Series Plot for var1
var1
3
2
1
0
-1
-2
-3
0
20
40
60
80
100

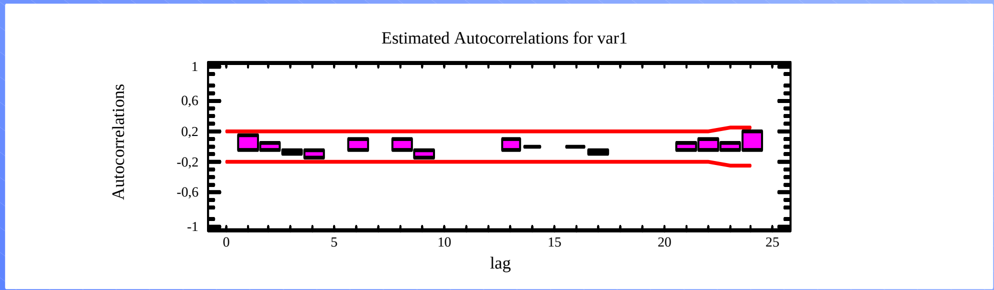


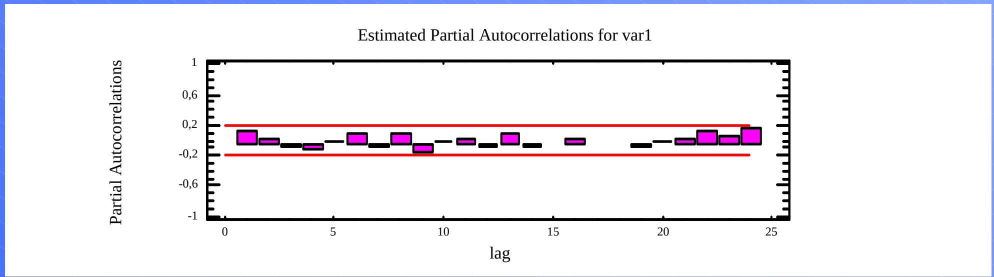
Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag



Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Time Series Plot for var1
var1
3,5
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
0
20
40
60
80
100
120


Estimated Autocorrelations for var1
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Estimated Partial Autocorrelations for var1
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

Modelos ARMA

- Muchas veces encontramos series que tienen parte AR y parte MA.
- La parte MA modeliza la absorción de impactos. La parte AR el efecto residual.

  - AR(1)+MA(1)=ARMA(1,1)

  - AR(p)+MA(q)=ARMA(p,q)

Modelos ARMA(p,q)

- **La FAS de un ARMA(p,q): Los primeros q palos dependen de la parte MA. Estos palos le van a permitir a la serie absorber rápidamente los impactos externos. A partir del retardo q se producirá un decrecimiento de los palos que vendrá dado por la estructura AR.**
- **La FAP de un ARMA(p,q): Los primeros p palos de la FAP dependen de la parte AR. A partir del retardo p se producirá un decrecimiento de los palos que vendrá dado por la estructura MA.**
- **Resumiendo la FAS y FAP de los procesos ARMA(p,q) tienen estructura en ambas funciones.**

Modelos ARMA(p,q)

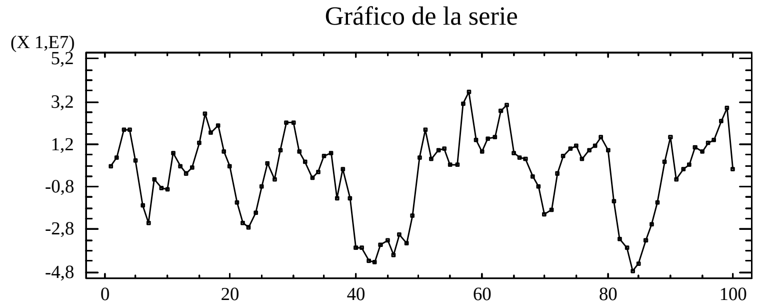
Un buen criterio para seleccionar modelos es decidir dónde hay más estructura.

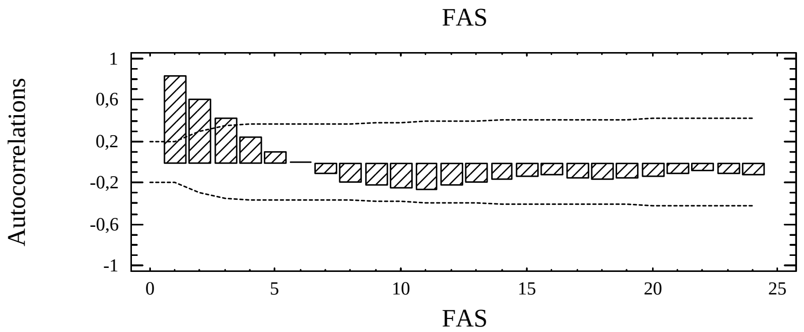
Si hay más en la FAS y en la FAP hay uno o dos palos tendremos un modelo AR.

Si hay más en la FAP y en la FAS hay uno o dos palos estaremos ante un MA

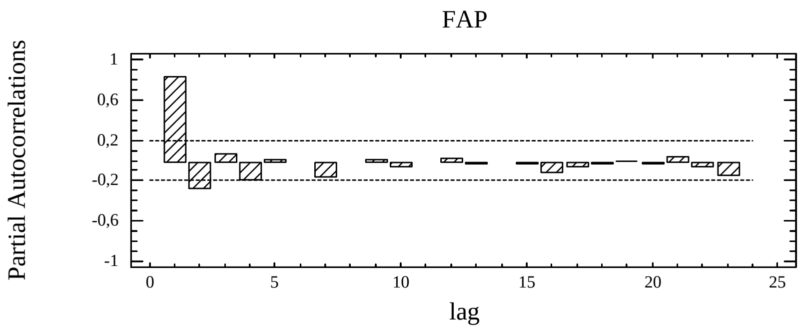
Si en ambas funciones hay mucha estructura, estaremos ante modelos ARMA.

Modelos ARMA





Estructura



Estructura

Modelos ARMA(p,q) en forma de polinomio

AR(p): $(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2+ \ldots + \phi_p B^p) z_t = a_t$

MA(q): $z_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q) a_t$

$$(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2+ \ldots + \phi_p B^p) z_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q) a_t$$

ARMA(p,q)

$$(1+ \phi_1 B) z_t = (1-\theta_1 B) a_t$$

ARMA(1,1)

Modelos ARMA(p,q) en forma de polinomio

$$(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2+...+ \phi_p B^p)z_t =(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q)a_t$$

ARMA(p,q)

$$(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2)z_t =(1-\theta_1 B)a_t$$

ARMA(2,1)

$$(1+ \phi_1 B)z_t =(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t$$

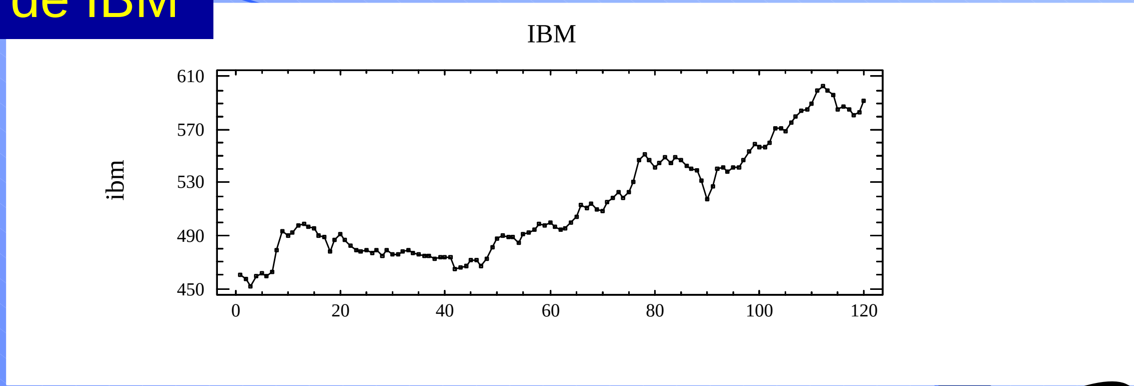
ARMA(1,2)

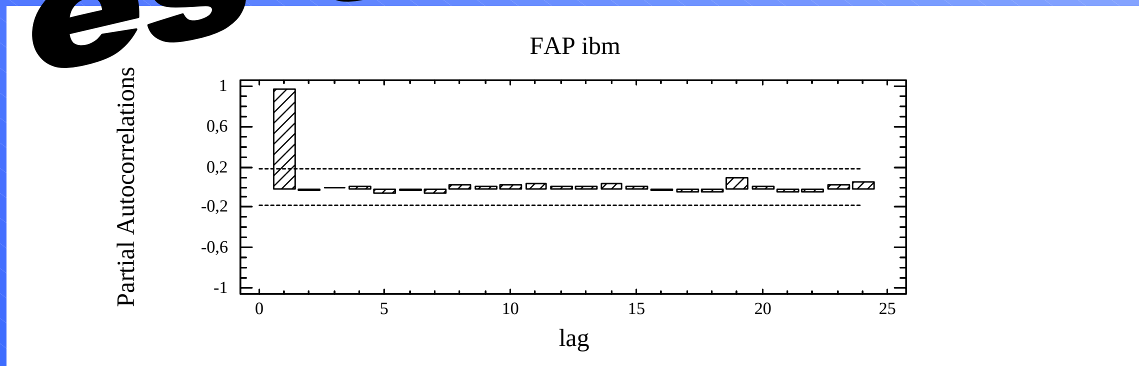
$$(1+ \phi_1 B+ \phi_2 B^2)z_t =(1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t$$

ARMA(2,2)

Series no estacionarias
Modelos ARIMA(p,d,q)

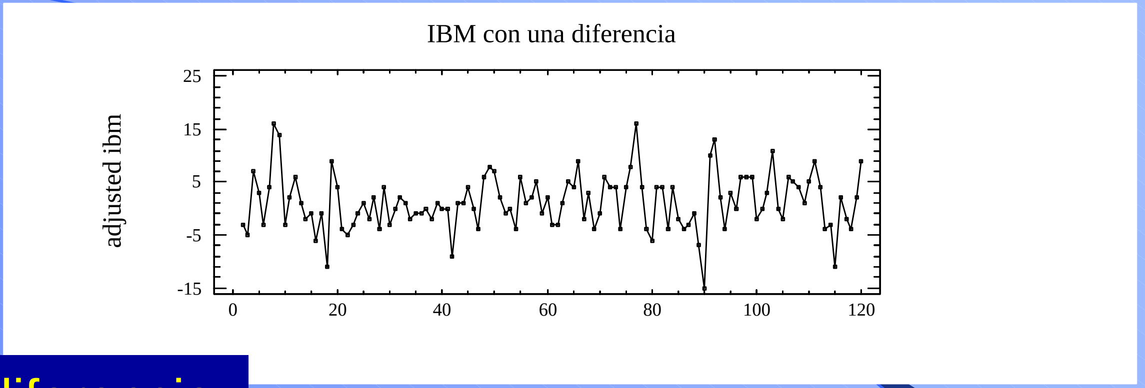
Cotizaciones de IBM





Tiene tendencia.

No es estacionaria



Tomando una diferencia

Estacionario y sigue un MA(1): La serie IBM con una diferencia sigue un MA(1) o ARMA(0,1).

IBM sigue un ARIMA(0,1,1)

lag

ARIMA(p,d,q):

p: orden del autorregresivo

q: orden del MA

d: Número de diferencias que hemos tenido que tomar para que la serie sea estacionaria

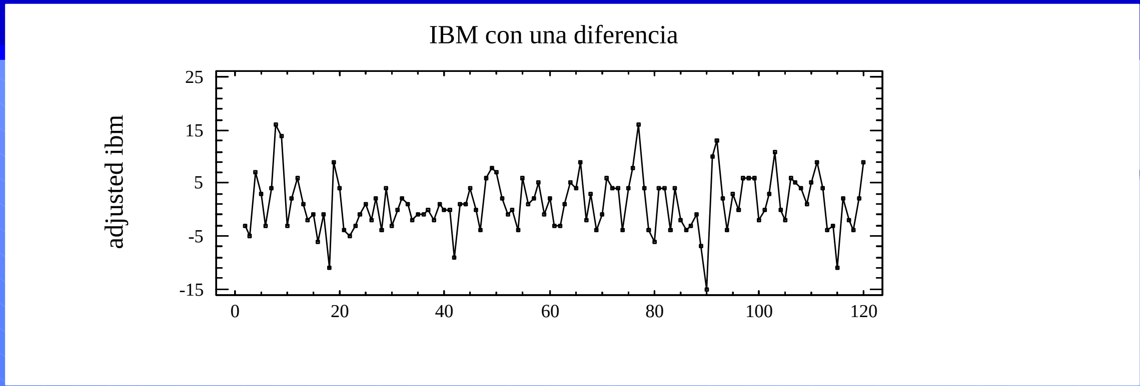
Estimación

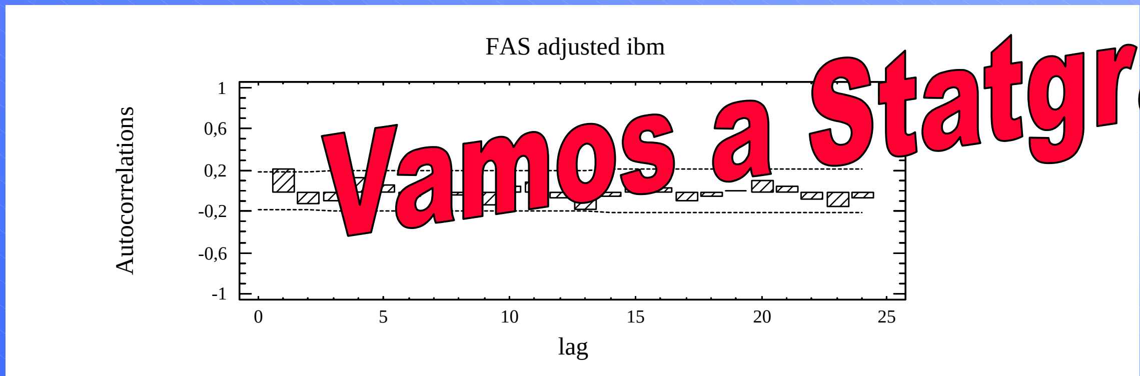
- Una vez identificada la serie, es decir, cuando se conoce el modelo ARIMA (p,d,q) que puede seguir, es preciso estimar los parámetros.
- La estimación de modelos ARIMA es compleja y utiliza algoritmos de optimización no lineales para calcular los valores de los parámetros utilizando el método de máxima verosimilitud.
- El resultado de la estimación es una tabla análoga a la de regresión.
- Esta tabla proporciona los valores estimados de los parámetros, sus errores estándar y estadísticos t.

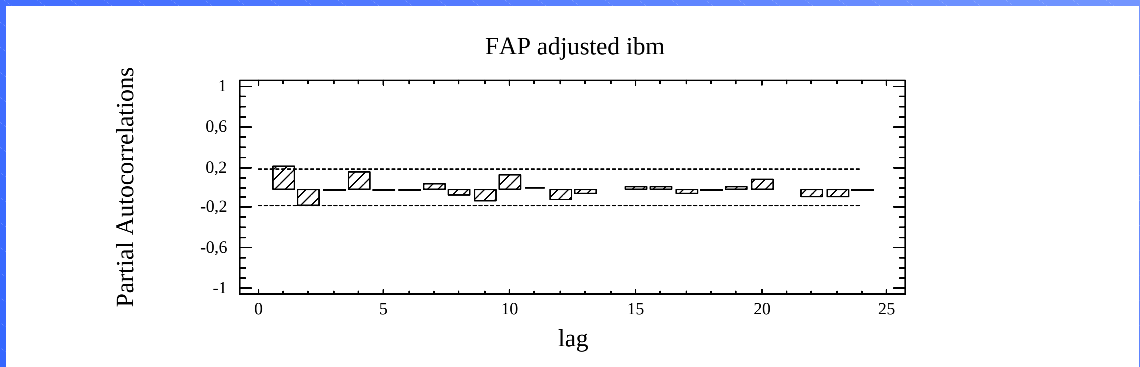
Vamos a ajustar un modelo a la serie de IBM

- **IBM no es estacionaria debido a su tendencia.**
- **Tomamos por tanto una diferencia regular a la serie IBM.**
- **Una serie a la que se le ha tomado una diferencia regular se representa mediante una ∇.**
- **La serie IBM con una diferencia será, por tanto, ∇ IBM.**

Recordando IBM







IBM es un ARIMA(0,1,1)

Vamos a Statgraphics

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t
MA(1)	-0,270708	0,0908496	-2,97974
Mean	1,12023	0,583698	1,91919
Constant	1,12023		

$$\nabla\, IBM_t = a_t + 0.27\, a_{t-1}$$

Std. Error (0.09)

T (-2.97)

El ajuste indica que θ es significativamente distinta de 0, ya que la t es mayor que 2 en valor absoluto.

Si hubiésemos estimado un MA(2), la ecuación obtenida habría sido

$$\nabla\, IBM_t = a_t + 0.23\, a_{t-1} - 0.07\, a_{t-2}$$

Std. Error (0.09) (0.09)

T (-2.46) (0.75)

que indica que θ_2 no es significativa.

El proceso de estimación consiste en encontrar los valores numéricos para los parámetros que mejor se ajusten a nuestros datos.

En nuestro caso vemos que ∇ IBM sigue un modelo MA(1).

Al probar el MA(2) el valor de θ_2 no sale significativo.

Esto equivale a pensar que θ_2 vale realmente cero: $\theta_2=0$.

Diagnosis

Serie con estructura

Modelo Correcto

Serie sin estructura

Ruido Blanco

Diagnosis

- Si una serie está bien identificada, y se le ajusta el modelo correcto, los residuos de la serie deben carecer completamente de estructura.

Diagnosis

Si la serie está bien ajustada sus residuos deben ser ruido blanco.

1. FAS y FAP de los residuos.

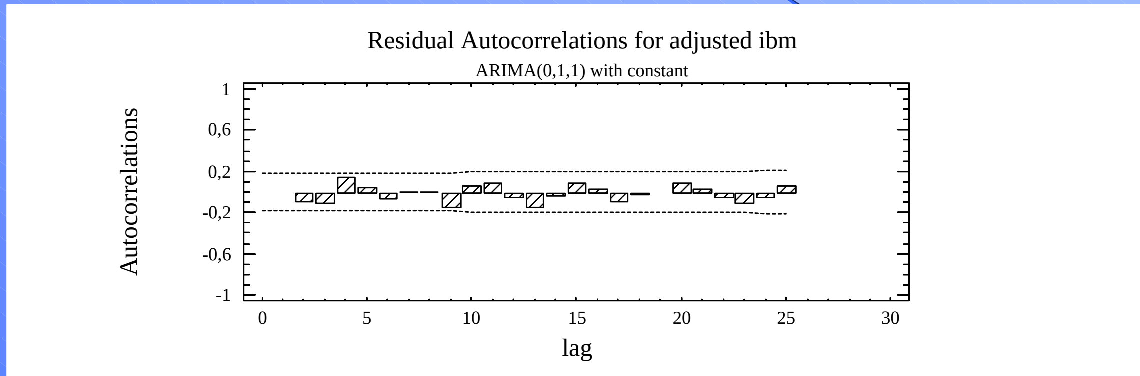
   Serie está bien ajustada, FAS y la FAP de los residuos debe ser nula. En la práctica debemos comprobar que los palos de las funciones no son significativos.

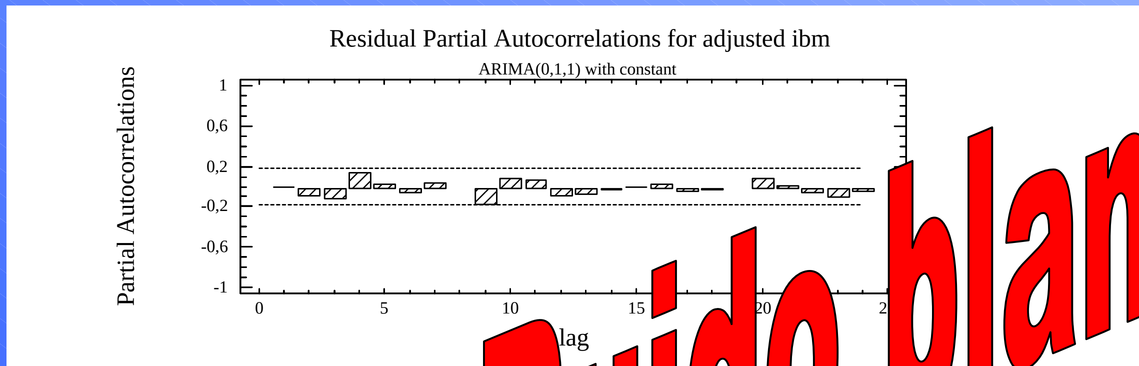
2. Test de Box-Pierce

   Proporciona información sobre si los primeros palos de la función de autocorrelación simple de los residuos son cero o no

3. Test de rachas y estructuras extrañas en los residuos.

Diagnosis IBM



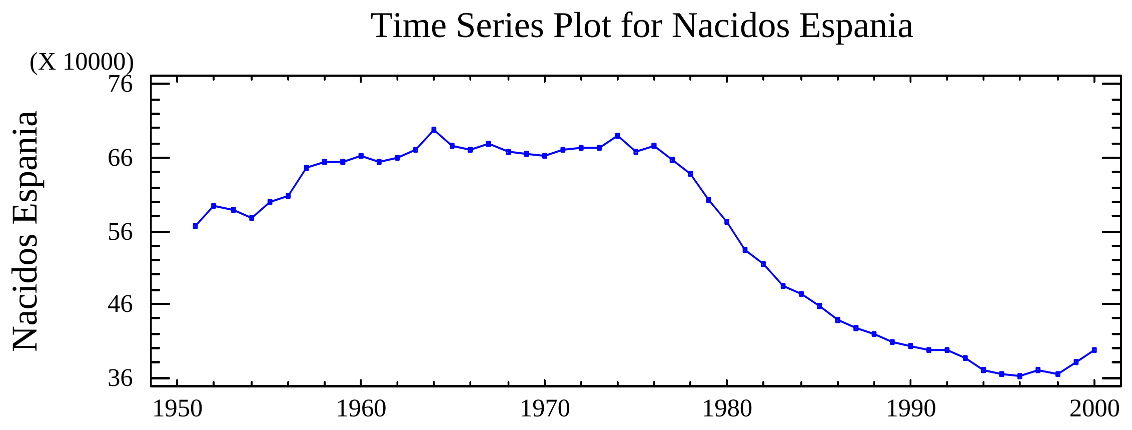


¿Ruido blanco?

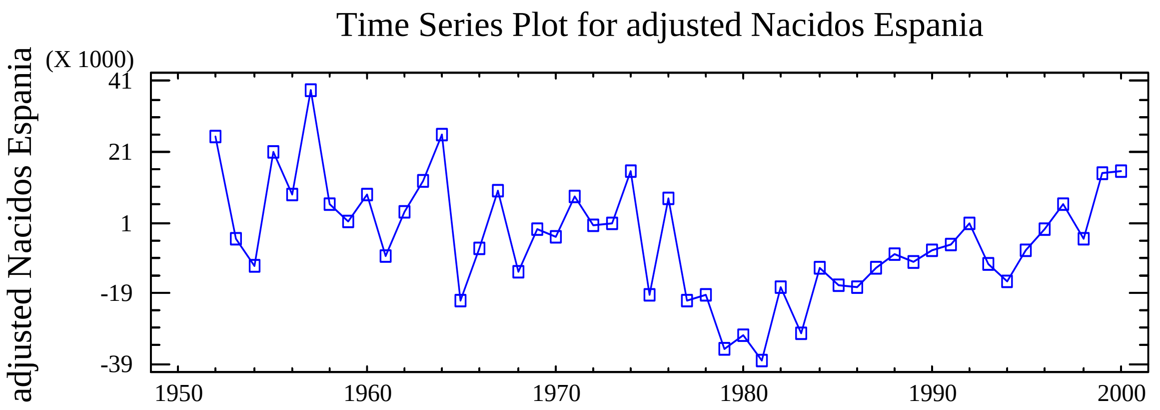
Diagnosis IBM

- El test de Box-Pierce para los 24 primeros palos de la FAS da un valor de 18.63 con un p-valor de 0.72.
- Este resultado debe interpretarse como que no hay evidencia para rechazar que los residuos sean ruido blanco.
- El test de Box-Pierce indica problemas cuando el p-valor se hace menor de 0.05. Cuanto mayor sea, hay más evidencia a favor de que los residuos son ruido blanco.
- Finalmente los test de rachas no indican nada anormal en los residuos. Podemos por tanto asumir que el modelo ARIMA (0, 1, 1) es adecuado para modelizar los datos de IBM.

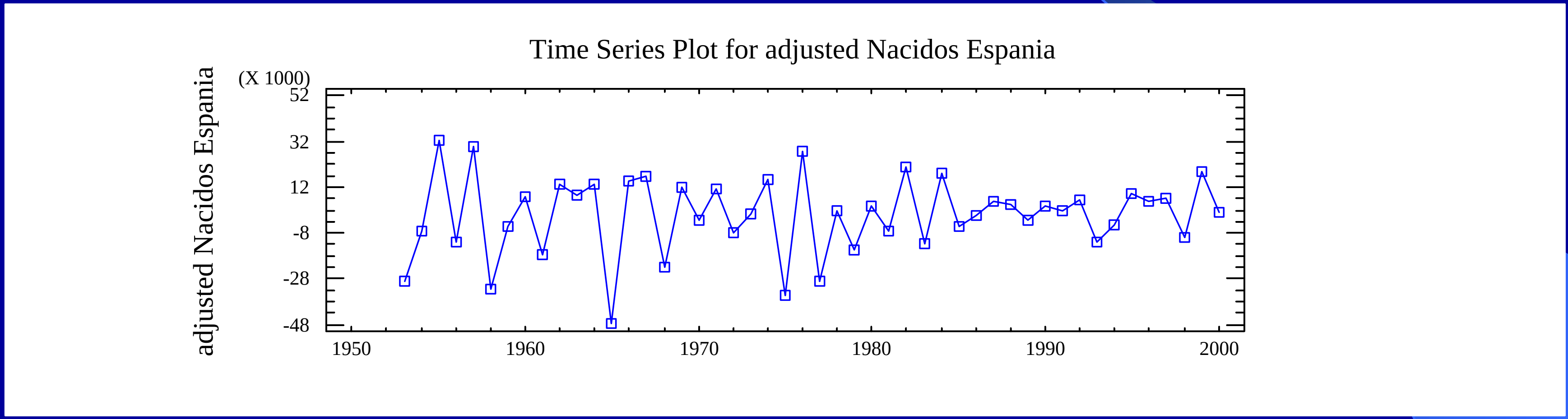
Ejercicios: ¿Qué puede ser esto?



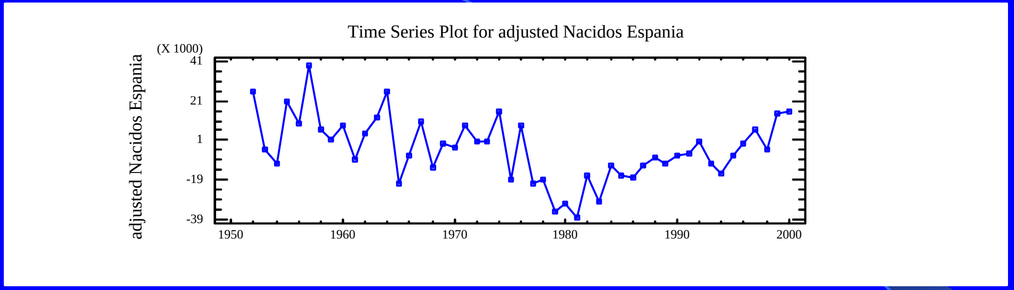
Con una diferencia

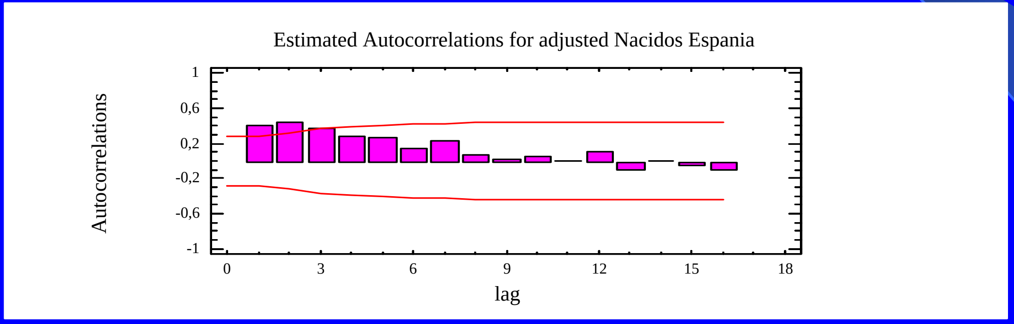


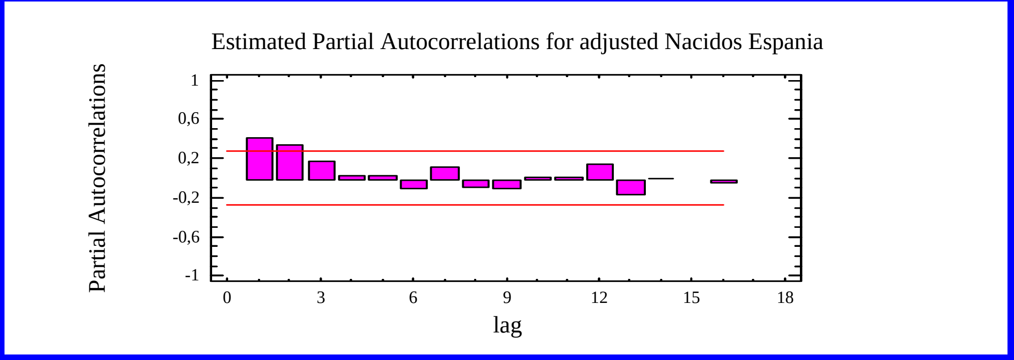
Nacidos con dos diferencias



Con una diferencia

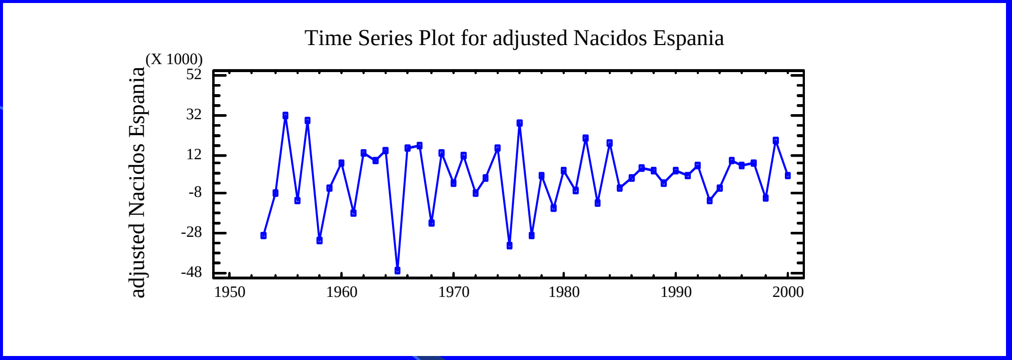


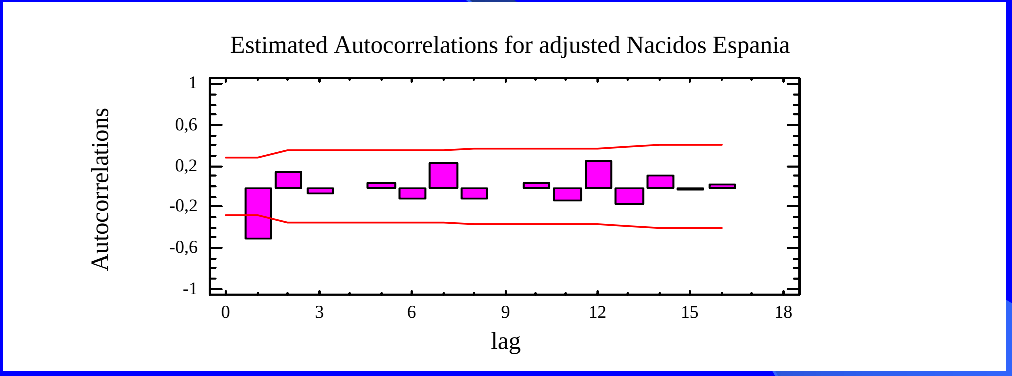


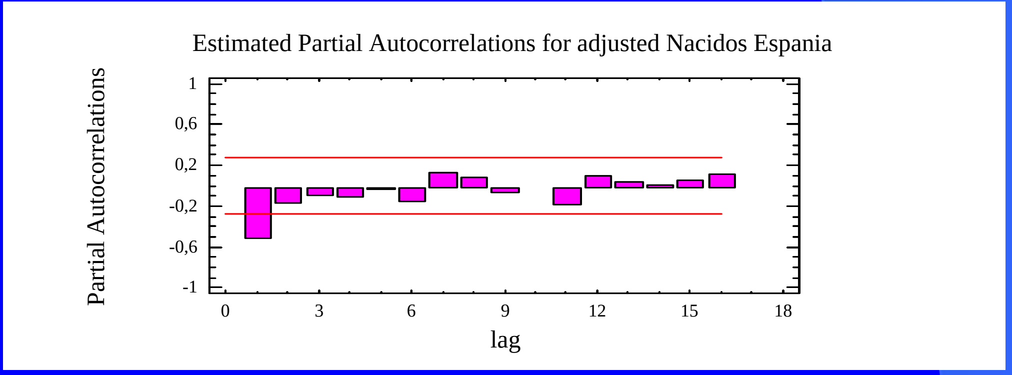


ARIMA(2,1,0) o ARIMA(1,1,1)

Con dos diferencias





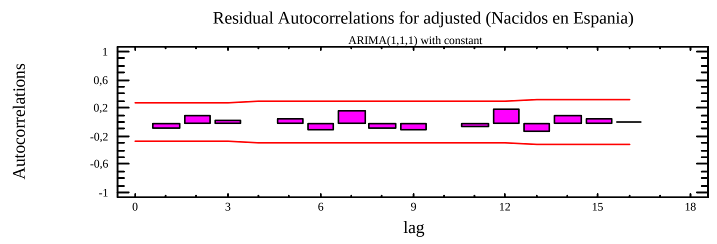


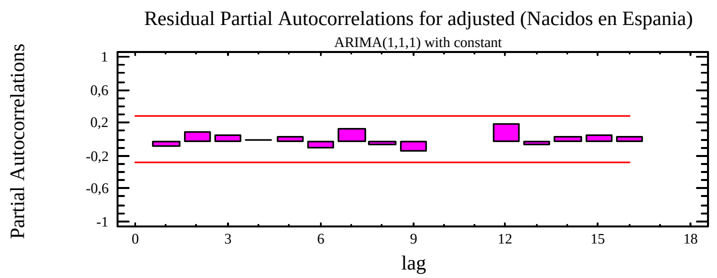
ARIMA(0,2,1)

ARIMA(1,1,1)

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value
AR(1)	0,906209	0,109254	8,29452	0,000000
MA(1)	0,595233	0,19563	3,04264	0,003867
Mean	78,5302	7148,55	0,0109855	0,991283
Constant	7,36545			





Box-Pierce Test

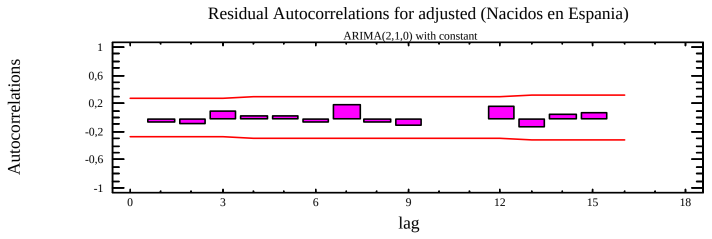
Test based on first 16 autocorrelations
Large sample test statistic = 6,92167
P-value = 0,937689

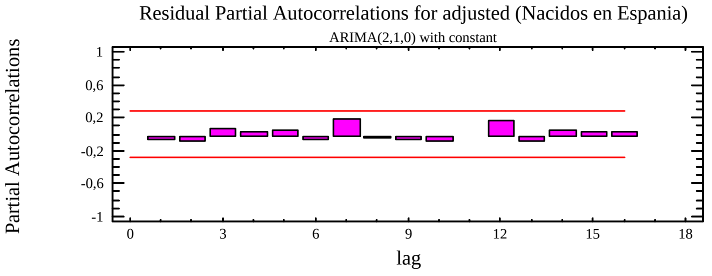
Period	Forecast	Limit	Limit
2001,0	402846,0	374801,0	430891,0
2002,0	409279,0	363038,0	455520,0
2003,0	415116,0	350822,0	479409,0

ARIMA(2,1,0)

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value
AR(1)	0,296774	0,132151	2,24572	0,029569
AR(2)	0,38305	0,13441	2,84986	0,006524
Mean	-1729,3	5792,39	-0,298546	0,766631
Constant	-553,681			





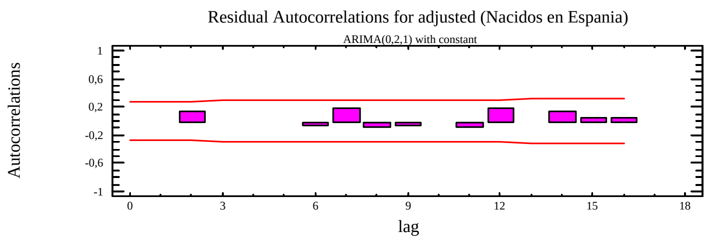
Box-Pierce Test

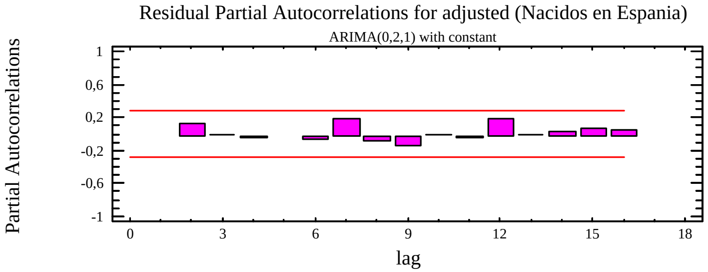
Test based on first 16 autocorrelations
Large sample test statistic = 6,32892
P-value = 0,957508

Period	Forecast	Limit	Limit
2001,0	405561,0	377557,0	433565,0
2002,0	413903,0	368045,0	459761,0
2003,0	419581,0	352097,0	487065,0

ARIMA(0,2,1)

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value
MA(1)	0,664443	0,116135	5,7213	0,000001
Mean	-77,0265	730,09	-0,105503	0,916436
Constant	-77,0265			





Box-Pierce Test

Test based on first 16 autocorrelations
Large sample test statistic = 6,23158
P-value = 0,97559

Period	Forecast	Lower 95,0% Limit	Upper 95,0% Limit
2001,0	402938,0	374455,0	431420,0
2002,0	410042,0	362520,0	457564,0
2003,0	417070,0	349809,0	484330,0

Series estacionales

PASOS para ajustar una serie No estacional

1. Gráfico de la serie: ¿Es estacionaria?

2. FAS Y FAP de la serie: ¿Es estacionaria?

3. Identificación del modelo ARIMA(p,d,q)

4. Ajuste de la serie

5. Diagnosis de la serie: Residuos Ruido Blanco

Predicciones

PASOS para ajustar una serie estacional

1. Gráfico de la serie: ¿Es estacionaria?

CICLO

2. FAS Y FAP de la serie: ¿Es estacionaria?

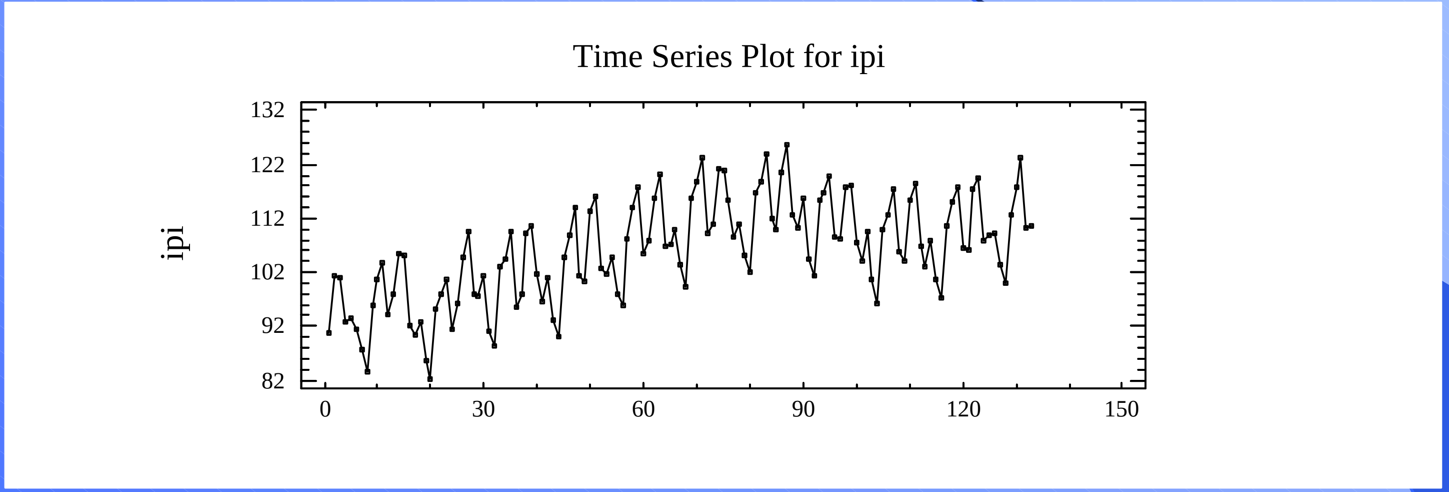
3. Identificación del modelo ARIMA$(p,d,q)x(P,D,Q)_s$

4. Ajuste de la serie

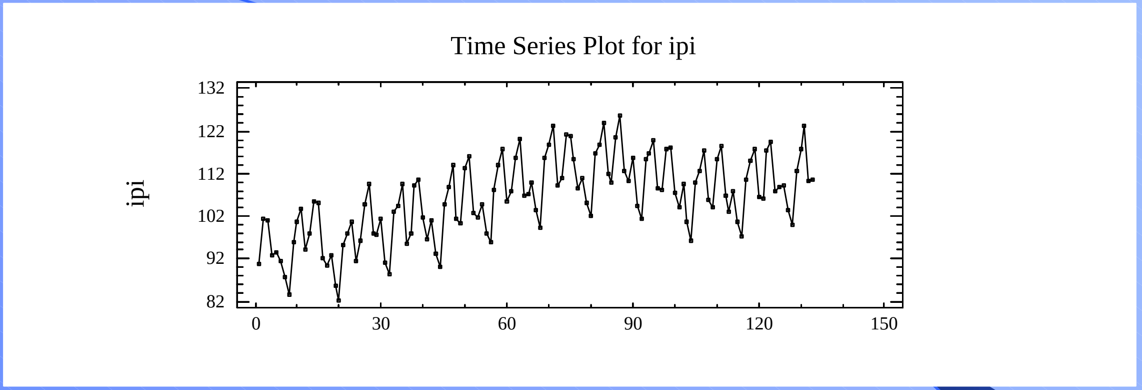
5. Diagnosis de la serie: Residuos Ruido Blanco

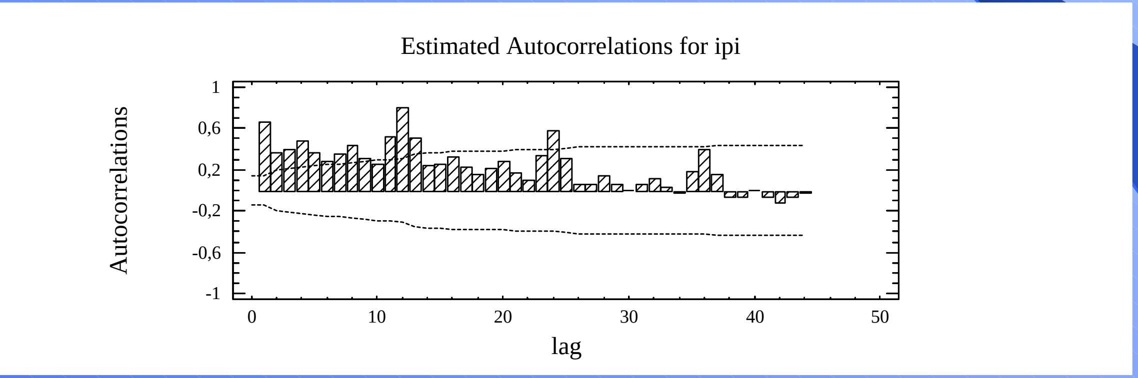
Predicciones

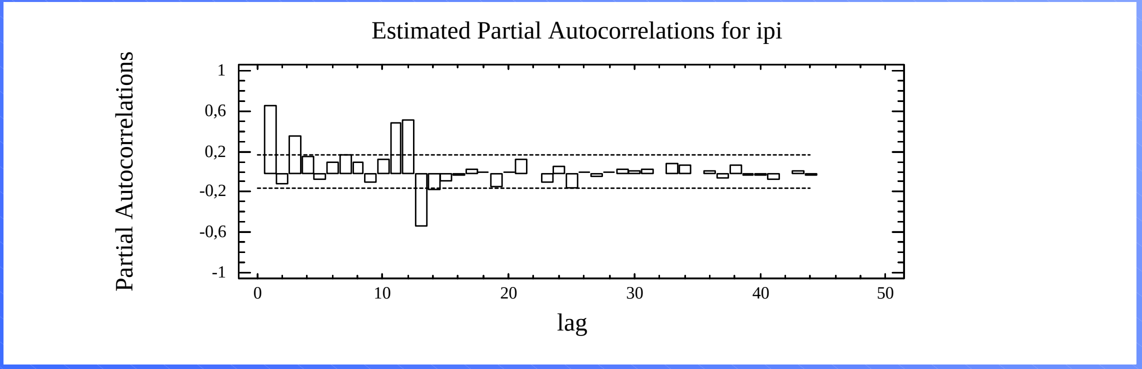
IPI Inglaterra



No es estacionaria: Tiene ciclo y tendencia

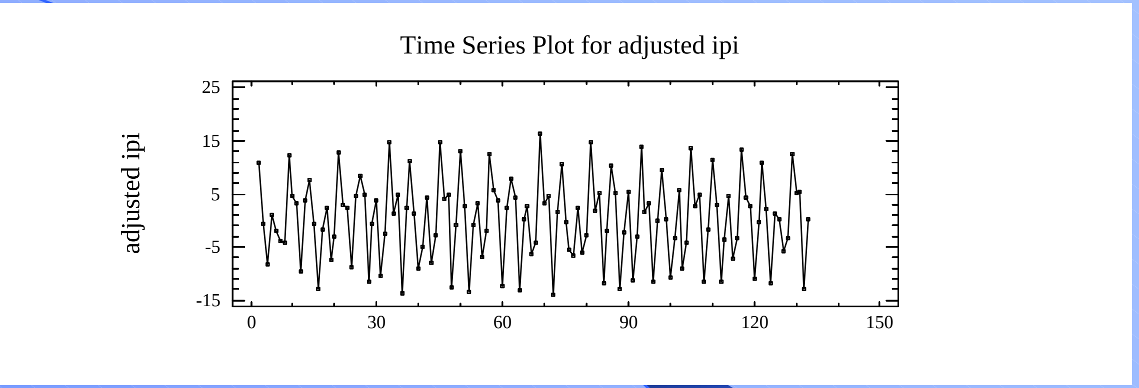

Time Series Plot for ipi
ipi
132
122
112
102
92
82
0
30
60
90
120
150


Estimated Autocorrelations for ipi
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
10
20
30
40
50
lag

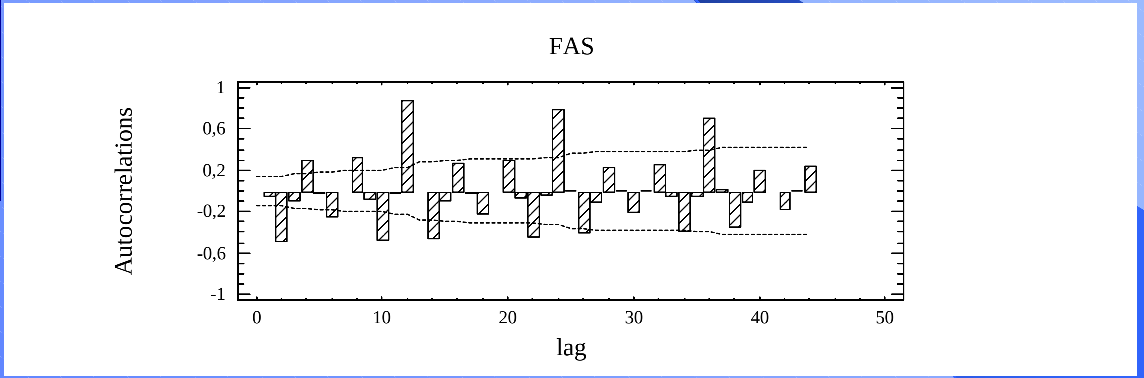

Estimated Partial Autocorrelations for ipi
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
10
20
30
40
50
lag

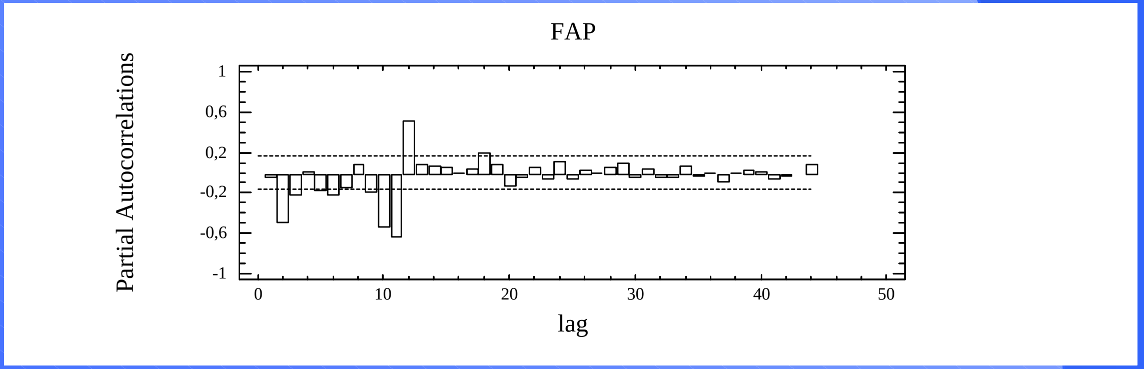
Quitamos la tendencia: Diferencia de orden 1

∇IPI



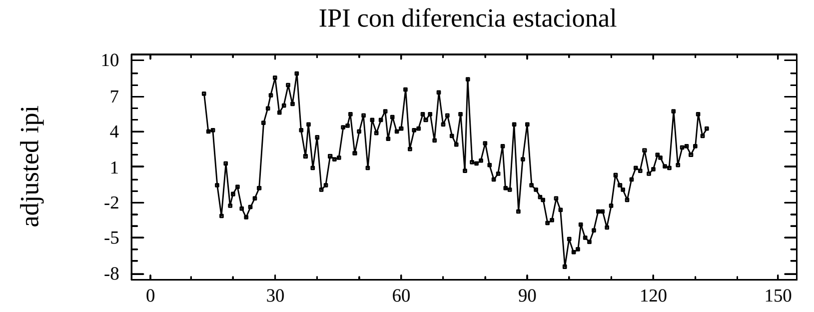
Serie sin tendencia pero con ciclo. Hay que tomar una diferencia estacional



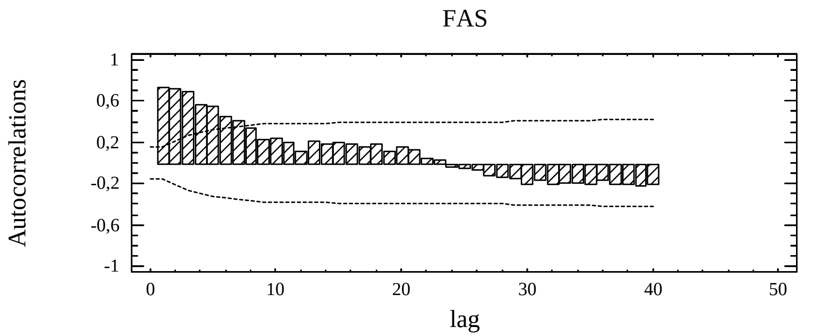


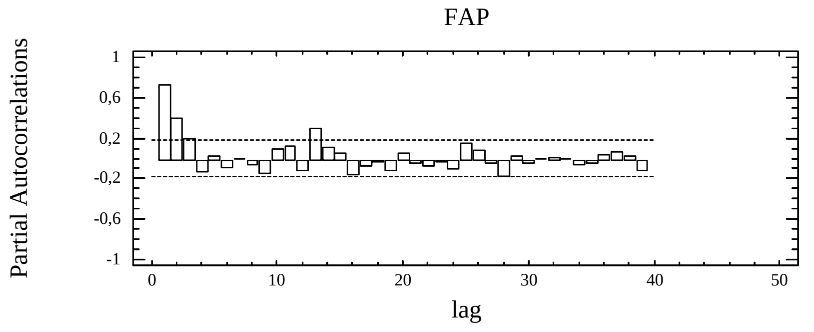
Quitamos la tendencia: Diferencia de orden 1 estacional

∇_{12}**IPI**



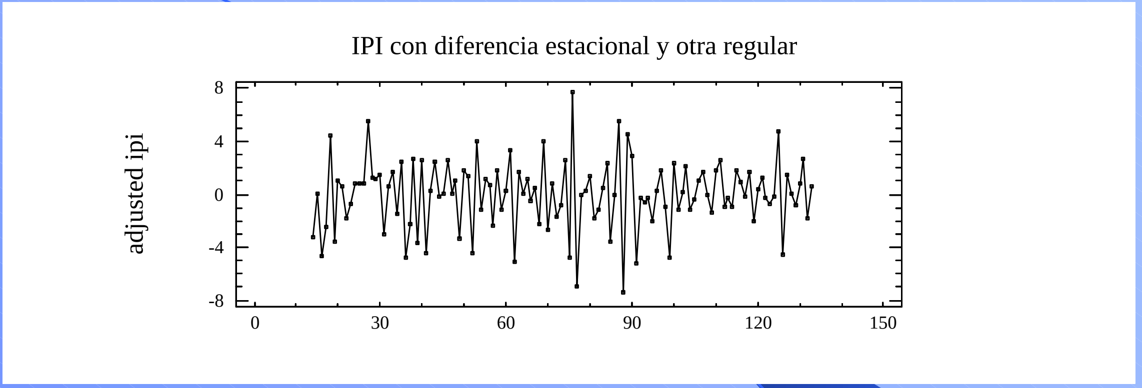
Serie con tendencia pero sin ciclo. Hay que tomar una diferencia regular



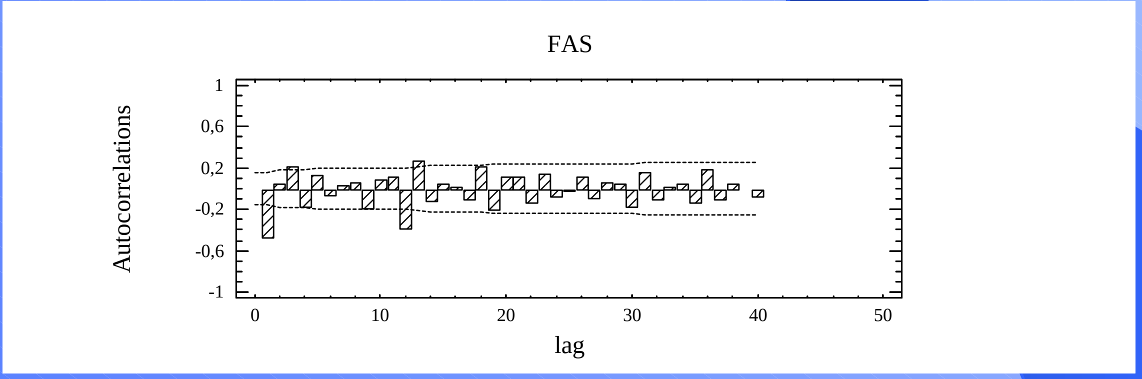


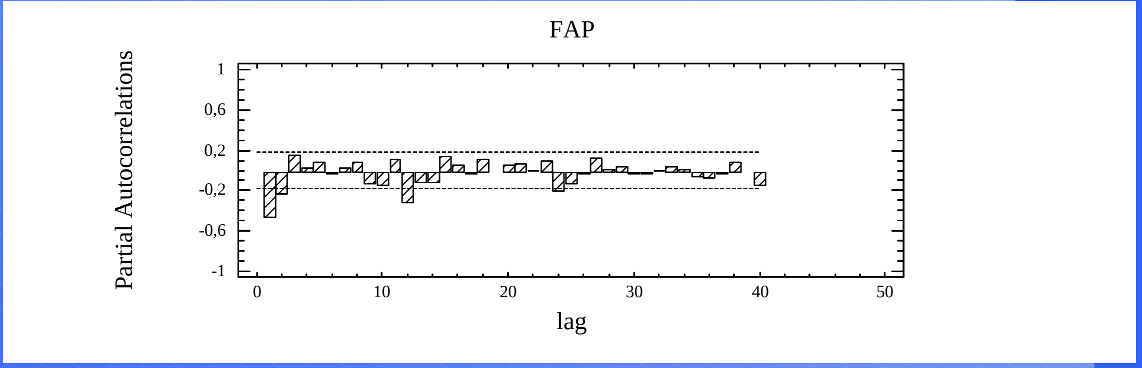
Con una diferencia regular y una estacional:

$\nabla\nabla_{12}IPI$



Serie estacionaria



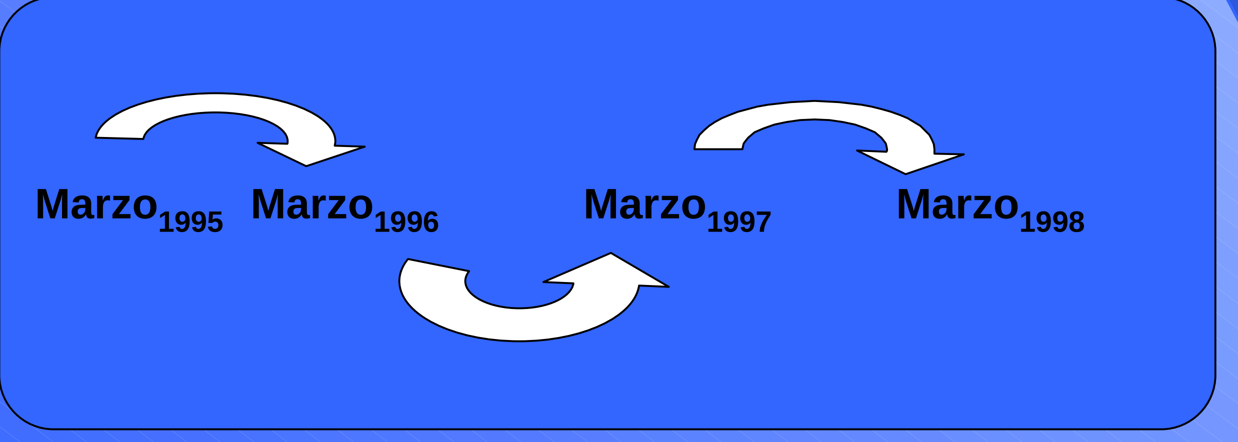


Características de las series estacionales

- **Las series estacionales tienen una estructura de dependencia estacional que se caracteriza porque un periodo de un año actúa sobre el periodo equivalente del año siguiente *directamente***

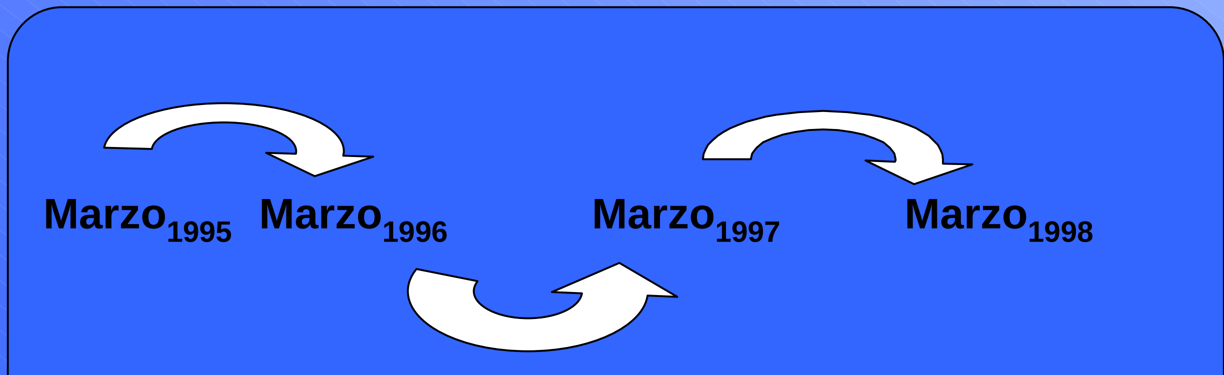
Características de las series estacionales

- **Las series estacionales tienen una estructura de dependencia estacional que se caracteriza porque un periodo de un año actúa sobre el periodo equivalente del año siguiente *directamente***



Características de las series estacionales

- **Las series estacionales tienen una estructura de dependencia estacional que se caracteriza porque un periodo de un año actúa sobre el periodo equivalente del año siguiente *directamente***



los meses de marzo se influyen ***directamente*** sin necesidad de pasar por todos los meses intermedios del año

En definitiva, en las series estacionales existe

una cadena de influencia ***adicional*** de cada periodo

actuando sobre su equivalente del año siguiente:

$$\mathbf{z_1 \rightarrow z_{13} \rightarrow \ldots \rightarrow z_{t-12} \rightarrow z_t \rightarrow z_{t+12} \rightarrow \ldots}$$

- **Se distinguen entonces dos tipos de estructuras de influencia:**

1. ***Estructura Regular*: se refiere a la relación entre una observación y las siguientes consecutivas. Corresponde a los modelos ya estudiados. Ajustaremos la parte regular mediante un modelo ARIMA (p,d,q).**

$$z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow \ldots \rightarrow z_{t-1} \rightarrow z_t \rightarrow z_{t+1} \rightarrow \ldots$$

2. ***Estructura Estacional*: se refiere a la relación entre periodos equivalentes actuando directamente. Ajustaremos modelos ARIMA estacionales.**

$$z_1 \rightarrow z_{13} \rightarrow \ldots \rightarrow z_{t-12} \rightarrow z_t \rightarrow z_{t+12} \rightarrow \ldots$$

Si tuviéramos datos trimestrales (Estacionalidade orden 4) la cadena de dependencia sería:

$$Z_1 \rightarrow Z_5 \rightarrow \ldots \rightarrow Z_{t-4} \rightarrow Z_t \rightarrow Z_{t+4} \rightarrow \ldots$$

Modelos AR, MA y ARMA estacionales

Modelos Autorregresivos:

$AR(1)_S$

$AR(2)_S$

$AR(P)_S$

Modelos de media móvil:

$MA(1)_S$

$MA(Q)_S$

Modelos ARMA:

$ARMA(P,Q)_S$

Seguimos

$AR(1)_S$

El modelo autorregresivo de primer orden estacional $AR(1)_S$ sigue una ecuación:

$$z_t = \Phi\, z_{t-S} + a_t$$

es decir que la observación actual, z_t, depende de la equivalente del año anterior z_{t-S} y un ruido blanco.

Si los datos fueran mensuales la ecuación sería:

$$\mathbf{z_t = \Phi\, z_{t-12} + a_t}$$

enero de un año se vería directamente afectado por enero del año anterior.

En forma polinómica, el modelo AR(1)$_S$ tiene la expresión:

$(1- \Phi B^S)\ z_t = a_t$

y tal como ocurre en el modelo AR(1) regular, este modelo será estacionario si las raíces del polinomio $1- \Phi B^{12}=0$ están dentro del círculo unidad. Esto equivale a que $\Phi<1$.

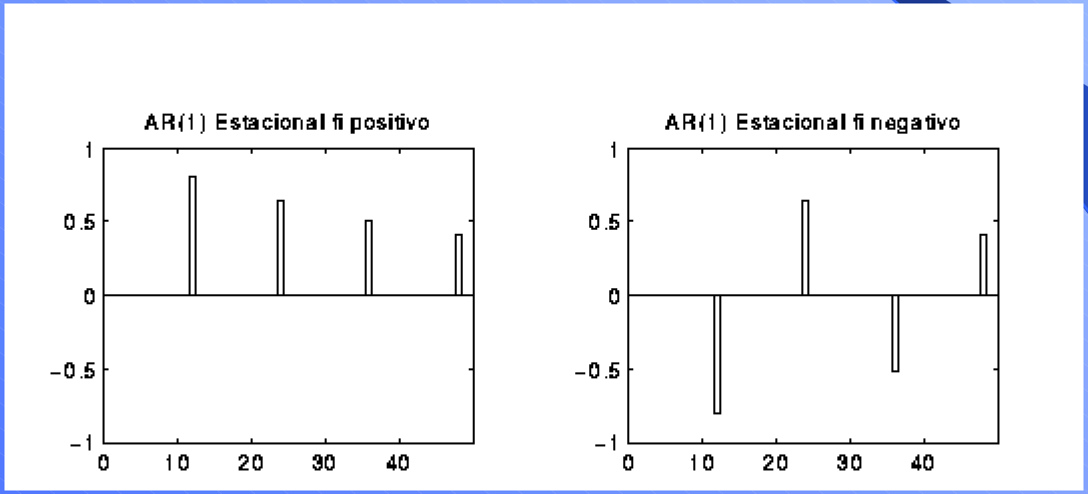
FAS del AR(1) Estacional

La FAS de un $AR(1)_S$ es idéntica a la de un AR(1) regular, es decir tiene la estructura decreciente de palos, bien positivos o bien alternados según Φ sea positivo o negativo..

La única diferencia es que los palos están separados por S retardos.
Es decir el primer palo aparece en el retardo S,
el segundo en el 2S y así sucesivamente.

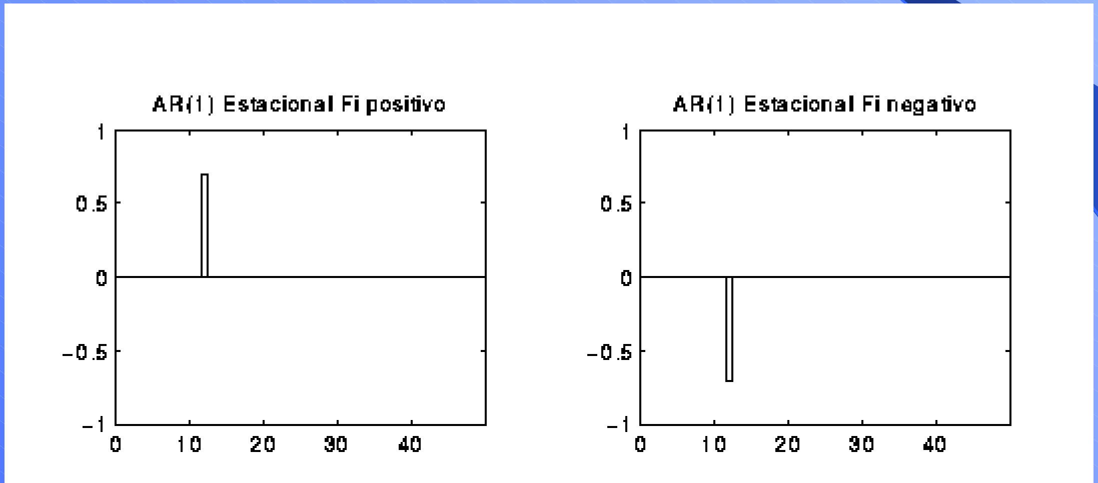
Si la serie tiene estacionalidad 12 el primer palo aparecerá en el retardo 12, el segundo en el 24 y así sucesivamente.
Si tiene estacionalidad 4 los palos estarían en los retardos 4, 8, 12 etc.

Fas AR(1)$_{12}$



Igual que el AR(1) pero como si el eje fuera de goma y estirásemos

Fap AR(1)$_{12}$



Igual que el AR(1) pero como si el eje fuera de goma y estirásemos

Volver

AR(2) Estacional

Los modelos AR estacionales de orden superior a uno siguen la misma pauta que el modelo regular correspondiente.

El $AR(2)_S$ tiene una ecuación:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-S} + \Phi_2 z_{t-2S+} a_t$$

En forma polinómica:

$$(1- \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S}) z_t = a_t$$

Si tuviera estacionalidad mensual:

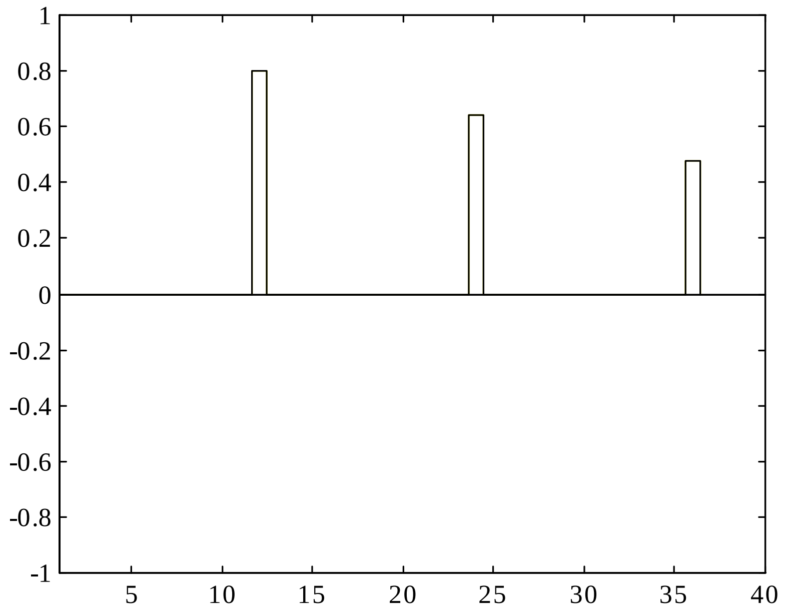
$$z_t = \Phi_1 z_{t-12} + \Phi_2 z_{t-24} + a_t$$

En forma polinómica:

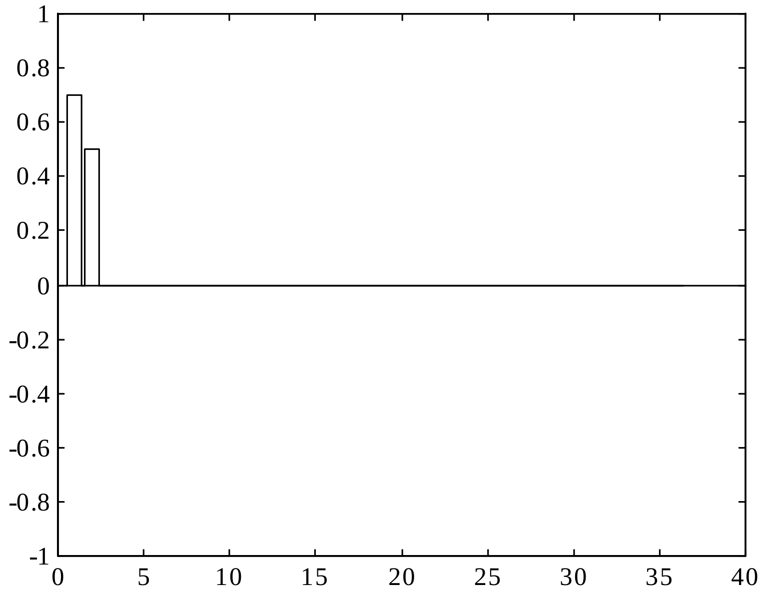
$$(1- \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24}) z_t = a_t$$

El modelo será estacionario cuando las raíces de $1- \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} = 0$ estén fuera del círculo unidad.

FAS y FAP AR$(2)_{12}$ con raices positivas



FAS



FAP

FAS y FAP AR(2)$_s$

Raíces negativas: Palos alternados separados por 12 retardos

Raíces imaginarias: Estructura sinusoidal separada por 12 retardos

FAP Siempre dos palos en los retardos 12 y 24 (S y 2S)

Volver

$AR(P)_S$

Los modelos AR estacionales de orden superior a uno siguen la misma pauta que el modelo regular correspondiente.

El $AR(2)_S$ tiene una ecuación:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-S} + \Phi_2 z_{t-2S+\ldots+} \Phi_P z_{t-PS} + a_t$$

En forma polinómica:

$$(1- \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS}) z_t = a_t$$

El modelo será estacionario cuando las raíces de:

$$1-\Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS} = 0$$

estén fuera del círculo unidad.

FAS y FAP del $AR(P)_s$

- La FAS del $AR(P)_S$ tendrá estructura decreciente de palos en los retardos estacionales.
- La FAP tendrá palos significativos en los P primeros retardos estacionales: S,2S....

Volver

MA(1)

El modelo de media ecuación de primer orden estacional $MA(1)_S$ sigue una ecuación:

$$z_t = a_t - \Theta a_{t-S}$$

Si los datos fueran mensuales la ecuación sería:

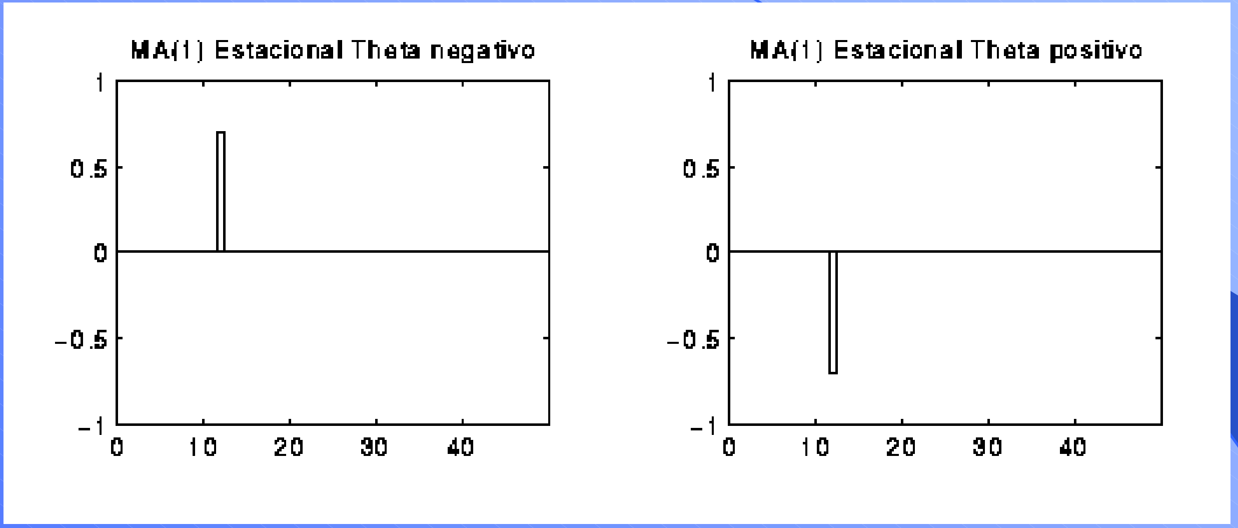
$$z_t = a_t - \Theta a_{t-12}$$

En forma polinómica, el modelo $MA(1)_S$ tiene la ecuación:

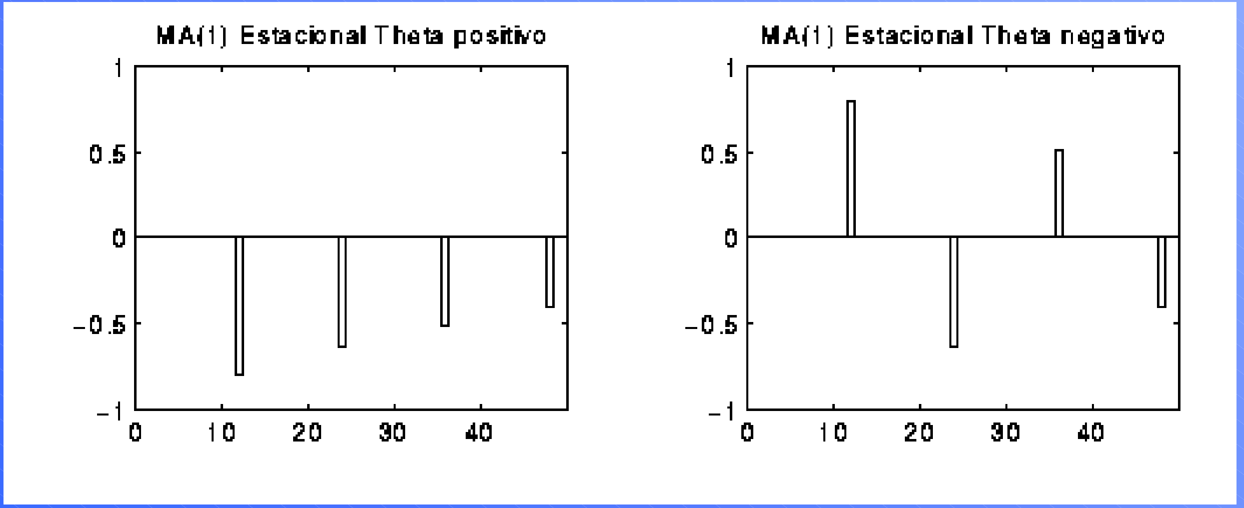
$$z_t = (1 - \Theta B^S)a_t$$

FAS y FAP MA(1)$_{12}$

FAS



FAP



Volver

MA(Q)

Los modelos MA de orden superior estacionales se comportan de forma equivalente al MA regular del mismo orden.

Su ecuación será:

$$z_t = a_t - \Theta_1 a_{t-S} - \Theta_2 a_{t-2S} - \ldots - \Theta_Q a_{t-QS}$$

y en forma polinómica

$$z_t = (1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \ldots - \Theta_Q B^{QS}) a_t$$

MA(Q)

La FAS y la FAP serán como las del MA(q) pero con los palos en los retardos estacionales:

- **FAS: Tendrá Q palos en los retardos estacionales**
- **FAP: Estructura decreciente en los retardos estacionales.**

Volver

ARMA(P,Q)$_S$

La ecuación de un ARMA(1,1)$_S$ será:

$$z_t = \Phi_1 z_{t-S} + a_t - \Theta_1 a_{t-S}$$

y en forma de polinomio:

$$(1-\Phi_1 B^S)\, z_t = (1-\Theta_1 B^S) a_t$$

En general, el ARMA(P,Q)$_S$ tendrá la ecuación

$$(1-\Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS})\, z_t = (1-\Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \ldots - \Theta_Q B^{QS}) a_t$$

Volver

ARIMA(P,D,Q)$_s$ o ARIMA(P.D.Q)$_{12}$

Si la serie tiene ciclo y no es estacionaria, hay que tomar una diferencia estacional. Si tenemos datos mensuales esta diferencia es de orden 12.

$\nabla_{12}Z$ es estacionaria.

$\nabla_{12}Z$ representa una diferencia de orden 12 para z

Si una serie necesita una diferencia de orden 12 para perder el ciclo y luego sigue un ARMA(P,Q) en la parte estacional.....

ENTONCES LA SERIE ES UN ARIMA(P,1,Q)$_{12}$

ARIMA(P,D,Q)$_{12}$

LA serie necesita D diferencias para perder el ciclo.

La serie sin ciclo es ARMA(P,Q)$_{12}$

Interacción entre la parte regular y la estacional

Modelo regular

$\text{Ene}_{99} \rightarrow \text{Feb}_{99} \rightarrow \text{Mar}_{99} \rightarrow \ldots. \rightarrow \text{Dic}_{99} \rightarrow \text{Ene}_{00} \rightarrow \text{Feb}_{00} \rightarrow$

Interacción entre la parte regular y la estacional

Modelo regular y estacional

$Ene_{99} \rightarrow Feb_{99} \rightarrow Mar_{99} \rightarrow \ldots \rightarrow Dic_{99} \rightarrow Ene_{00} \rightarrow Feb_{00} \rightarrow$

Interacción entre la parte regular y la estacional

Modelo regular y estacional

$\text{Ene}_{99} \rightarrow \text{Feb}_{99} \rightarrow \text{Mar}_{99} \rightarrow \ldots \rightarrow \text{Dic}_{99} \rightarrow \text{Ene}_{00} \rightarrow \text{Feb}_{00} \rightarrow$

Interacción entre la parte regular y la estacional

Modelo regular y estacional

$\text{Ene}_{99} \rightarrow \text{Feb}_{99} \rightarrow \text{Mar}_{99} \rightarrow \text{....} \rightarrow \text{Dic}_{99} \rightarrow \text{Ene}_{00} \rightarrow \text{Feb}_{00} \rightarrow$

Interacción.

Hay que modelizar la parte regular :

ARIMA(p,d,q)

Y también la parte estacional:

$\text{ARIMA}(P,D,Q)_S$

El resultado es;

$\text{ARIMA}(p,d,q) \times \text{ARIMA}(P,D,Q)_S$

Modelo estacional

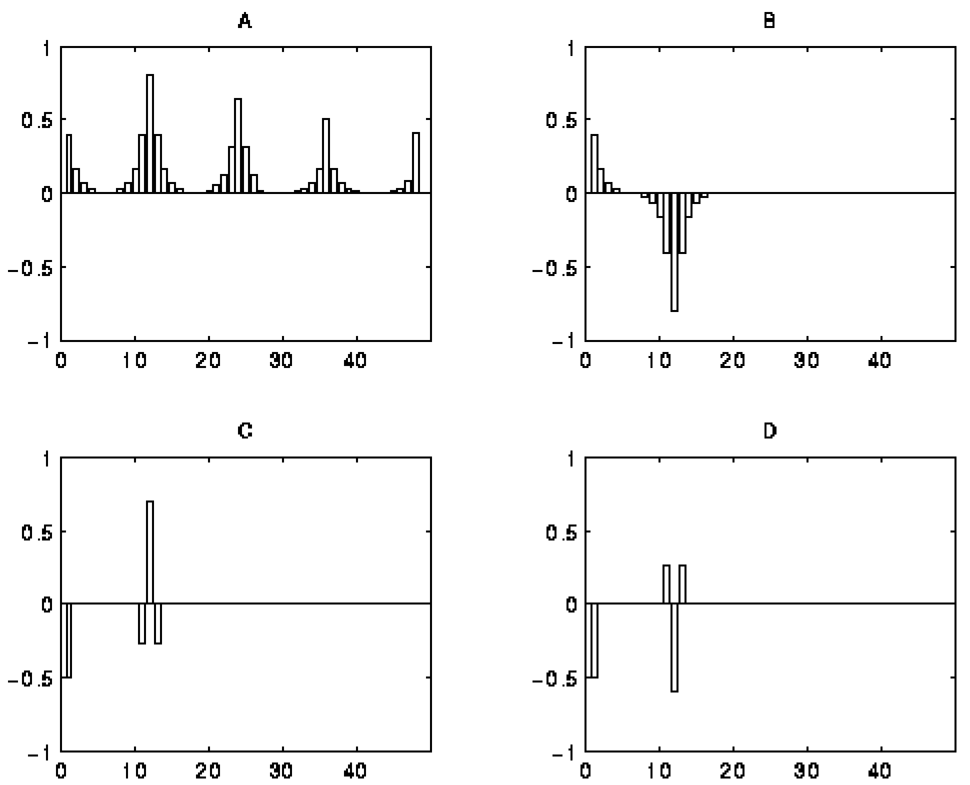
El modelo conjunto se denomina ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)$_S$.

Esta nomenclatura indica:

1. La serie ha necesitado d diferencias regulares para ser estacionaria.
2. La serie ha necesitado D diferencias de orden S para ser estacionaria
3. Por tanto, la serie $\nabla^d \nabla^D_S Z$ es estacionaria.
4. La parte regular de la serie estacionaria $\nabla^d \nabla^D_S Z$ sigue un modelo ARMA(p,
5.

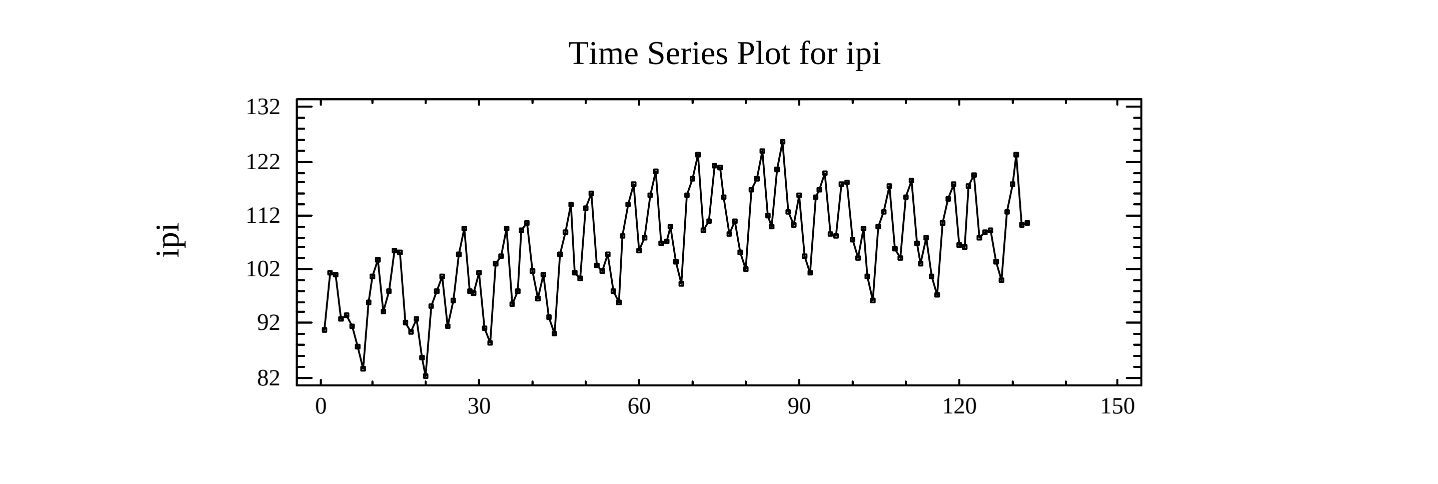
La parte estacional de la serie estacionaria $\nabla^d \nabla^D_S Z$ sigue un modelo estacional ARMA(P,Q)$_S$

FAS y FAP de los modelos estacionales y regulares

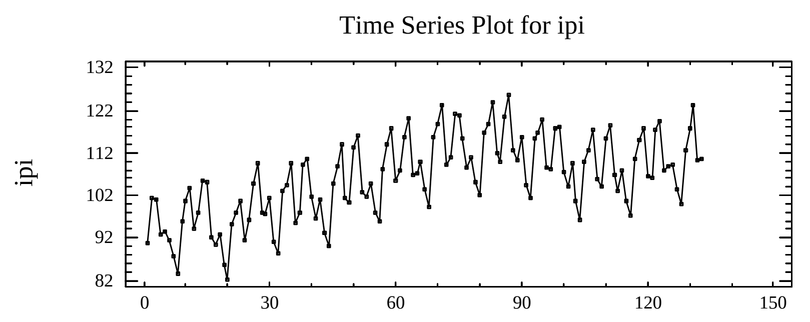


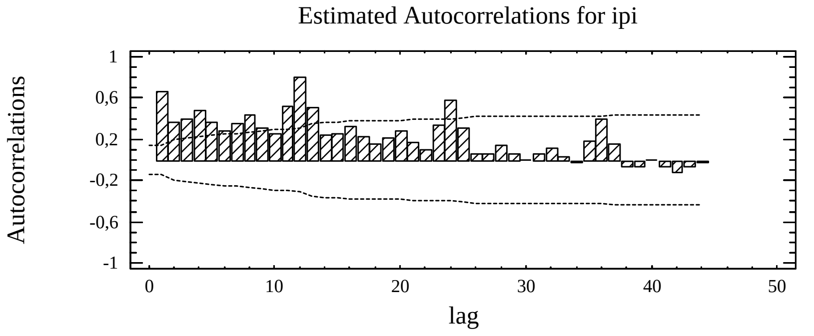
Vamos a hacerlos

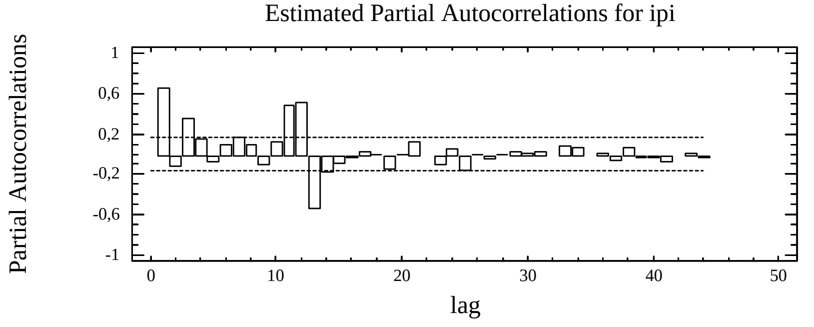
IPI Inglaterra



No es estacionaria: Tiene ciclo y tendencia

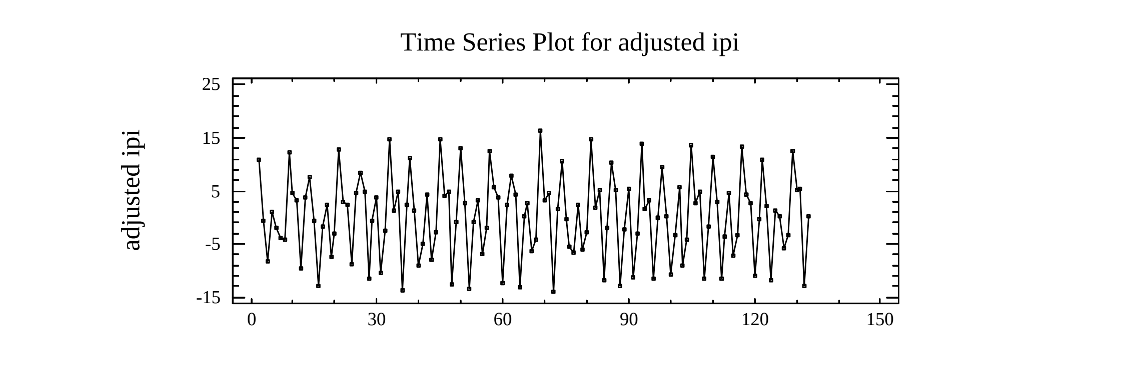

Time Series Plot for ipi
ipi
132
122
112
102
92
82
0
30
60
90
120
150


Estimated Autocorrelations for ipi
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
10
20
30
40
50
lag

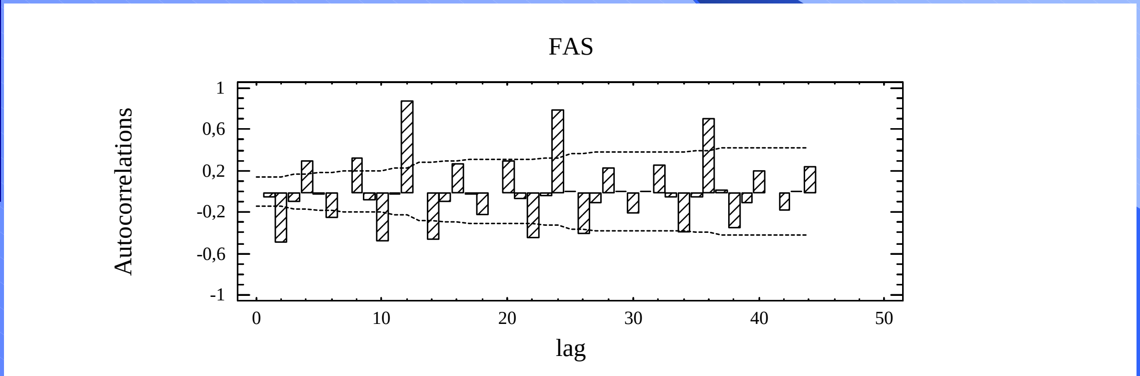

Estimated Partial Autocorrelations for ipi
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
10
20
30
40
50
lag

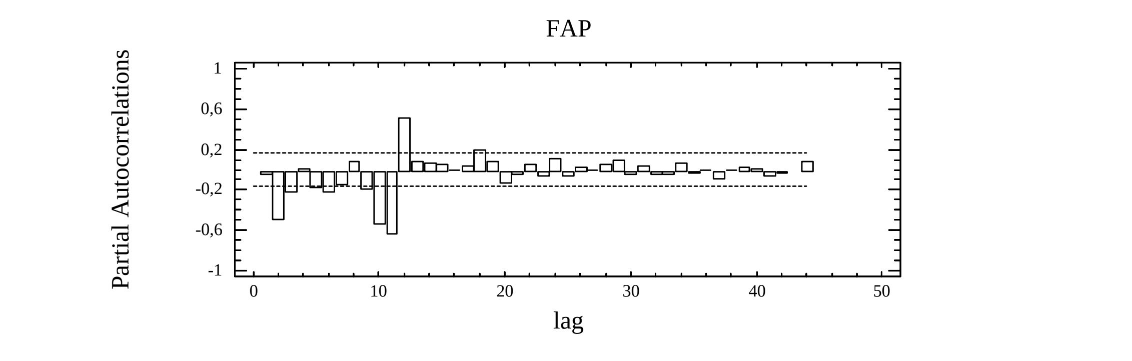
Quitamos la tendencia: Diferencia de orden 1

∇IPI



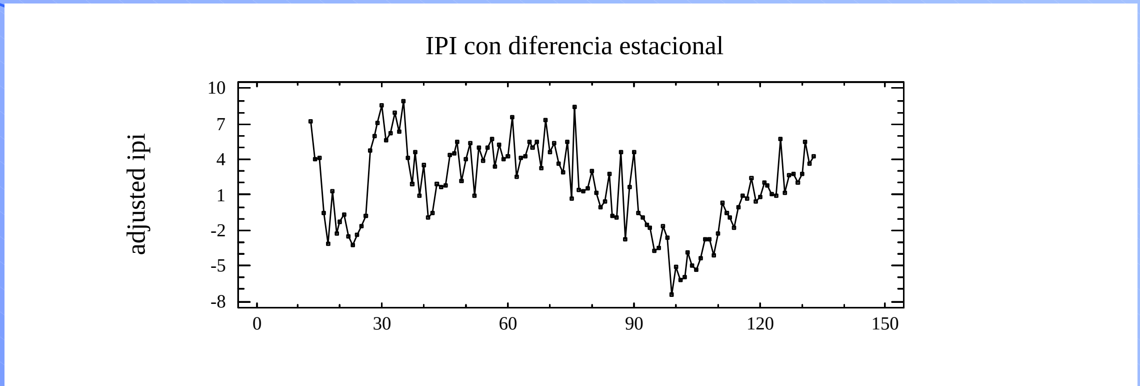
Serie sin tendencia pero con ciclo. Hay que tomar una diferencia estacional



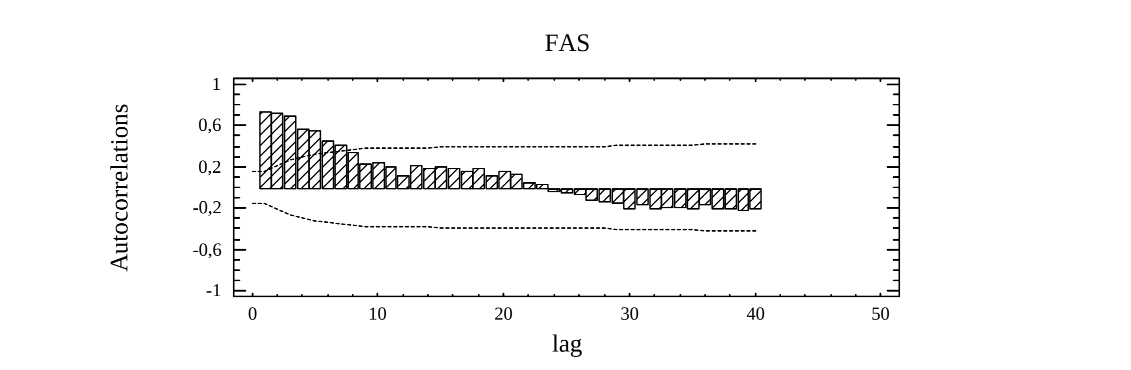


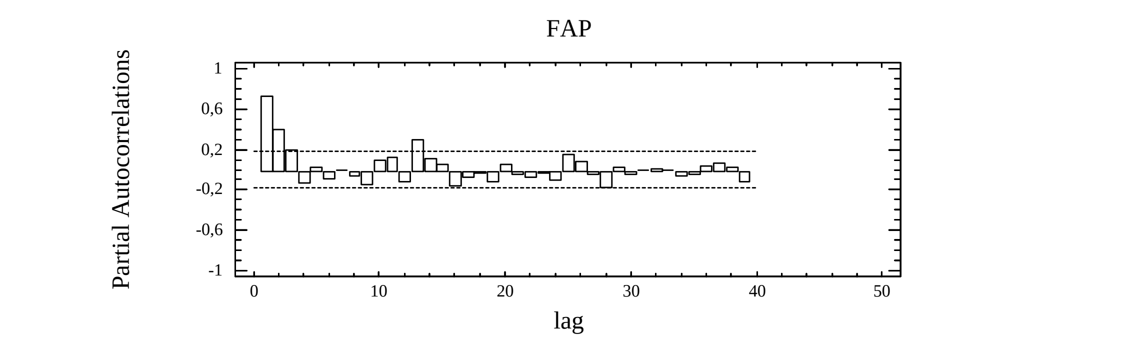
Quitamos la tendencia: Diferencia de orden 1 estacional

∇_{12}**IPI**



Serie con tendencia pero sin ciclo. Hay que tomar una diferencia regular

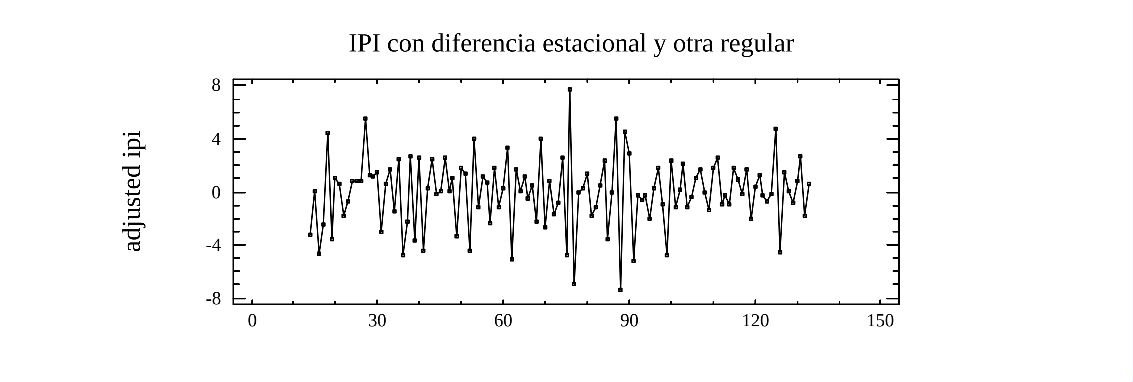


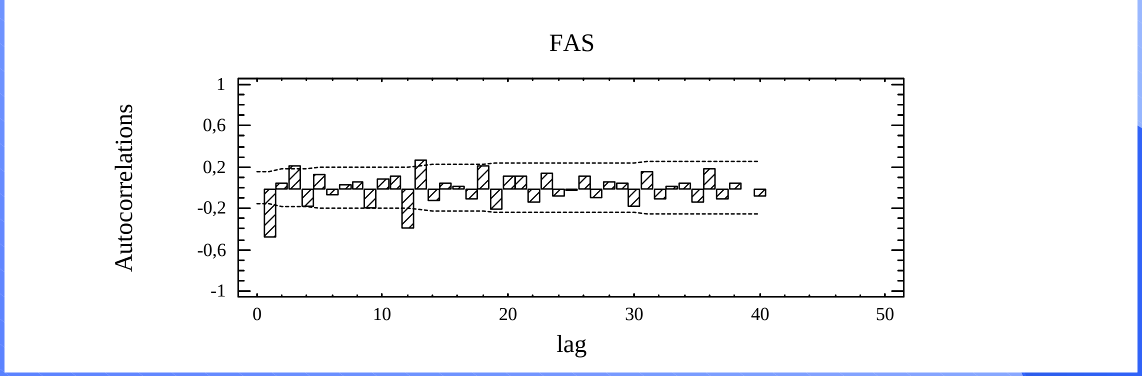


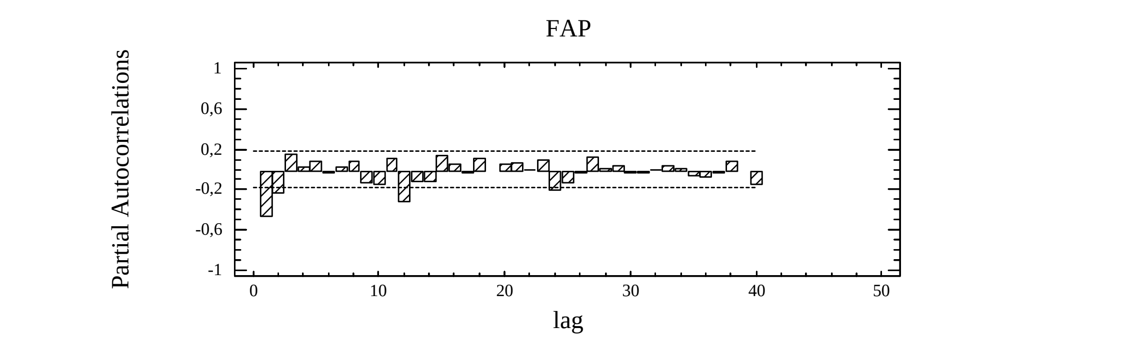
Con una diferencia regular y una estacional:

$\nabla\nabla_{12}IPI$

Serie estacionaria





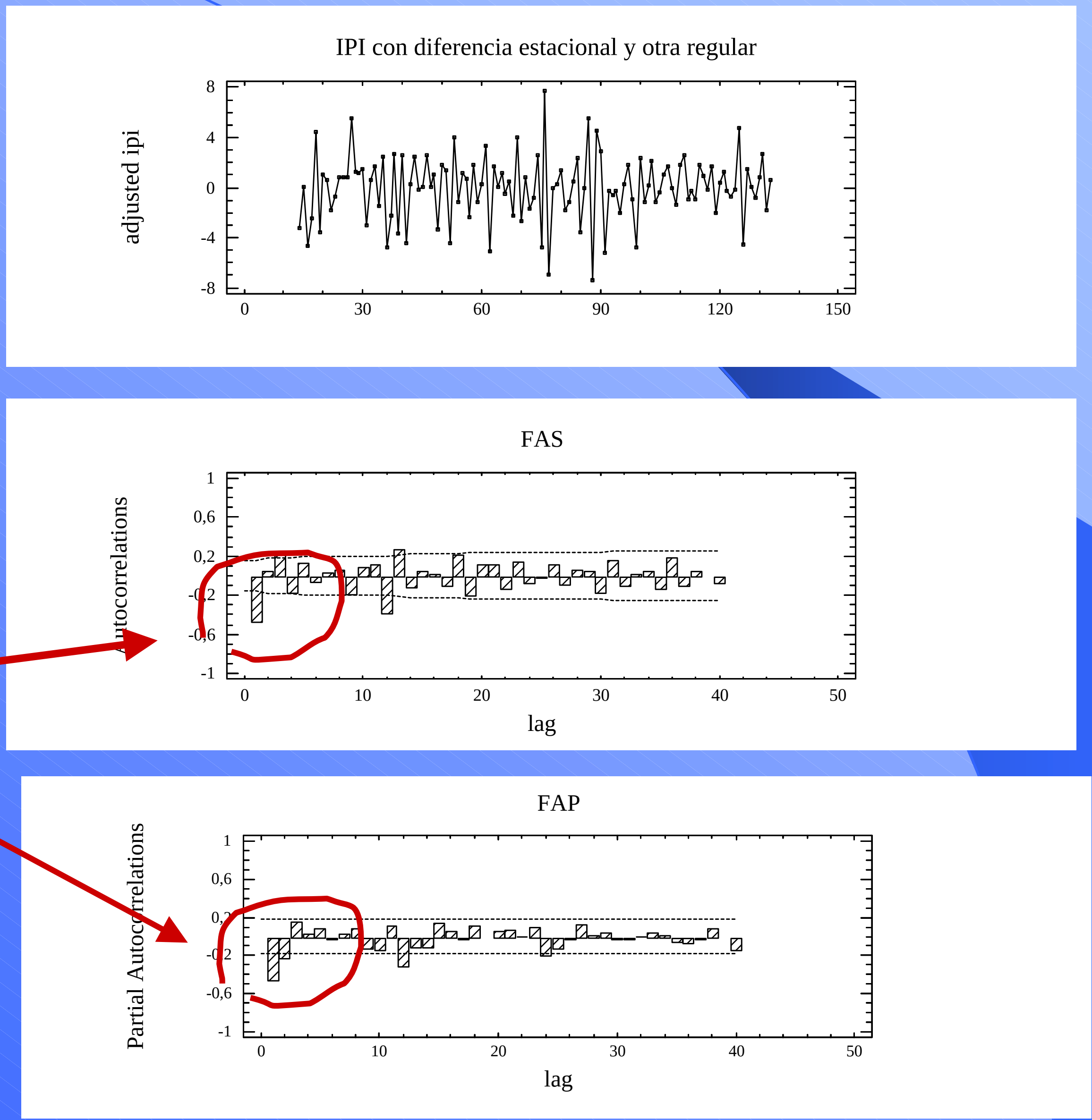


Con una diferencia regular y una estacional:

$\nabla\nabla_{12}$IPI

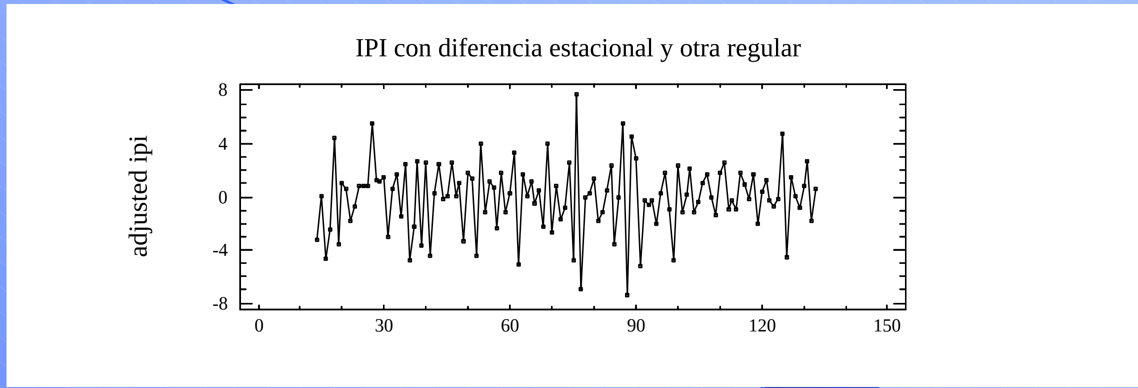
Parte regular

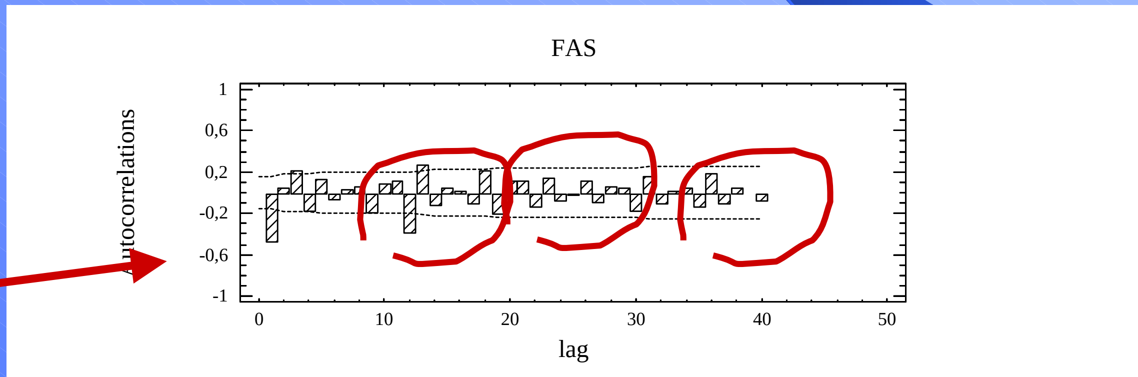
Primeros retardos

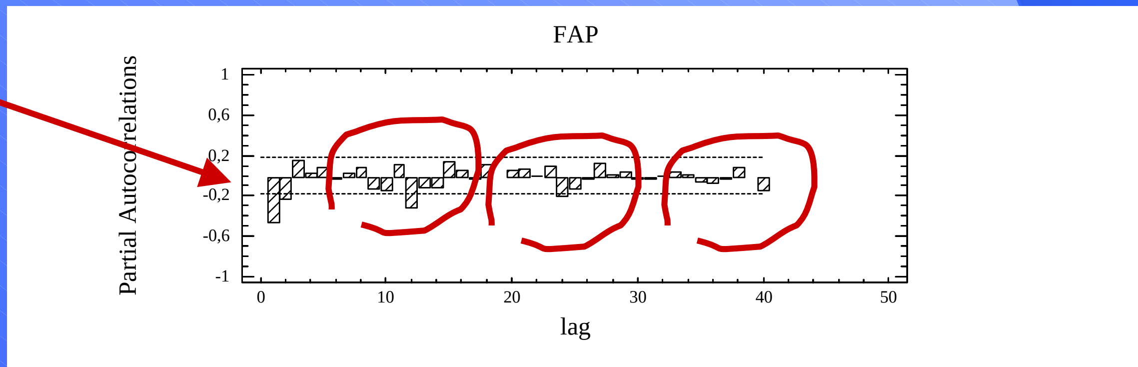


Con una diferencia regular y una estacional:

$\nabla\nabla_{12}$IPI



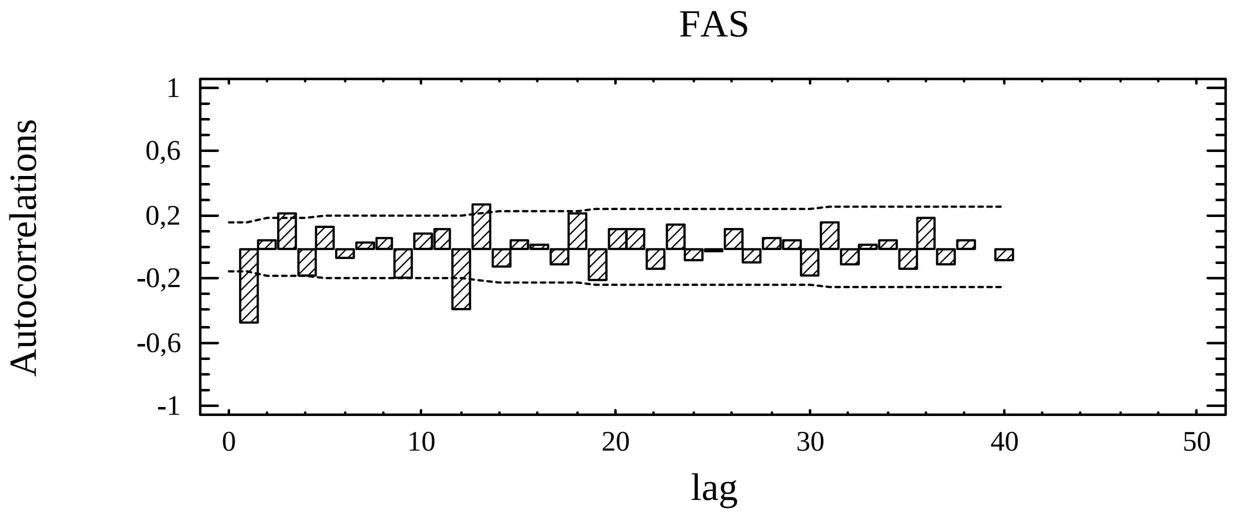


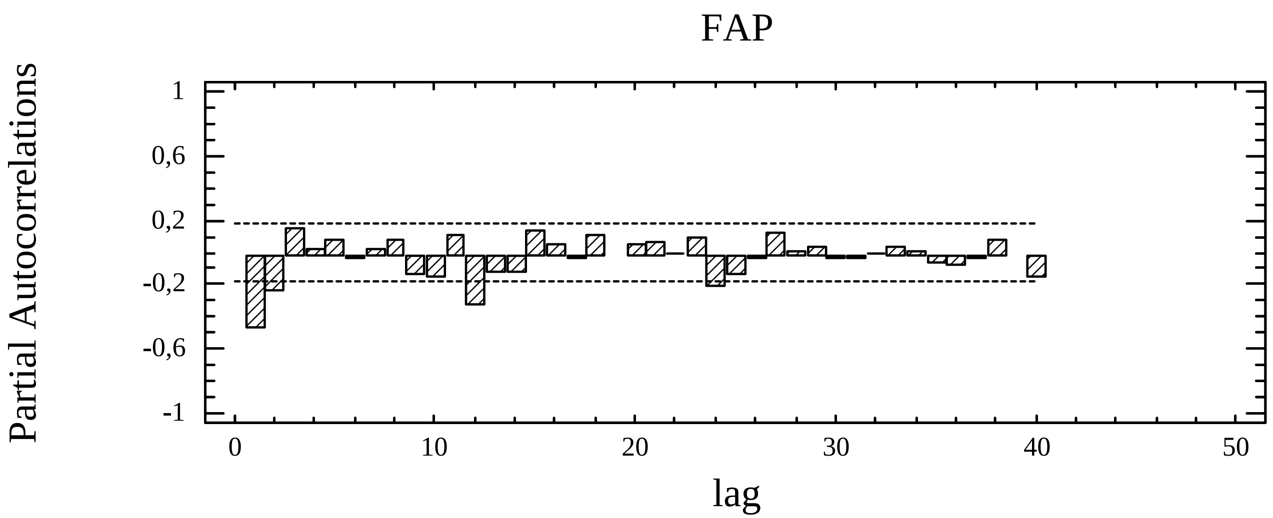


Parte estacional

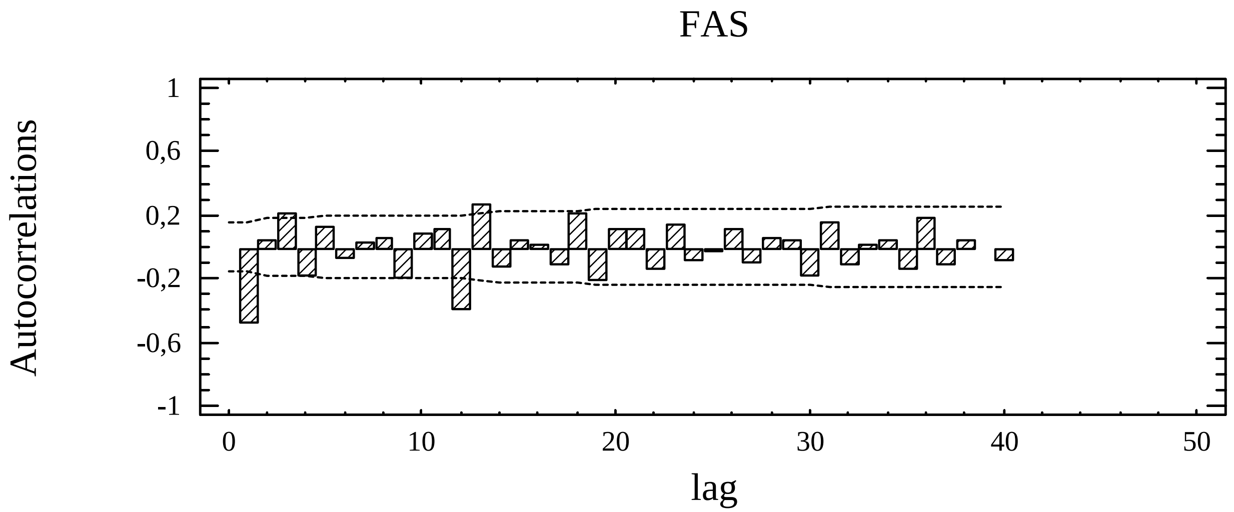
Retardos estacionales

$\nabla\nabla_{12}IPI$

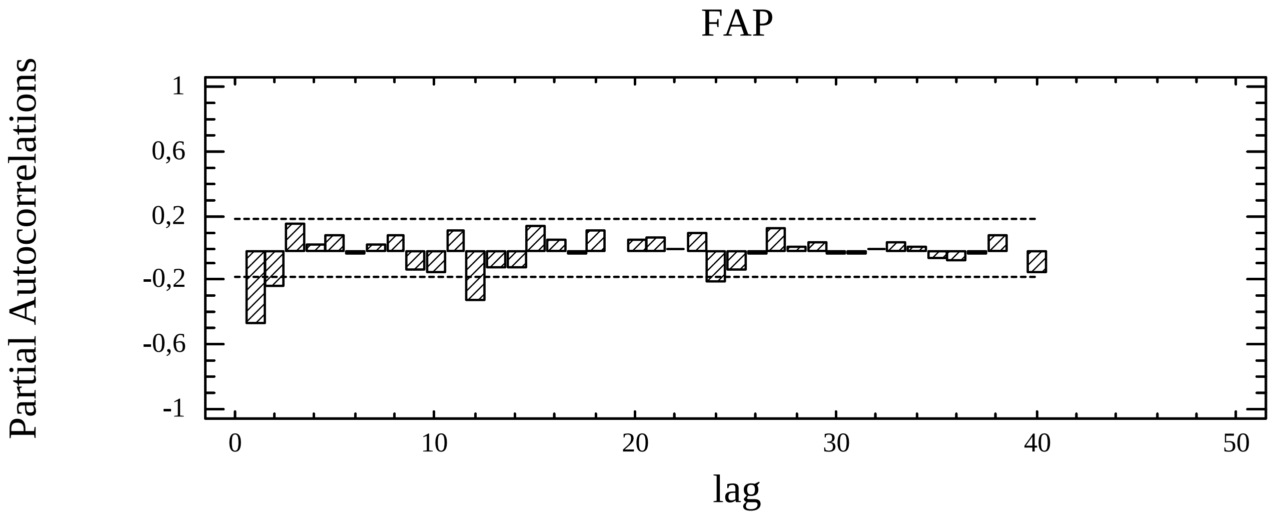




$\nabla\nabla_{12}$IPI



REGULAR: AR(2) ESTACIONAL: MA(1)$_{12}$



ARIMA(2,1,0)x(0,1,1)$_{12}$

Estimamos un ARIMA$(2,1,0)x(0,1,1)_{12}$

ARIMA Model Summary

Parameter	Estimate	Stnd. Error	t	P-value
AR(1)	-0,563995	0,0894862	-6,3026	0,000000
AR(2)	-0,271194	0,0897455	-3,02182	0,003092
SMA(1)	0,891669	0,0305606	29,1771	0,000000
Mean	-0,0199986	0,0259359	-0,771075	0,442230
Constant	-0,0367011			

Este resultado nos dice que ϕ_1=-0.56, ϕ_2=-0.27 y Θ=0.89.

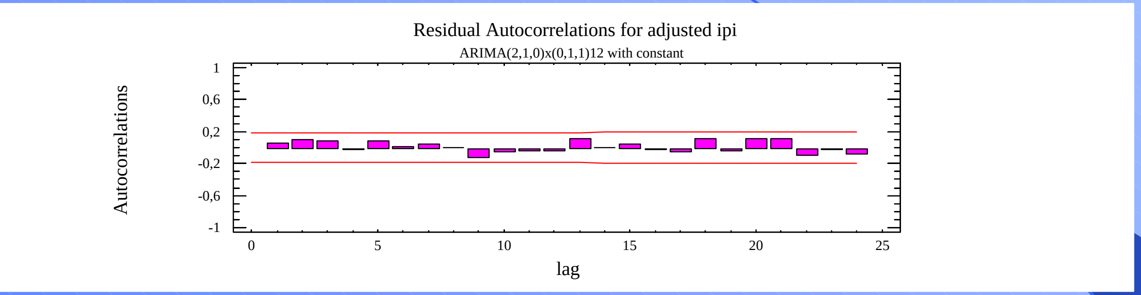
Los estadísticos t indican que los tres parámetros son significativos

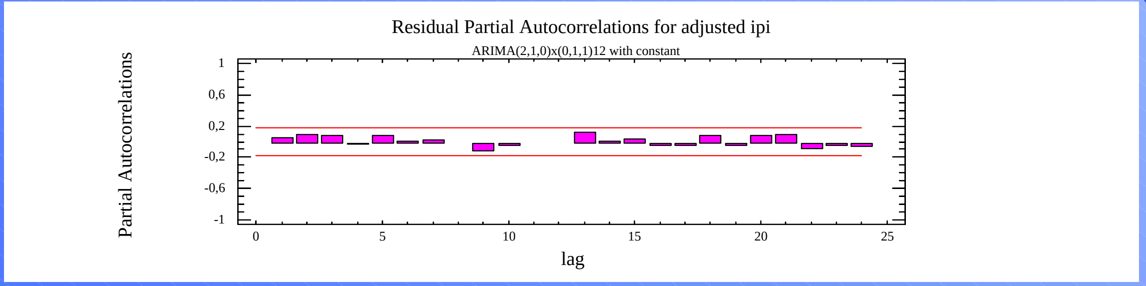
El modelo se escribe en forma polinómica:

$$(1+0.56B+0.27B^2)\ \nabla\nabla_{12}\mathbf{IPI=(1-0.89B)a_t}$$

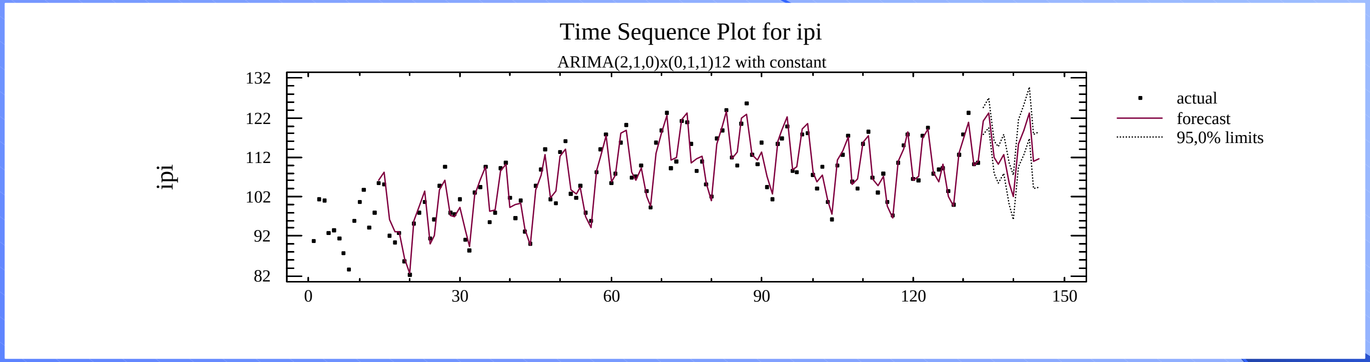
(-6.30) (-3.02) (29.17)

Diagnosis


Residual Autocorrelations for adjusted ipi
ARIMA(2,1,0)x(0,1,1)12 with constant
Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag


Residual Partial Autocorrelations for adjusted ipi
ARIMA(2,1,0)x(0,1,1)12 with constant
Partial Autocorrelations
1
0,6
0,2
-0,2
-0,6
-1
0
5
10
15
20
25
lag

Predicciones



Period	Forecast	Lower 95,0% Limit	Upper 95,0% Limit
134,0	121,243	117,797	124,689
135,0	123,095	119,335	126,854
136,0	111,843	107,732	115,954
137,0	110,098	105,482	114,714
138,0	112,787	107,828	117,745
139,0	105,346	100,051	110,64
140,0	101,928	96,3004	107,556
141,0	115,466	109,536	121,395
142,0	118,947	112,728	125,166
143,0	123,111	116,614	129,609
144,0	111,011	104,248	117,774
145,0	111,576	104,557	118,594

Fin