Fiabilidad

Teresa Villagarcía

1. ¿Qué es la fiabilidad?

La Fiabilidad se refiere a la permanencia de la Calidad de los productos o servicios a lo largo del tiempo. Decimos que un aparato o componente es fiable si desarrolla adecuadamente su labor a lo largo de su vida útil. Un aparato fiable funcionará correctamente durante su vida, mientras que otro que no lo sea dará numerosos problemas. El estudio de la Calidad, en una primera etapa, se limita a garantizar que el producto sale de fábrica en buenas condiciones. La Fiabilidad intenta garantizar que el producto permanecerá en buenas codiciones durante un periodo razonable de tiempo.

Los consumidores actuales exigen Calidad/Fiabilidad a cualquier bien duradero que adquieran: TV, Electrodomésticos, Automóviles o viviendas deben ser buenos al comprarlos y se les exige que durante un periodo de tiempo funcionen adecuadamente. De hecho la legislación evoluciona otorgando responsabilidad a fabricantes o constructores durante determinados periodos en los que deben hacerse cargo de los fallos de los productos por defectos ocultos que pudieran aparecer tras la adquisición y uso.La competencia en los mercados es tal, que la salida de productos o servicios de baja Calidad/Fiabilidad es cada vez más difícil y únicamente sobreviven a largo plazo aquellas empresa con una excelente imagen de Calidad y Fiabilidad. Los costes de no calidad o no fiabilidad son cada vez mayores.

Existen sectores en los que la baja fiabilidad es inaceptable por motivos de seguridad: Aeronáutica, Energía, Sanidad, Militar etc. En estos casos la fiabilidad es un requisito básico de la sociedad que hay que satisfacer.

El concepto más simple de fiabilidad es aquel que comprueba que el producto cumple ciertas especificaciones, y cuando esto ocurre, es enviado al cliente. El cliente por su parte acepta que el producto pueda fallar con el tiempo, y en algunos casos el período de garantía es una forma de prever esta posibilidad a corto plazo. Evidentemente fallos continuados, incluso durante el período de garantía, producen altos costes tanto al proveedor como al comprador, y ésto sin considerar la probable pérdida de imagen de la empresa fabricante.

Todo ésto conduce a la necesidad de considerar un control de calidad basado en el tiempo. El control de calidad habitual, o de inspección, no tiene continuidad temporal: el producto pasa un control o no lo pasa. Pero nada garantiza que vaya a fallar pasado un cierto tiempo. El estudio de fallos de los productos en el dominio del tiempo es el campo de la fiabilidad, que así definida, está relacionada con fallos durante la vida del producto.

La fiabilidad es por tanto un aspecto de la incertidumbre en ingeniería, ya que el hecho de que un sistema funcione durante un cierto período de tiempo, sólo puede ser estudiado en términos de probabilidades. De hecho la normativa británica (BS) define fiabilidad como la probabilidad de que un componente o sistema, desarrolle durante un periodo de tiempo dado la tarea que tiene encomendada sin fallos, y en las condiciones establecidas.

La definición de fiabilidad mediante conceptos probabilísticos, indica que cualquier intento de cuantificación pasa por la utilización de técnicas estadísticas que, según el problema, pueden llegar a ser muy sofisticadas. Así, mientras que el análisis de la calidad de los productos, notablemente más sencillo, ha sido bastante desarrollado en los últimos años, y los ingenieros de calidad disponen de una amplía bibliografía para introducirse en el tema, la fiabilidad no es tan fácilmente abordable. Los plazos de tiempo requeridos para realizar análisis de fiabilidad, y las técnicas estadísticas, no sencillas, utilizadas, impiden en la práctica un acercamiento natural al problema.

Resumiendo, podemos definir que el problema fundamental en fiabilidad, es estimar la vida de un producto o sistema y la probabilidad de que se produzca un fallo en cada momento. Este problema se estudia en una parte de la Estadística que se denomina Análisis de Datos de Supervivencia (A.D.S.).

2. Introducción al Análisis de Datos de Supervivencia

El análisis de datos de supervivencia engloba toda una serie de técnicas estadísticas para analizar variables aleatorias positivas. Estas variables suelen ser normalmente el tiempo transcurrido entre un instante que determina el origen del proceso, y otro que fija el final del mismo.

El proceso en cuestión puede ser cualquiera, pero el nombre de la técnica procede del campo de la biología donde han debido estudiarse procesos de supervivencia de pacientes con enfermedades fatales a los que se les han aplicado determinados tratamientos. En este caso, la variable aleatoria positiva es el tiempo transcurrido desde el origen de la enfermedad hasta la muerte del paciente.

Sin embargo, el análisis de datos de supervivencia no queda restringido exclusivamente al campo de las ciencias médicas, ya que se han realizado numerosas aplicaciones en múltiples especialidades científicas. Así en ingeniería cabe citar su aplicación al estudio de la fiabilidad de componentes o sistemas. En este caso, la variable aleatoria positiva es el tiempo transcurrido desde que un componente empieza a funcionar hasta que se produce el fallo en su funcionamiento. En demografía, se estudia la longitud de la vida de las personas, y de ahí el nombre también habitual con que se conocen estas técnicas de ”Análisis de Datos de Tiempos de Vida”.

En economía, el estudio de la duración de los periodos de desempleo que sufren los trabajadores, también puede ser abordado utilizando las técnicas del análisis de datos de supervivencia.

Este uso por múltiples disciplinas de los mismos procedimientos estadísticos, ha generado un lenguaje también múltiple para denominar los mismos conceptos. Así, en ingeniería, se habla del fallo del componente y del tiempo de fallo, mientras en biología o demografía es habitual denominar muerte al final del proceso.

La variable sobre la que se va a centrar el estudio es, en definitiva, el tiempo transcurrido entre los dos momentos de tránsito: Origen y Final. Será por tanto necesario definir con precisión cuándo se producen estos tránsitos para cada individuo. Esto no ofrece demasiadas dificultades en ámbitos como la ingeniería o duración del desempleo, aunque siempre existan ciertas discrepancias entre el momento de tránsito real y el registrado en una encuesta.

El problema se agudiza notablemente en biología o medicina cuando, por ejemplo, se trata de determinar el momento en que comienza a desarrollarse una enfermedad. En este caso, la no observabilidad del tránsito origen hace que en numerosas ocasiones se tome como tal el momento de la aparición de los primeros síntomas. Evidentemente el error introducido en este caso es importante.

En general podemos suponer que los datos de que disponemos son tal como los representados en la figura 1. Al comienzo del experimento se ponen a prueba diversos componentes: $t_1, t_2, \cdots, t_5$.

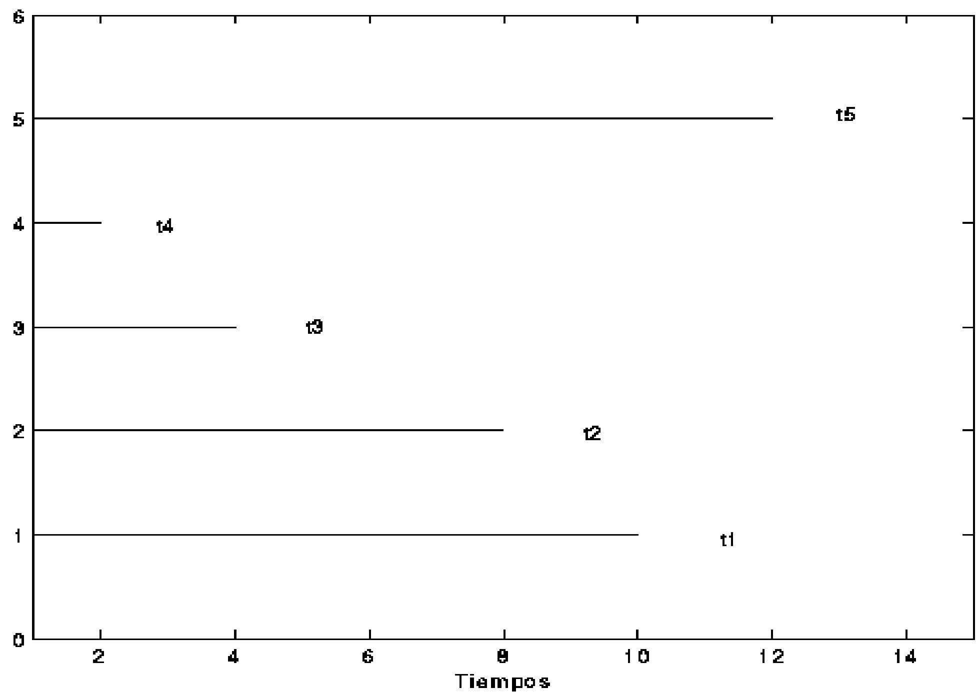


Figura 1: **Duraciones de un proceso**. **Los componentes puestos a prueba han durado unos tiempos** $t_{1,} t_{2,} \dots, t_5$.

Las líneas horizontales representan la duración del proceso que se pretende estudiar. Así, por ejemplo, podemos haber puesto a prueba una muestra de componentes de determinadas características y pretendemos estimar la vida esperable de dicho componente. Los datos en este caso serán las duraciones de vida de cada uno de los n componentes puestos a prueba, es decir una muestra $t_1, t_2, \cdots t_n$, de la variable aleatoria T que representa la duración del proceso.

La estimación de las características de la distribución de la variable T se puede realizar aplicando técnicas estadísticas estándar, si se dispone de datos como los representados en la figura.

2.1 Funciones asociadas al análisis de datos de supervivencia.

En esta sección vamos a estudiar las funciones que sirven para estudiar los datos de duración. En otros análisis estadísticos se han utilizado funciones como la Función de Densidad, y la Función de Distribución. En el ADS, las funciones anteriores se complementan con la Función de Supervivencia y la Tasa de Fallos.

Supongamos que T es una variable aleatoria no negativa y continua que representa el tiempo transcurrido entre el tránsito origen y el tránsito final. Vamos a denominar $f(t)$ a la función de densidad de la variable T. Entonces su Función de Distribución será

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = \int_0^t f(x)dx.$$

2.1.1 Función de Fiabilidad o Supervivencia:

La probabilidad de que un individuo/componente sobreviva/funcione más allá de un instante t, viene determinada por la *Función de Supervivencia*, que en el ámbito de la fiabilidad recibe el nombre de *Función de fiabilidad* (Reliability Function):

$$S(t) = \Pr(T \geq t) = \int_t^\infty f(x)dx = 1 - F(t)$$

$S(t)$ es una función continua, monótonamente decreciente y tal que

$$S(0) = 1$$
$$S(\infty) = \lim_{t\to\infty} S(t) = 0$$

Estos resultados quieren decir que la probabilidad de vivir un tiempo de 0 o más es 1, y la probabilidad de vivir un tiempo infinito es cero.

La función de supervivencia proporciona la probabilidad de que un componente esté funcionando al cabo de t horas. Así, si un componente tiene una función de Fiabilidad:

$$S(1000) = 0.89$$

quiere decir que la probabilidad de que el componente siga funcionando al cabo de 1000 horas es de 0.89. El gráfico de la Figura 2 presenta la función de fiabilidad de dos tipos de bombillas. Como puede observarse la probabilidad de que ambas están funcionando al cabo de 6000 horas es de 0.3 y 0.42 respectivamente.

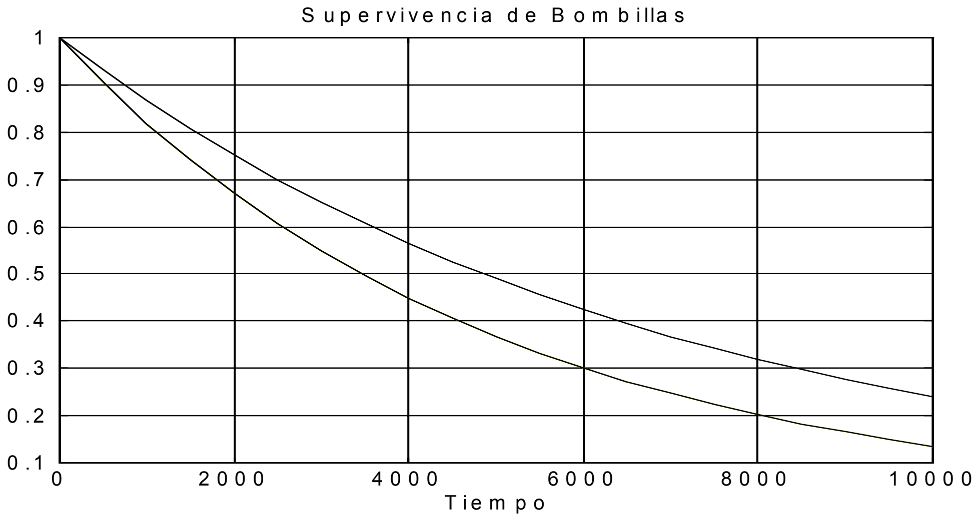


Figura 2: **Funciones de supervivencia de dos tipos de bombillas**. **El eje horizontal**

2.1.2 Tasa de Fallos

Para el análisis de procesos de duración, resulta especialmente indicada la *hazard function* -en fiabilidad se conoce como *failure rate o tasa de fallo*- que se define como,

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr(t \leq T \leq t + \Delta t \ | \ T \geq t)}{\Delta t} \tag{1}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

Esta función indica la posibilidad de fallo inmediato dado que el componente está funcionando en ese momento

La tasa de fallos va resultar fundamental para decidir cómo es un proceso. En la próxima sección vamos a explicar cómo utilizar la información previa que se tiene sobre el proceso utilizando la tasa de fallos.

Consideraciones sobre la tasa de fallos

La evolución de la tasa instantánea de fallo, es decir la probabilidad de que un elemento que no ha fallado todavía en el instante t, falle en el instante siguiente $t + \triangle t$, es de suma importancia en el estudio de la fiabilidad de componentes, o en general en el análisis de cualquier fenómeno evolutivo. Su especificación va a constituir, por tanto, la piedra angular del modelo.

En principio cualquier tasa de fallos puede ser adecuada dependiendo del modelo a estimar. En la práctica suele ser habitual encontrar funciones constantes, crecientes o decrecientes dependiendo del tipo de fenómeno estudiado. De hecho los distintos procesos se van a definir según su tasa de fallos sea creciente (IFR o Increasing Failure Rate), decreciente (DFR o Decreasing Failure Rate) o Constante.

- Tasa de fallos constante:

Indica que la probabilidad de fallo instantáneo es la misma en cualquier momento y consecuentemente el proceso no tiene memoria, ya que la posibilidad de fallo estando funcionando, es idéntica en cualquier momento de la vida del componente. A pesar de que esto pueda parecer irreal, este tipo de modelo es muy utilizado en la práctica, tanto por su sencillez como por el hecho de que representa bien los periodos intermedios de vida de muchos productos. Por ejemplo si se tienen componentes electrónicos cuya es vida es muy larga instalados en sistemas que cuentan con elementos mecánicos de vida útil muy inferior, el modelo de tasa de fallos constante es perfectamente adecuado.

Cabe esperar tasas de fallo constantes cuando el fallo se produce por cargas excesivas que se producen aleatoriamente en el tiempo.

La Figura 3 muestra la tasa de fallos constante de dos componentes. Como puede observarse uno de los componentes tiene SIEMPRE más posibilidad de fallo que el otro.

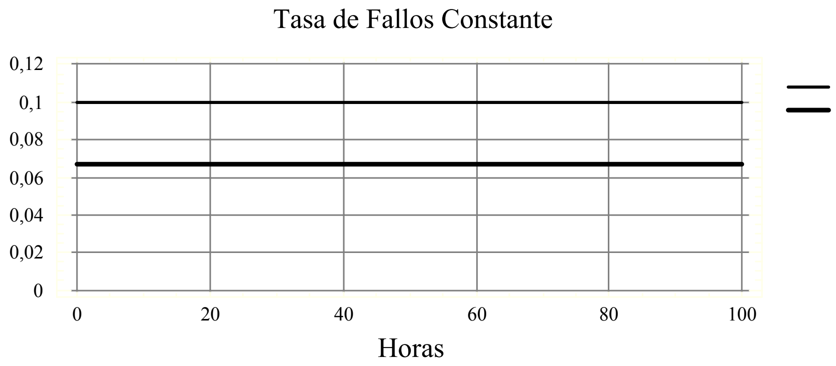


Figura 3: **Tasas de Fallo constantes**

● Tasa de fallos creciente:

Surge, en la mayoría de los casos por desgastes y fatigas, es decir por un proceso de envejecimiento. La tasa de fallos creciente indica que la probabilidad de fallo inmediato, teniendo en cuenta que el componente está funcionando, se incrementa a medida que pasa el tiempo. Evidentemente a medida que un componente se hace más viejo, su tasa de fallos tenderá a crecer. La figura adjunta muestra dos tasas de fallos crecientes para dos componentes distintos. Como puede observarse, si un componente ha llegado a 3000 horas funcionando, su posibilidad de fallar inmediatamente es muy baja para ambos tipos. Pero si llegan funcionando a 9000 horas, la posibilidad de fallo es casi el triple para un componente que para el otro.

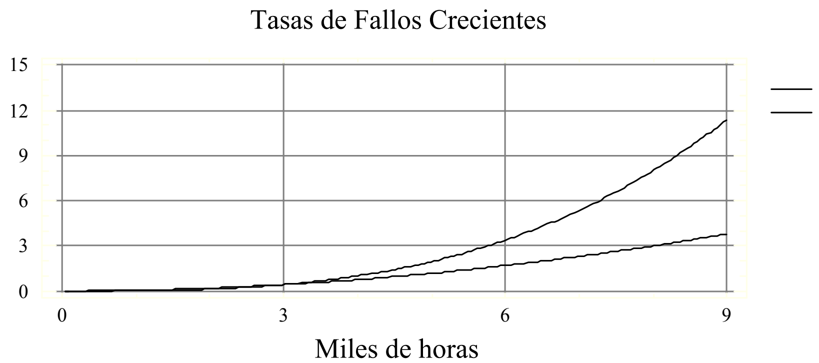


Figura 4: **Tasas de fallos crecientes**

● Tasa de fallos decreciente

Se observa en productos cuya probabilidad de fallo es menor cuando aumenta el tiempo de supervivencia. Esto aparece a menudo en cualquier tipo de materiales: al principio de su funcionamiento la probabilidad de fallo es alta debido a la existencia de posibles defectos ocultos. A medida que transcurre el tiempo esta probabilidad se estabiliza a un nivel más bajo, pues si el elemento ha sobrevivido será porque no tenía ese defecto oculto. En este caso es conveniente realizar un control de calidad bajo stress a los elementos, ya que los que fallen se pueden eliminar desde el principio. La figura 5 presenta tasas de fallo decrecientes.

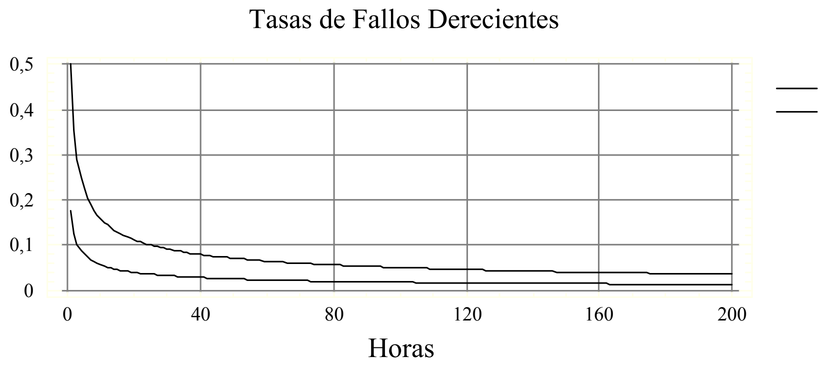


Figura 5: **Tasas de fallo decrecientes**

En la figura puede observarse que ambos componentes tienen mayor riesgo de fallo en los primeros momentos de su vida. Si no fallan en las primeras 80 horas, la posibilidad de fallo se reduce notablemente en ambos casos. El ensayo bajo stress permitirá eliminar aquellos componentes que fallen al principio. De esta manera la empresa evita introducir en el mercado piezas defectuosas.

La tasa de fallos decreciente aparece muy a menudo en estudios clínicos de supervivencia a intervenciones quirúrgicas: El riesgo disminuye a medida que transcurre el postoperatorio.

● **Curva de la Bañera (Bathtub curve)**:

La generalización del proceso anterior conduce a la curva de bañera (Bathtub Curve) que representa la probabilidad de fallo instantáneo de un elemento que se comporta inicialmente de forma decreciente (a esta zona se le denomina de mortalidad infantil), en su vida media con una probabilidad de fallo casi constante (zona de vida útil), y finalmente con probabilidad de fallo que aumenta con la edad (zona de deshecho, wearout). Esta curva es muy habitual en elementos reales, aunque en la práctica muchas veces se simplifique estudiando únicamente su zona central, que tiene tasa de fallo constante.

La curva de la Bañera es adecuada para describir la vida humana: la probabilidad de fallo (muerte) instantánea es alta para los niños pequeños, disminuye en edades centrales y aumenta al alcanzarse edades elevadas.

Cuando la tasa de fallo del elemento responde a la curva de la bañera, es conveniente realizar un ensayo acelerado del mismo (en condiciones de stress) para que supere la zona de mortalidad infantil o de Burn-in.

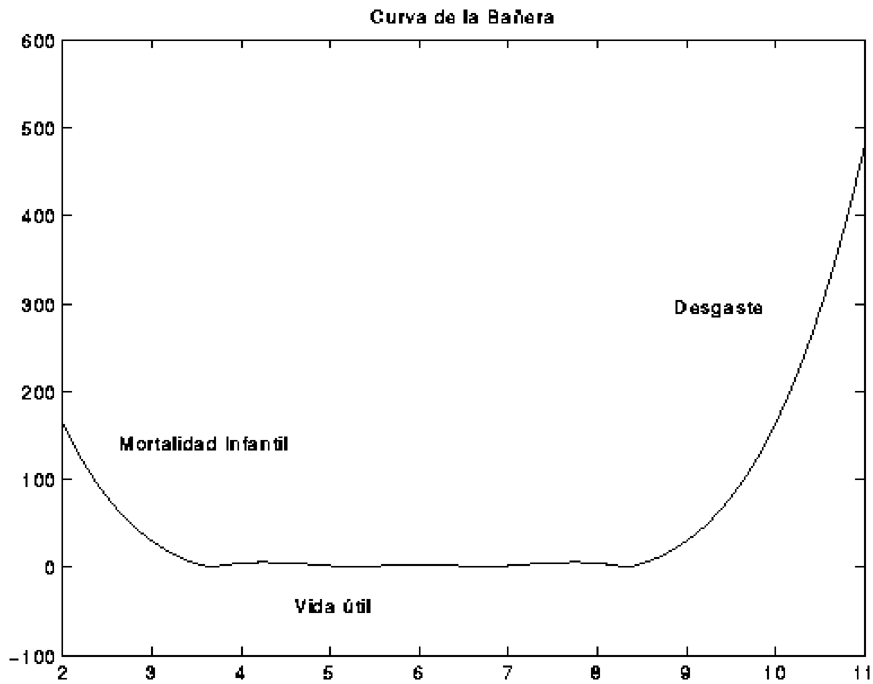


Figura 6: **Curva de la Bañera**

2.1.3 Periodos de Garantía y ensayos acelerados

Si un producto tiene una tasa de fallos con un problema de mortalidad infantil como es el caso de la curva de la bañera, la empresa se enfrenta a un problema: Sus productos tienen mayor posibilidad de fallo en los primeros momentos de funcionamiento debido a la existencia de defectos ocultos. Sin embargo, la empresa no puede detectar fácilmente esos fallos. Una posibilidad interesante es determinar cuándo comienza la vida útil del producto y ofrecer a los clientes una garantía de funcionamiento durante ese periodo de funcionamiento problemático,

Una vez superado el periodo crítico, la empresa está razonablemente segura de que el producto tiene una posibilidad de fallos reducida.

En el ejemplo, la empresa garantizaría el producto durante, al menos, 400 horas.

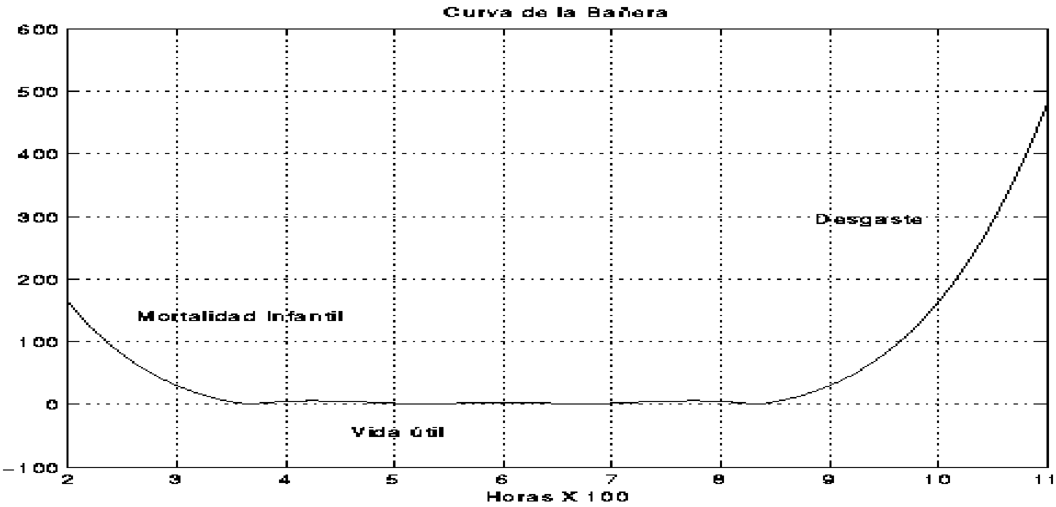


Figura 7: **Curva de la Bañera**. **La garantía cubre la mortalidad infantil**.

Algunas empresas están desarrollando estrategias comerciales basadas en ampliar el periodo de garantía a la vida útil del producto. Supongamos que un producto tiene una tasa de fallos muy baja durante su vida útil. Entonces, el es muy probable que el producto empiece a fallar cuando alcance la zona de desgaste. Si ésto es así, la empresa puede prolongar a muy bajo coste la garantía incluyendo una importante parte de la zona útil del producto, resaltando que el producto es muy fiable. En nuestro ejemplo de la figura 7, la empresa podría incrementar la garantía hasta 700 horas con un coste adicional muy bajo.

Algunos productos, sin embargo no pueden fallar. Componentes clave de determinados procesos como por ejemplo válvulas de centrales nucleares, aviones, mecanismos de seguridad, etc, no pueden tener problemas en los primeros momentos de su aplicación debido a la tasa de fallos decreciente. Una posibilidad en estos casos es probar el componente sometido a condiciones límite. Por ejemplo, si una válvula en una central nuclear debe funcionar a 10 atmósferas de presión y 100°C de temperatura, se somete las válvulas a un ensayo de funcionamiento a 30 atmósferas y 200°C. Así, los defectos ocultos que provocan la mortalidad infantil afloran y, consecuentemente, la fiabilidad del aparato aumenta.

Las pruebas aceleradas o bajo stress se realizan únicamente en sistemas que requieren una alta fiabilidad desde el principio. En otras condiciones no suele ser rentable. En la sección 12 se estudian los ensayos acelerados.

2.1.3 Tasa de Fallos Acumulada

La Tasa de fallos acumulada va a ser de gran utilidad a la hora de decidir si un componente tiene IFR o CFR o DFR. Se define la tasa de fallos acumulada como:

$$H(t) = \int_0^t h(x)dx$$

Esta función se caracteriza por ser una línea recta si la tasa de fallos es constante, y crecer por encima de la recta si el modelo es IFR y por debajo si es DFR.

En secciones posteriores veremos que es posible estimar con nuestros datos la Tasa de Fallos Acumulada. Utilizando un gráfico de esta función se va a poder determinar si los datos tienen tasa de fallos creciente, decreciente o constante.

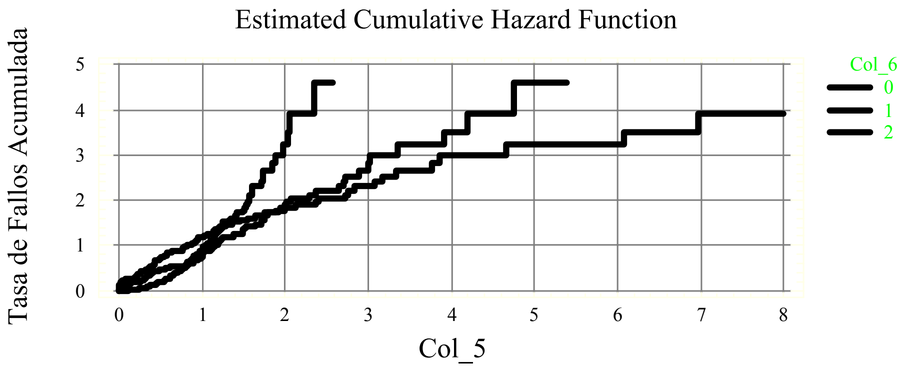


Figura 8: **Tasa de Fallo Acumuladas de tres componentes diferentes**.

En la Figura 8 pueden observarse las Tasas de Fallos Acumuladas de tres muestras. Una de ellas crece linealmente (La del centro). En ese caso podemos pensar que el modelo de Tasa Constante será adecuado. Otra (Izquierda) crece más rápido que linealmente. Tenemos datos con Tasa de Fallos Crecientes. Finalmente, la de la Derecha crece por debajo de la recta y, posiblemente, los datos son de Tasa de Fallos Decrecientes.

3. Modelos utilizados en Fiabilidad. Datos Completos.

El criterio de elección de un modelo se basará en técnicas descriptivas que se estudiarán en la sección correspondiente y especialmente en el conocimiento teórico que tengamos del proceso. Este conocimiento nos permitirá saber en muchas ocasiones que el proceso tiene tasa de fallos creciente, decreciente o en forma de bañera.

3.1 Modelo exponencial

El modelo exponencial es bien conocido. Su función de densidad es $f(T) = 1/\theta \exp(-t/\theta)$. Dada esta función de densidad podemos obtener las correspondientes funciones asociadas al Análisis de datos de Supervivencia:

$$F(t) = 1 - e^{-t/\theta}$$
$$S(t) = e^{-t/\theta}$$
$$h(t) = 1/\theta$$
$$H(t) = t/\theta$$

Además, $E(t) = \theta$, es decir que la duración media del proceso será θ.

El modelo exponencial es el único que tiene tasa de fallos constante: la probabilidad de fallar condicionada a que el elemento esté en uso no varía con el tiempo. Esta propiedad se denomina falta de memoria. En las figuras se presenta la función de supervivencia de dos modelos exponenciales con duraciones medias $E(t) = \theta = 1000$ horas y $E(t) = 2000$ horas. Como puede observarse la probabilidad de que el componente con vida media de 1000 horas funcione más de 2000 horas es del 13.5%. Para el componente de 2000 horas de duración media es de 36.7%. Estas cifras se obtienen de la función de supervivencia:

$$S(t) = e^{-t/\theta} = e^{-2000/1000} = 0.135$$

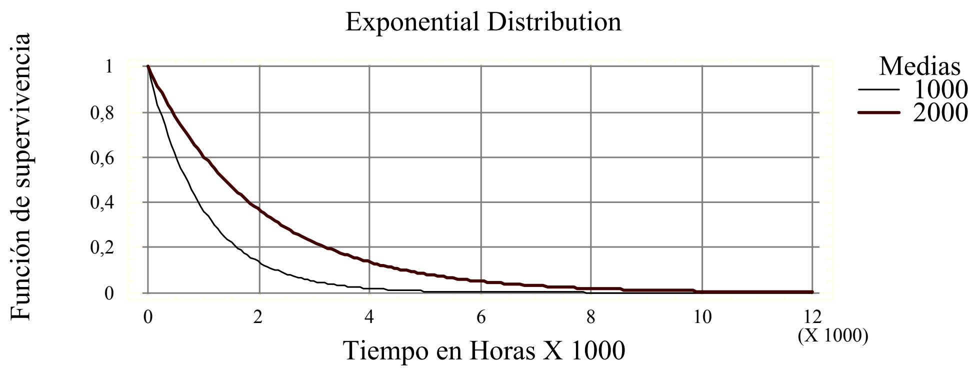


Figura 9: **Función de Supervivencia de componentes Exponeneciales**

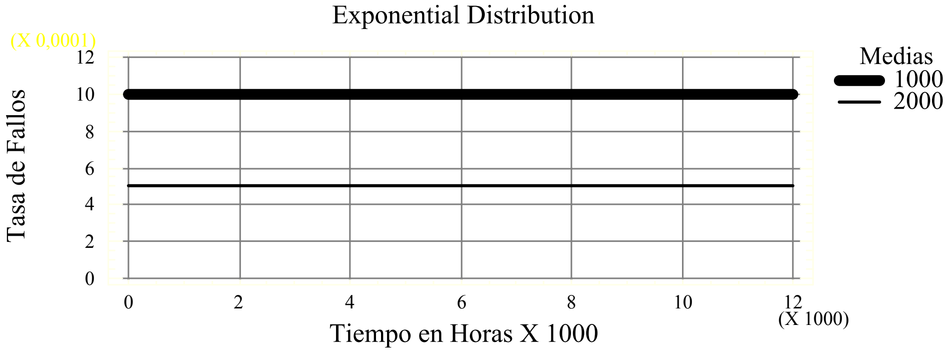


Figura 10: **Tasa de fallos de componentes exponenciales**

3.2 Modelo Weibull

El modelo Weibull tiene la siguiente función de densidad:

$$f(t) = \lambda\beta(\lambda t)^{\beta-1}\exp(-(\lambda t)^{\beta}) \qquad t \geq 0$$

$$S(t) = \exp(-(\lambda t)^{\beta}) \qquad t \geq 0$$

$$h(t) = \lambda\beta(\lambda t)^{\beta-1} \qquad t \geq 0$$

$$H(t) = (\lambda t)^{\beta} \qquad t \geq 0$$

El modelo Weibull tiene una interesante propiedad ligada a que según sean los valores de β, puede presentar tasas de fallo crecientes, decrecientes o constantes. Así, cuando $\beta = 1$ el modelo Weibull se convierte en exponencial y presenta tasa de fallos constante. El modelo exponencial es por tanto un caso particular del modelo Weibull.

Cuando $\beta > 1$ el modelo tiene tasa de fallos creciente y cuando $\beta < 1$ presenta tasa de fallos decreciente. El modelo Weibull es muy versátil y en la práctica es uno de los más utilizados.

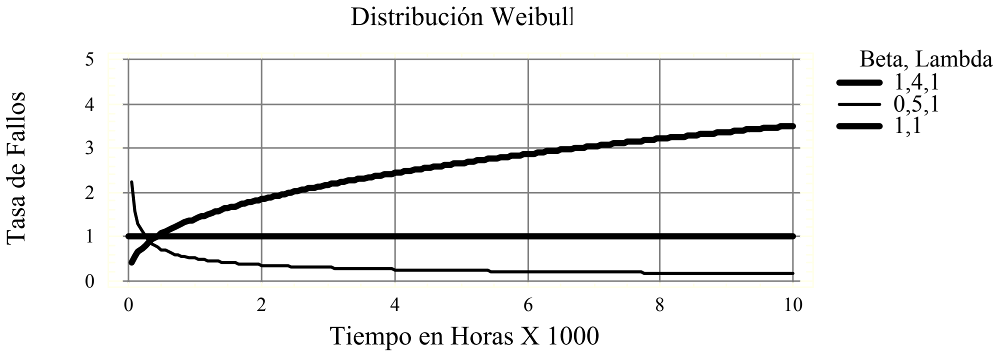


Figura 11: **Tasas de Fallo de la Distribución Weibull según sean los parámetros**

3.3 Otros Modelos

Otros modelos habitualmente utilizados en el estudio de duraciones de vida son:

- Distribución Gamma $f(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}e^{-\lambda t}}{\Gamma(k)}, t > 0$
- Distribuciones Normal y Lognormal
- Distribuciones con tasa de fallos polinómicas. La distribución de Rayleigh es $h(t) = a + bt$.
- Distribución de Gompertz. $h(t) = \exp(a + bt)$

4. Estimación paramétrica

El proceso de ajuste de modelos estadísticos a partir de datos muestrales es simple. Se estudian los datos mediante técnicas de estadística descriptiva, se elige un modelo de distribución de probabilidad, se estima y se realiza una diagnosis para detectar posibles errores. Vamos a estudiar el método mediante varios ejemplos:

Ejemplo 1:

Se ha realizado un ensayo para estudiar la duración de vida de unos componentes electrónicos. Para ello se han puesto 20 elementos a prueba y se han observado hasta el fallo. Los tiempos de vida recogidos han sido los siguientes:

58,91   158,8   25,16   80,26   77,85   105,4   95,97
87,29   81,49   16,39   79,10   36,89   68,05   21,31
209,41   519,26   34,24   44,33   283,2   8,33

Lo primero que debemos hacer es visualizar los datos. Para ello utilizaremos un histograma de los datos como el de la Figura 12.

Como puede verse en el histograma, el modelo exponencial puede ser adecuado para estos datos y por tanto optaremos por una distribución exponencial con

$$f(t;\theta) = 1/\theta \exp(-t/\theta).$$

El ajuste del modelo exponencial es muy sencillo, el valor estimado de θ corresponde a la media de los datos.

$$\widehat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n} = \overline{t} \quad (2)$$

En nuestro caso $\widehat{\theta} = \overline{t} = 104.6$

A partir de aquí podemos inferir muchas propiedades de nuestro componente. Por ejemplo, la probabilidad de que un componente dure más de 200 horas será:

$$\Pr(T > 200) = S(200) = e^{-0.0096.200} = 0.1466$$

La Figura 13 muestra la función de supervivencia de estos componentes:

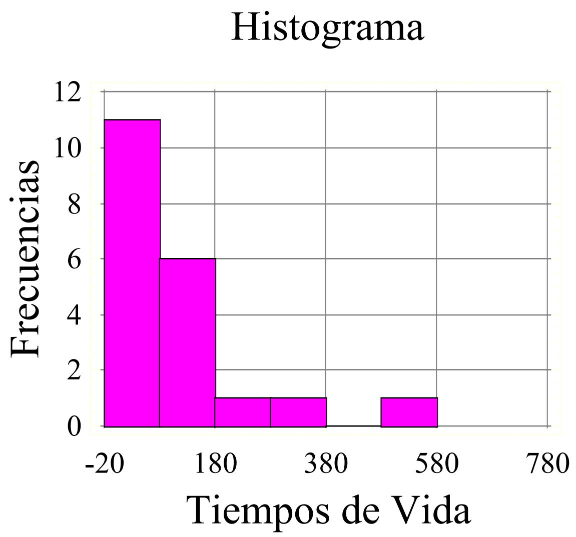


Figura 12: **Datos Exponenciales**

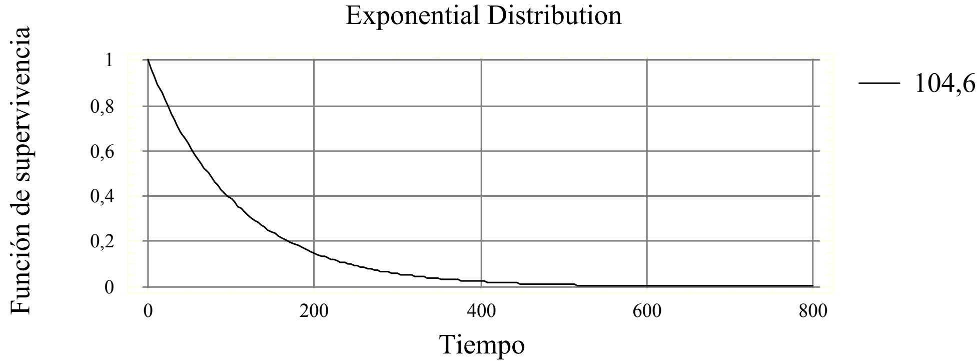


Figura 13: **Función de Supervivencia de los datos exponenciales**

5.Métodos Gráficos para determinar el modelo adecuado. Técnicas descriptivas.

Los métodos gráficos que se van a estudiar en esta sección, tienen por objetivo estudiar si los datos siguen un determinado modelo o no. Las técnicas de estadística descriptiva que se emplean habitualmente en la mayor parte de las áreas: Histogramas, diagramas de tallos y hojas, Box-plots etc, no se van a poder utilizar en fiabilidad debido al problema de la censura que se estudiará posteriormente. Por ello es preciso utilizar una serie de técnicas específicas que se basan en la estimación de la Función de Distribución. Si los datos son completos, la función de distribución se estima de forma inmediata. Si son censurado, usaremos el llamado estimador de Kaplan Meier que se estudiará en la sección 10.

Las ventajas de utilizar gráficos son:

- **Simplicidad y rapidez**: los métodos gráficos son rápidos y de fácil aprendizaje, por lo que su uso está muy extendido en el campo de la fiabilidad.

- **Presentación de los datos**: el elaborar gráficos de fiabilidad permite visualizar los datos de una forma simple y ordenada. Esto facilita tanto su comprensión como su presentación a terceros.

- **Estimaciones aproximadas**: mediante los gráficos de fiabilidad pueden obtenerse unas primeras estimaciones de la tasa de fallos o de la vida media del componente si no se dispone de ordenador.

- **Datos censurados**: el método gráfico se puede utilizar tanto para datos completos como censurados.

- **Datos atípicos**: permite detectar datos/componentes cuyo comportamiento no sea el habitual, lo que permitirá -ligado a tareas de diseño- detectar a que se deben estos comportamientos.

- **No utiliza medios sofisticados**: las estimaciones se realizan sobre el propio gráfico, sin utilizar programas estadísticos.

La base de estos métodos gráficos es estimar la función de distribución empírica de los datos y representarla en unas escalas tales que si el modelo elegido es correcto. los datos presenten aspecto lineal.

La función de distribución:

$$F(t) = P(T \leq t)$$

La función de distribución se estima mediante cualquiera de estas dos posibilidades:

$$\begin{aligned} \text{a} &: \ F_i = i/n \\ \text{b} &: \ F_i = (i - 0,3)/(n + 0,4) \end{aligned}$$

Para hacerlo se procede de la siguiente manera:

1. Ordenación de los datos de menor a mayor
2. Estimación de la función de distribución mediante la expresión (b) que es más exacta.
3. Elección del modelo teórico (esto implica utilizar uno u otro tipo de papel probabilístico)
4. Representación de los datos en el papel del modelo teórico hasta que formen una línea recta
5. Estimación de los parámetros del modelo a partir del gráfico (Optativo y anticuado)

Actualmente los programas informáticos permiten realizar este proceso de forma sencilla. Al final de la sección se explicará la forma de hacer el gráfico mediante STATGRAPHICS. Vamos a estudiar el método con un ejemplo.

EJEMPLO 2:

En un ensayo se han recogido los tiempos de fallo de 20 componentes, que han resultado (en horas)

3,04 4,45 6,25 37,1 42,7 76,6 76,7 103,9 107,7 110,8 114,6 121,2 130,2 220 236,8 245,6 314,8 407,9 499 627,4.

Con estos datos se pretende determinar las características de la distribución de tiempos de fallo del componente en cuestión.

En primer lugar es necesario ordenar los datos de menor a mayor tal como muestran las dos primeras columnas de la tabla 1, que recogen respectivamente el tiempo de fallo del componente y el orden en que se produce este fallo, que representa la frecuencia acumulada absoluta. En la segunda columna se proporciona también la estimación de la función de distribución empírica según la fórmula (b). Así, por ejemplo, para el dato 37.10 que se ha obtenido en cuarto lugar, obtenemos:

$$\frac{4 - 0.3}{20 + 0.4} = 0.18$$

Tabla 1: **Datos del ejemplo 2**

Tiempos	**Orden**; $F = \frac{i-0.3}{20-0.4}$	-ln$(1 - F(T))$
3.04	1- 0.03	.03
4.45	2-0.08	.08
6.25	3-0.13	.14
37.10	4-0.18	.20
42.7	5-0.23	.26
76.6	6-0.28	.32
76.7	7-0.33	.39
103.9	8-0.38	.47
107.7	9-0.43	.55
110.8	10-0.48	.64
114.6	11-0.52	.74
121.2	12-0.57	.85
130.2	13-0.62	.97
220	14-0.67	1.11
236.8	15-0.72	1.27
245.6	16-0.77	1.46
314.8	17-0.82	1.70
407.9	18-0.87	2.02
499.2	19-0.92	2.44
627.4	20-0.97	3.38

Una vez que se tienen los datos tal como muestran las dos primeras columnas de la Tabla, es necesario hacer alguna hipótesis sobre la distribución (modelo teórico) de que provienen los tiempos de fallo -que habitualmente serán Exponenciales, Weibull, Normales o Lognormales- y realizar el gráfico según el modelo elegido.

El modelo correcto será aquel en que la representación asemeje una línea recta.

Gráfico Exponencial:

Si el modelo es exponencial, la función de supervivencia viene dada por:

$$S(t) = e^{-t/\theta}$$

Tomando logaritmos:

$$\ln(S(t)) = -t/\theta$$

pero como $F(t) = 1 - S(t)$

$$\ln(1 - F(t)) = -t/\theta$$

$$-\ln(1 - F(t)) = t/\theta$$

por tanto, si representamos en un gráfico en el eje vertical la variable $Y = -\ln(1 - F(t))$ y en el eje horizontal la variable $X = t$, los tiempos de fallos, *SI LOS DATOS PROCEDEN DE UN MODELO EXPONENCIAL*, *DEBEN PRESENTAR EL ASPECTO DE UNA LINEA RECTA*. La tercera columna de la tabla representa $-\ln(1 - F(t))$. Construimos por tanto un gráfico según se ha explicado. El gráfico se presenta en la Figura 14. Como puede apreciarse los datos están formando una línea recta y por tanto consideramos adecuado el modelo exponencial.

En caso de que los datos no presentasen un aspecto de línea recta, habría que concluir que el modelo teórico elegido (Exponencial) no era el adecuado y repetir el gráfico con modelos Weibull, Normal u otros.

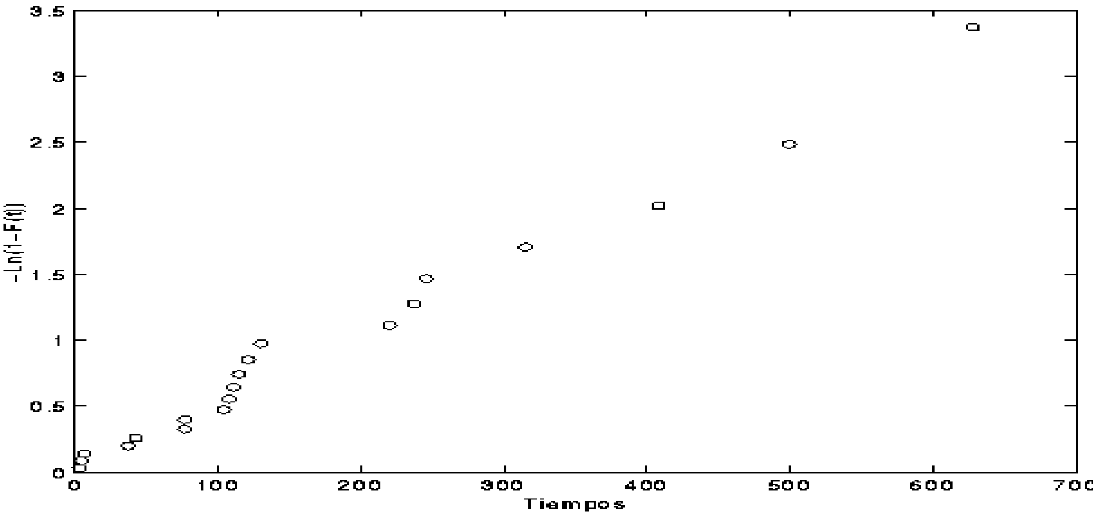


Figura 14: **Gráfico para datos exponenciales**

Ejemplo 3:

Se tienen datos de la duración de 20 componentes. Los datos son:

58,435 261,126 56,6706 230,788 183,028 19,3203 128,744 58,0366 131,247 397,636 79,4311 180,2 28,2613 131,948 323,421 219,182 167,721 130,961 207,719 285,59

Vamos a realizar un gráfico como el exponencial para comprobar si los datos son exponenciales. El gráfico se presenta en la Figura 15.

Es evidente en la figura 15 que los datos no son exponenciales. Vamos a ajustarles un gráfico Weibull.

Modelo Weibull:

El modelo Weibull tiene una función de supervivencia:

$$S(t) = \exp(-(\lambda t)^{\beta})$$

Tomando Logaritmos

$$\ln S(t) = -(\lambda t)^{\beta}$$

$$\ln(1 - F(t)) = -(\lambda t)^{\beta}$$

volviendo a tomar logaritmos:

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = \beta \ln(\lambda t) = \beta \ln(\lambda) + \beta \ln(t)$$

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = \beta \ln(\lambda) + \beta \ln(t)$$

$$Y = \alpha + \beta X$$

Donde $Y = \ln(-\ln(1 - F(t)))$, $X = \ln(t)$ y $\alpha = \beta \ln(\lambda)$. Como la última expresión es una línea recta, si representamos esos datos y el modelo es Weibull debemos obtener un línea recta.

La figura 16 muestra los datos en un gráfico Weibull. Se aprecia que, efectivamente, son lineales.

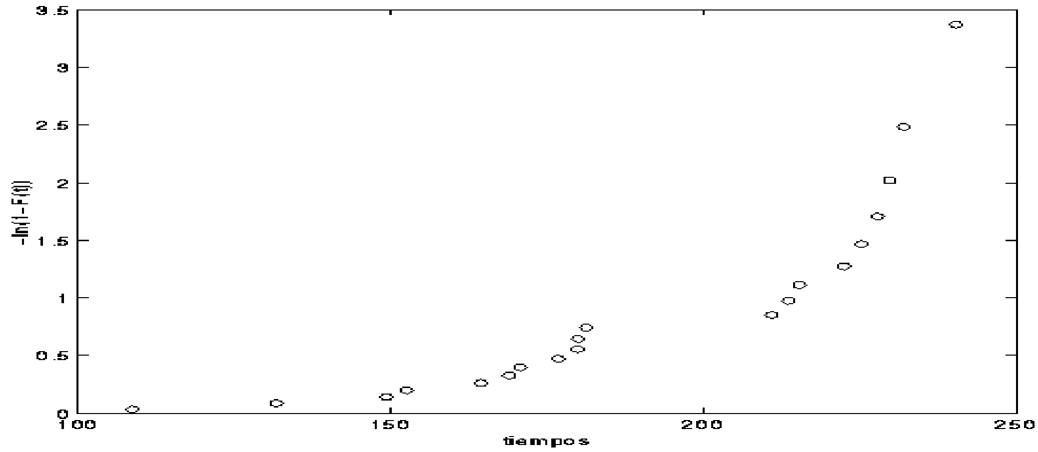


Figura 15: **Datos del Ejemplo 3 tratados como Exponenciales**. **No es una linea recta**.

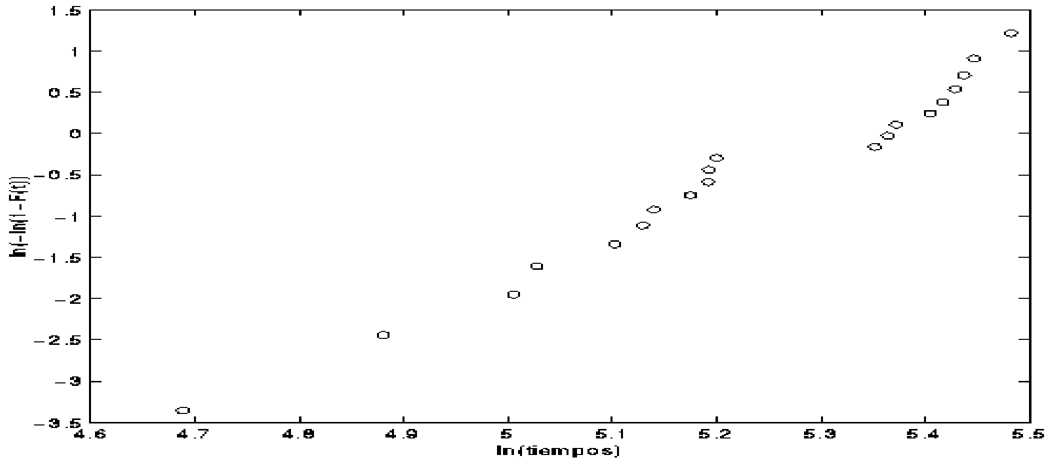


Figura 16: **Datos del Ejemplo 2 como Weibull**.

5.1 Gráficos en Ordenador

Este proceso es laborioso y puede ser realizado de forma automática por la mayoría de los paquetes estadísticos de uso habitual. En el caso de STATGRAPHICS. el análisis puede realizarse de la siguiente manera:

1. Se introducen los datos
2. Se va a DESCRIBE y DISTRIBUTION FITTING
3. Se va a WEIBULL ANALYSIS
4. Se introducen los datos y se pide el Weibull Plot tras pinchar en el icono de gráficos

El gráfico obtenido es:

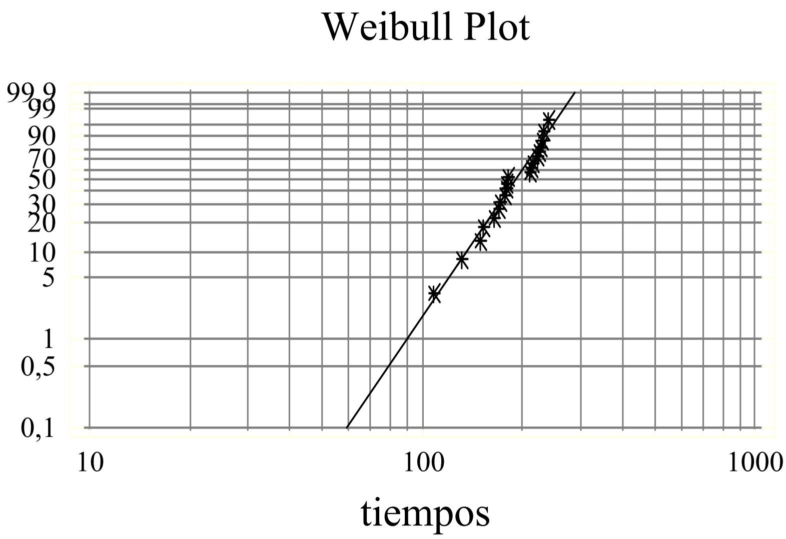


Figura 17: **Gráfico en papel Weibull**. **Es equivalente al de la figura 16**.

El gráfico es idéntico al de la figura 16, pero los ejes están escalados en logaritmos. Como el modelo exponencial es un caso particular del Weibull con $\beta = 1$, si realizamos un gráfico Weibull para datos exponenciales, los datos serán lineales.

6. Estimación del Modelo Weibull.

La estimación de λ y β del modelo Weibull es compleja. Requiere el uso de métodos numéricos. Pero actualmente, los ordenadores lo hacen sin ningún problema. En el caso del Ejemplo 3, en el mismo análisis Weibull en que hemos obtenido el gráfico se puede estimar los valores de λ y β. Se obtiene $\widehat{\lambda} = 203.78$ y $\widehat{\beta} = 6.33$. Con estos valores es posible conocer muchas cosas de nuestro componente. Por ejemplo la probabilidad de que falle antes de 100 horas es de 0,11. Y la de que falle antes de 250 es 0.97.

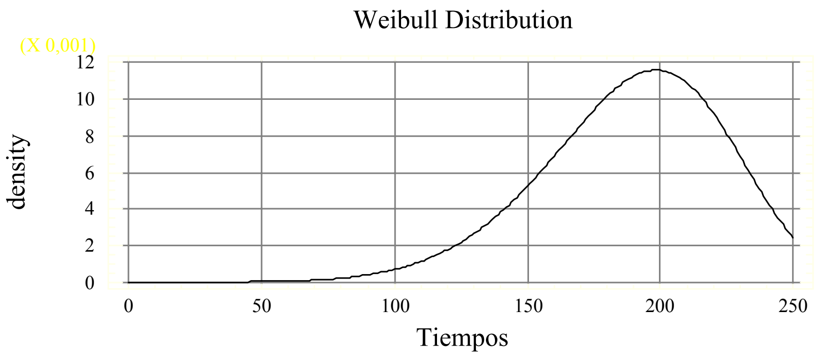


Figura 18: Densidad Estimada de los Componentes

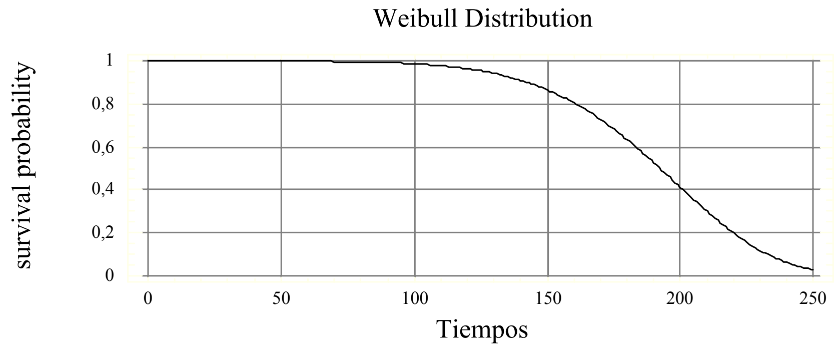


Figura 19: **función de supervivencia de los componentes del Ejemplo 3**.
La probabilidad de que falle antes de 100 horas es muy baja.

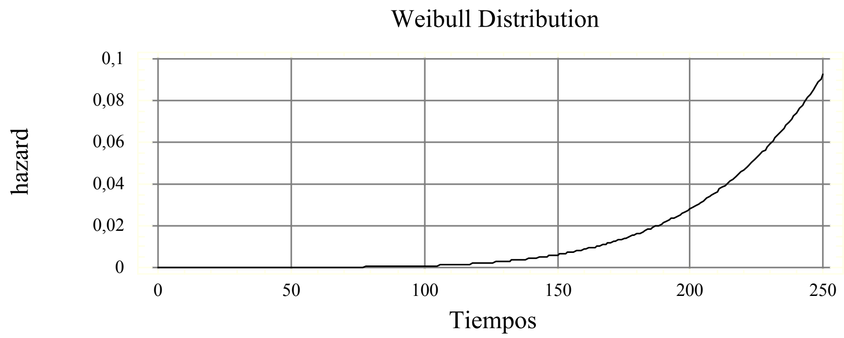


Figura 20: **Tasa de Fallos estimada de los componentes del Ejemplo 3**.
La posibilidad de fallos antes de 100 horas es muy pequeña.

7. Datos incompletos: Censura

El problema fundamental que distingue el análisis de datos de supervivencia de otros campos de la estadística es la denominada censura de los datos. Se dice que una observación está censurada cuando solo contiene información parcial sobre la variable a estudiar.

Esta situación es muy frecuente dado que la longitud del intervalo entre tránsitos impide muchas veces el seguimiento de la muestra hasta el tránsito final. De este modo, la variable observada no recoge la información completa sobre el tiempo transcurrido entre los tránsitos origen y final, ya que solo se observa una parte de este intervalo.

Decimos que una observación está censurada por la derecha en tc cuando sólo se conoce si su valor es mayor o igual que t_c pero no se sabe su valor exacto. Análogamente una observación está censurada por la izquierda cuando solo se puede saber que tiene un valor menor o igual que tc pero no se puede conocer el valor exacto.

La censura por la derecha es más frecuente que por la izquierda, y es la que se encuentra habitualmente en los datos de fiabilidad. A partir de ahora consideraremos normalmente este tipo, de forma que al decir censura, nos referiremos a censura por la derecha. La censura por la izquierda se mencionará específicamente. Ejemplos de censura por la izquierda se producen cuando no podemos observar un acontecimiento por ocurrir demasiado rápido (Vida de partículas subatómicas), o no podemos medir algo por ser demasiado pequeño. En economía se producen censuras por la izquierda habitualmente. Un ejemplo son las edades de jubilación. Si tenemos como dato la edad de una persona y sabemos que está jubilada, podemos deducir que su edad de jubilación es menor que su edad actual.

Los ejemplos de censura por la derecha son numerosos, en economía la duración de periodos de desempleo suele obtenerse de encuestas que preguntan a los parados cuánto tiempo llevan en paro, pero al no conocerse cuanto tiempo adicional van a permanecer sin trabajo, sólo se sabe su duración censurada.

En Fiabilidad es muy normal poner a prueba una partida de componentes y observar los fallos durante un período de tiempo determinado. Los elementos que fallen durante este período proporcionarán observaciones completas. Los que sigan en funcionamiento al final del período proporcionarán observaciones censuradas.

Los tipos de censura se clasifican habitualmente en varios grupos:

- **Censura de Tipo 1**:

  El experimento que genera datos con censura de tipo 1 consiste en poner a prueba una partida de n componentes y observarlos durante un tiempo *predeterminado* t_c. La duración total del experimento, t_c está fijada de antemano y es decidida por el experimentador. Una vez que ha terminado el experimento se observan los datos completos correspondientes a los r componentes que han fallado $t_1, t_2, \cdots, t_r$. La duración de los $n - r$ componentes que no ha fallado durante el tiempo del experimento sabemos que es mayor que t_c.
  Este tipo de censura es bastante frecuente en temas de fiabilidad. Así, es normal estudiar la evolución de los componentes desde que se instalan nuevos, hasta que finalmente fallan. Debido a que el tiempo de fallo puede ser para algunos muy grande, sólo se sigue la evolución de los componentes durante un periodo de tiempo determinado, al cabo del cual se da por concluido el experimento. Las observaciones serán completas para los componentes que hayan fallado antes del fin del estudio, e incompletas para los demás.

- **Censura de Tipo 2**:

  El experimento que genera datos con censura de tipo 2 consiste en poner a prueba una partida de n componentes y observarlos hasta que falle el elemento r-ésimo. Suponiendo que este fallo ocurra en el instante t_c, la duración total del experimento *no* está fijada de antemano y es aleatoria. Una vez que ha terminado el experimento se observan los datos completos correspondientes a los r componentes que han fallado $t_1, t_2, \cdots, t_r$. La duración de los $n - r$ componentes que no ha fallado durante el tiempo del experimento sabemos que es mayor que t_c. Que es el tiempo de fallo del elemento r-ésimo.

- **Censura aleatoria**:

  La censura aleatoria aparece cuando el proceso de fallos y el de censura son independientes pero no tienen un estructura predeterminada. Un ejemplo sería considerar los pacientes de un determinado tratamiento a los que se mide el tiempo de supervivencia a determinada enfermedad. Si un paciente abandona el estudio o fallece por un accidente de automóvil, la censura se considera aleatoria.

  En el caso de censura aleatoria se observa una sucesión de datos de los que algunos son completos y otros son censurados.

7. Estimación con datos censurados

La estimación con datos censurados es mucho más compleja que si sólo se tienen datos completos. El análisis lo haremos en ordenador, pues ahora va a ser imposible calcularlo manualmente. Los pasos son idénticos a los que tenemos que resolver en el caso de datos completos, aunque los cálculos que se deben realizar son numerosos.

Si hay censura las técnicas descriptivas básicas no nos van a servir. No podremos realizar histogramas si no conocemos la longitud final de las observaciones. La única forma de abordar el problema es a través de los gráficos basados en la función de distribución que se han estudiado en la sección anterior.

El proceso de para realizar un gráfico de esas características es el mismo, pero tendremos que estimar la función de distribución (O de supervivencia que es $S(t) = 1 - F(t)$) con algún método alternativo.

7.1 Estimación de la función de Distribución o Supervivencia. Estimador de Kaplan Meier.

Vamos a estudiar el Estimador de Producto Límite o Kaplan Meier mediante un ejemplo.

Ejemplo 4:

Se tienen datos de la supervivencia de dos grupos de pacientes tratados con placebo y una medicina (6MP)

Grupo 1: **Tratados con 6MP**

6 6 6 6* 7* 9 10* 10* 11 13 16* 17* 19* 20 22 23* 25* 32* 32* 34* 35

Grupo 2: **PLACEBO**

1 1 2 2 3 4 4 5 5 8 8 8 8 11 11 12 12 15 17 22 23

El estimador de Kaplan Meier de la función de supervivencia se calcula utilizando el siguiente esquema:

1. Se ordenan los tiempos de menor a mayor.

2. Para cada tiempo de fallo se calcula el número de individuos que quedan en riesgo al comenzar el periodo.

3. El estimador para el primer tiempo, t_1, de fallo será

$$S(t_1) = \frac{n_1 - d_1}{n_1}$$

   donde n_1 representa el número de individuos que quedan en riesgo de fallar antes del primer tiempo de fallo. Se incluyen en este grupo los individuos que están censurados en ese tiempo de fallo.

4. El estimador para el segundo tiempo de fallo t_2 será:

$$S(t_2) = \frac{n_2 - d_2}{n_2} S(t_1)$$

5. El estimador para el tercer tiempo de fallo t_3 será:

$$S(t_3) = \frac{n_3 - d_3}{n_3} S(t_2)$$

6. y así sucesivamente teniendo en cuenta que sólo los fallos dan lugar a estimaciones.

Vamos a calcular el estimador para los datos del ejemplo:

Tiempo de Fallo	En riesgo	Fallos	$\frac{n_i - d_i}{n_i}$	S(t)
6	21	3	$\frac{21-3}{21}$	$\frac{21-3}{21} = 0.8571$
9	16	1	$\frac{16-1}{16}$	$\frac{16-1}{16} 0.8571 = 0.8036$
11	13	1	$\frac{13-1}{13}$	$\frac{13-1}{13} .0.8036 = 0.7418$
13	12	1	$\frac{12-1}{12}$	$\frac{12-1}{12} 0.7418 = 0.6799$
20	8	1	$\frac{8-1}{8}$	$\frac{8-1}{8} .0.6799 = 0.5950$
22	7	1	$\frac{7-1}{7}$	$\frac{7-1}{7} .0.5950 = 0.51$
35	0	1	0	0

Obsérvese que únicamente hay saltos en la función de supervivencia en los fallos, no en los tiempos censurados.

La tabla adjunta presenta datos del estimador obtenidos de STATGRAPHICS. Para obtenerlos hay que:

1. Ir a Describe
2. Distribution Fitting y Life Tables (Times)
3. Se escriben los tiempos y se añade un variable de censura que toma el valor cero si la observación es completa y uno si es censurada.

STATGRAPHICS. proporciona la tabla adjunta. Además, se pueden obtener gráficos de las funciones de supervivencia y de la Tasa de Fallos Acumulada.

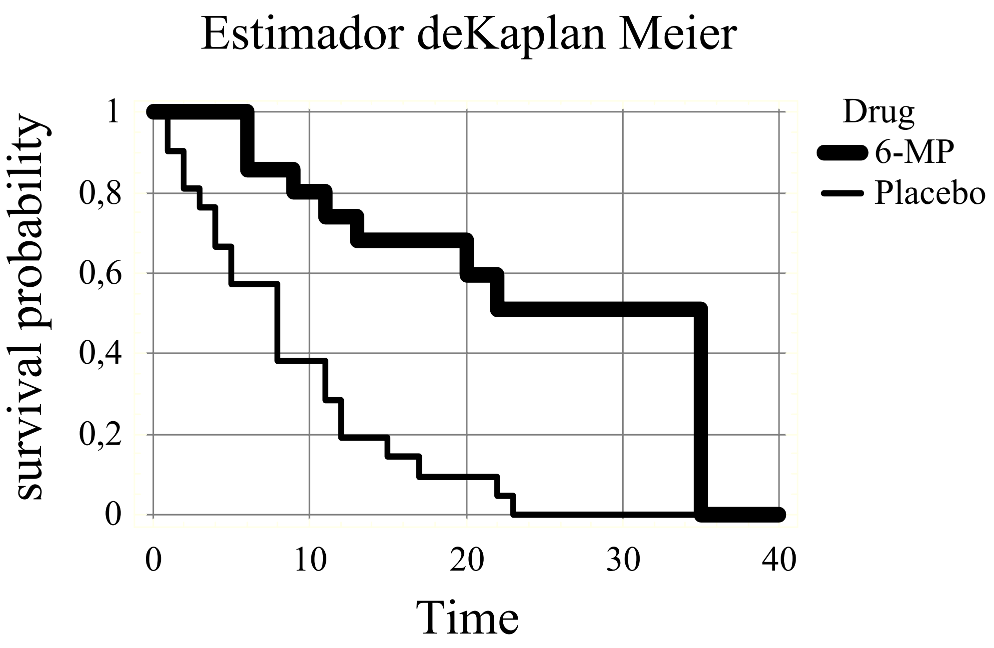


Figura 21: **Estimadores Kaplan Meier de la función de Supervivencia**.

La droga 6-MP es claramente mejor que el placebo.

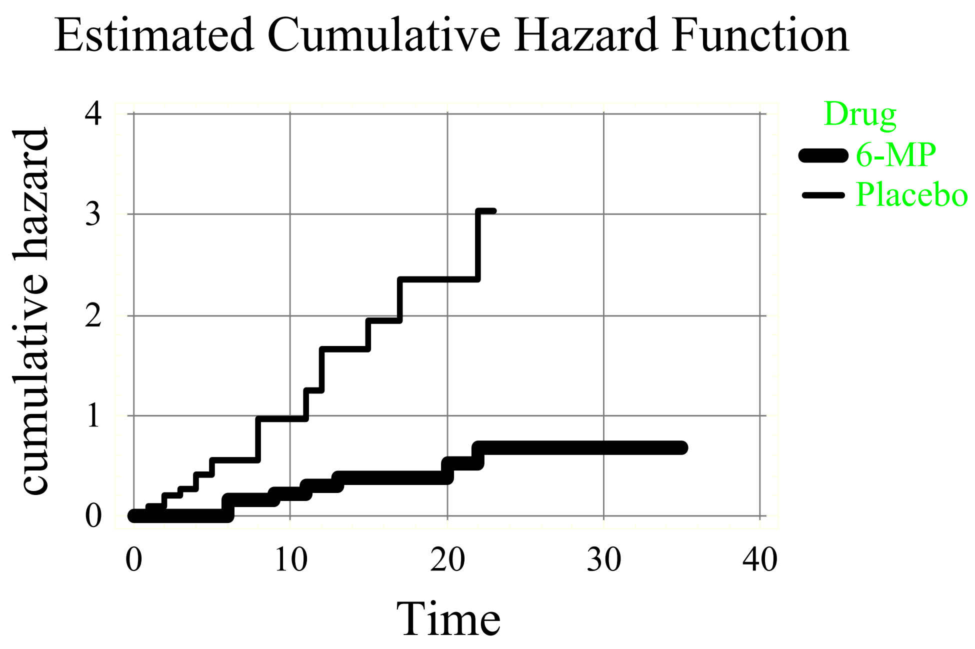


Figura 22: **Tasa de Fallos acumulada de las drogas**.

7.2 Estimación paramétrica con censura.

Un vez realizada la estimación de la función de supervivencia puede interesarnos ajustar un modelo (Weibull o Exponencial) a nuestros datos.

El proceso con STATGRAPHICS. es el siguiente:

a. Ir a Describe

b. Distribution Fitting y Weibull Analysis

c. Se escriben los tiempos y se añade una variable de censura que toma el valor cero si la observación es completa y uno si es censurada.

d. Se añade una variable grupo que en nuestro caso toma dos valores 6MP o Placebo.

STATGRAPHICS. proporciona un gráfico Weibull para cada grupo:

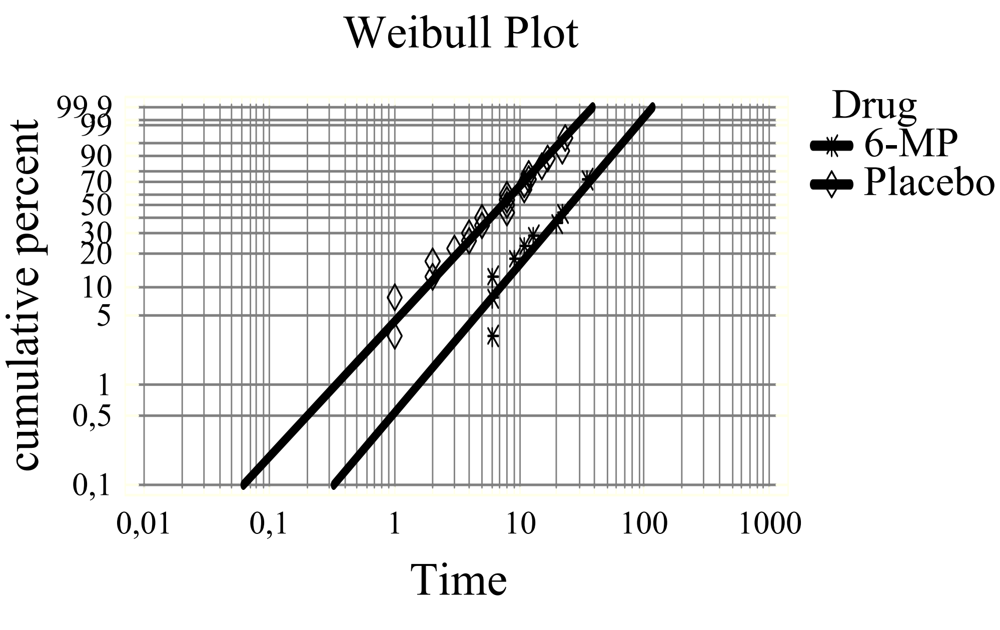


Figura 23: Gráfico Weibull para los datos de las drogas. Tienen censura y están realizados para cada grupo.

El gráfico indica que efectivamente la droga influye, y el alineamiento de los puntos indica que el modelo Weibull será adecuado.

De la estimación Weibull obtenemos las curvas de supervivencia que nos permiten calcular la probabilidad de sobrevivir a cualquier tiempo.

En nuestro caso, se obtiene que $\widehat{\beta} = 1.50$ $\widehat{\lambda} = 32.38$ para la droga 6MP y $\widehat{\beta} = 1.37$ $\widehat{\lambda} = 9.48$ para el placebo

Así, la Función de Supervivencia tendrá la expresión:

$$\widehat{S(t)} = \exp(-(\widehat{\lambda}t)^{\widehat{\beta}})$$

$$\widehat{S(t)} = \exp(-(32.8t)^{1.5})$$

para la droga 6MP

$$\widehat{S(t)} = \exp(-(9.48t)^{1.37})$$

para el placebo.

La figura 24 muestra las funciones de supervivencia Weibull estimadas para cada uno de los grupos.

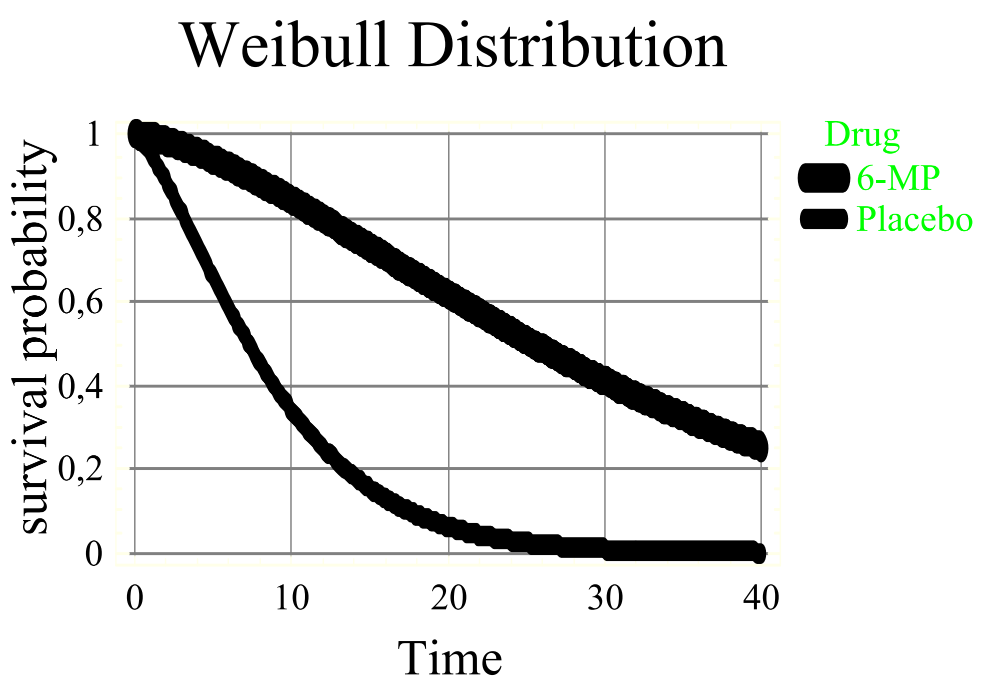


Figura 24: Funciones de supervivencia estimadas para la droga 6_MP y Placebo

8. Ensayos acelerados

La técnica de análisis Weibull para grupos permite realizar ensayos acelerados. Los ensayos acelerados surgen debido a que algunos productos tienen unas duraciones tan elevadas que es imposible seguir un experimento hasta el final. Por ejemplo componentes diseñados para durar 40 años. Es muy improbable que alguno falle en el tiempo en que razonablemente se puede realizar un ensayo.

En estos casos se suelen hacer ensayos acelerados. Un ensayo acelerado se caracteriza porque se pone a prueba el componente bajo condiciones de trabajo mucho más desfavorables de las habituales y, de esta forma, se propicia que el fallo se produzca antes. La realización de ensayos acelerados es compleja y debe ser planificada por los propios ingenieros de diseño, ya que hay que tener en cuenta qué factores hay que acelerar y en qué medida.

Por ejemplo, si queremos acelerar un ensayo con válvulas de precisión, será preciso determinar si acelerar la presión de trabajo, la temperatura o la concentración de elementos oxidantes.

El esquema de trabajo es el siguiente:

1. Se obtienen datos de tiempos de fallo con diversas aceleraciones.
2. Se estima mediante un análisis Weibull la distribución para cada uno de esos niveles
3. Se calcula la mediana y los percentiles 10% y 90%
4. Se dibuja en un gráfico la mediana y los percentiles respecto al nivel de stress
5. Se extrapola para las condiciones nominales.

Veámoslo con un ejemplo

Los datos representan tiempos de fallo en horas de un componente en función de su stress. El componente debe funcionar en condiciones de Stress=4. Los datos con asterisco son censurados.

Stress=20	Stress=40	Stress=60	Stress=80
23567	8674	3456	1300
21569	5780	2567	879
24852*	9007	2374	679
22500	10345*	2567	1300
26753*	8909	3346	956
24456*	7890	2568	980
23789	9870	3789	1098
19876*	7479	3768	1134
19889*	9345	4896	956
23456	8234	2365	984

La figura 25 muestra los datos en función del Stress. Téngase en cuenta que hay datos censurados.

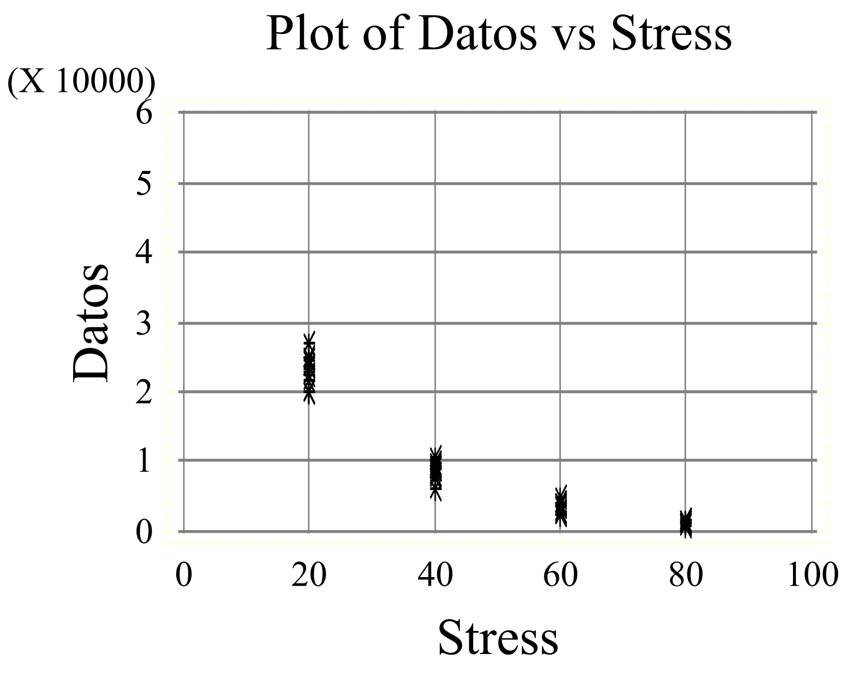


Figura 25: **Ensayo Acelerado**

Si hacemos el análisis Weibull que se ha explicado anteriormente, obtenemos:

	Stress=20	Stress=40	Stress=60	Stress=80
Percentil 10	21754.4	6551	2179	757
Mediana	23776.3	8677	3178	1036
Percentil 90	25153	10378	4042	1267

Representando esos puntos en un gráfico obtenemos la figura 26:

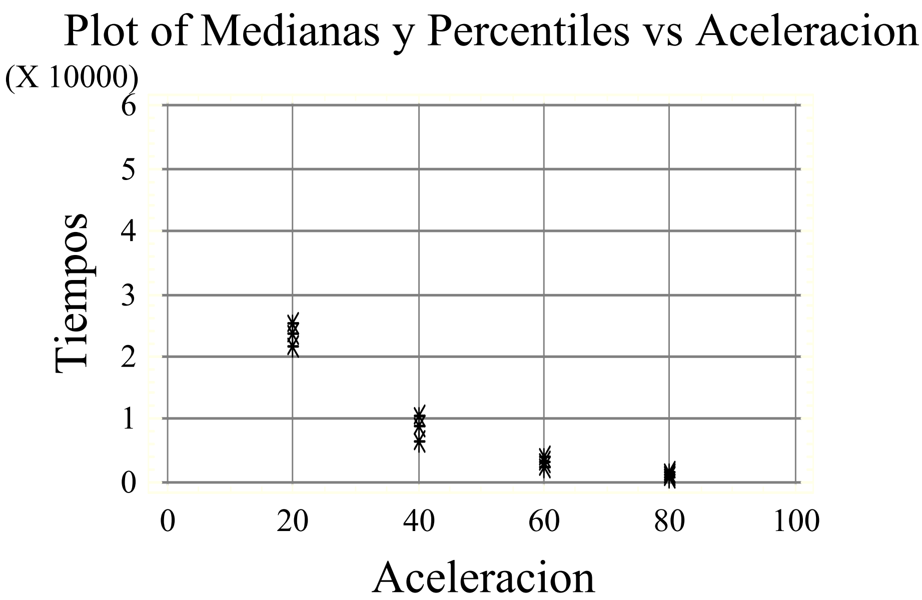


Figura 26: **Medianas y percentiles estimados**

Si estos datos se introducen en Statgraphics y se hace una regresión exponencial, el modelo obtenido es, para las medianas

:

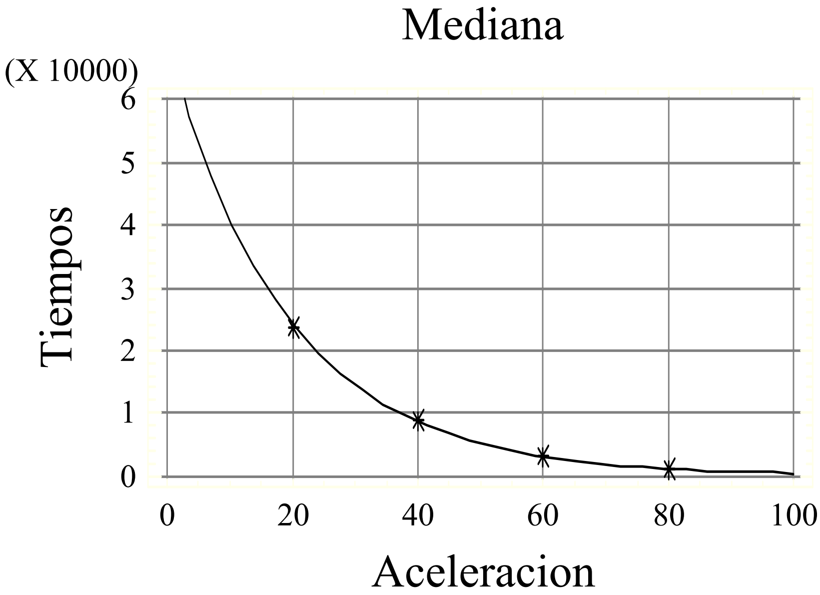


Figura 27: **Regresión exponencial ajustada a las medianas**

El valor previsto para Stress=4 es de 55.882 horas. Como se puede observar combinando el análisis Weibull con técnicas de regresión es posible resolver problemas de gran complejidad como el análisis de ensayos acelerados.

9. Fiabilidad de Sistemas.

Hasta ahora hemos estudiado cómo estimar la Fiabilidad/Duración de componentes. En la práctica estos componentes suelen formar parte de equipos más complejos o sistemas. En esta sección se va a introducir el estudio de la fiabilidad de sistemas. En primer lugar estudiaremos los sistemas en serie, a continuación los sistemas paralelos y, finalmente introduciremos técnicas para el estudio de sistemas complejos como los árboles de fallo.

9.1 Sistemas Serie.

El sistema serie más sencillo es el representado en la figura 28. Este sistema consta de dos componentes en serie. El sistema no funciona cuando el flujo entre la entrada y la salida se interrumpe. Es decir que únicamente funciona si los dos componentes funcionan adecuadamente.

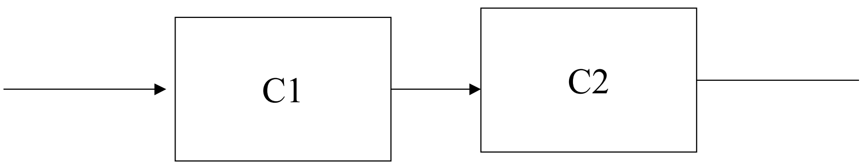


Figura 28: **Sistema serie de dos componentes**. **C1 y C2**

Un sistema como el de la figura 28 falla en cuanto falla el primer componente. Supongamos que el componente C1 tiene una función de Fiabilidad/supervivencia $S_1(t)$ y el componente C2, $S_2(t)$. Entonces, se puede demostrar que la Supervivencia/Fiabilidad del sistema completo será:

$$S_{sistema}(t) = S_1(t)S_2(t)$$

Ejemplo:

Supongamos un sistema serie como el de la figura 28. El primer componente tiene una función de supervivencia

$$S_1(t) = \exp(-t/2000)$$

El segundo componente tiene un función:

$$S_2(t) = \exp(-t/1500)$$

Vamos a Calcular la fiabilidad del sistema serie.

$$S_{sistema}(t) = S_1(t)S_2(t) = \exp(-t/2000)\exp(-t/1500) = \exp(-t/2000 - t/1500)$$

$$S_{sistema}(t) = \exp(-t/857)$$

Como puede comprobarse, la fiabilidad de los componentes, que tienen duraciones medias de 2000 y 1500 horas respectivamente es mayor que la del sistema, con duración media 857h. La probabilidad de supervivencia del sistema está representada en la figura 29.

LA FIABILIDAD DEL SISTEMA SERIE ES MENOR QUE LA DE CUALQUIERA DE SUS COMPONENTES

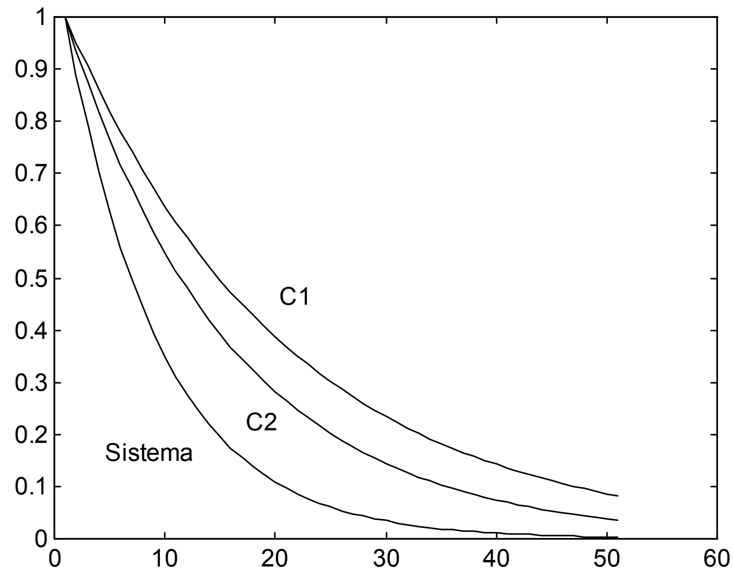


Figura 29: **Supervivencia de los componentes (C1 y C2) y del**

Las probabilidades de que los componentes duren más de1000 horas son

$$S_1(t) = \exp(-1000/2000) = 0.61$$

$$S_1(t) = \exp(-1000/1500) = 0.51$$

Y el sistema:

$$S_{sistema}(t) = \exp(-1000/857) = 0.31$$

Este resultado pone de manifiesto uno de los problemas importantes con que se encuentran los diseñadores. Los sistemas tienden a ser sucesiones de componentes en serie más o menos complejos, y la fiabilidad del sistema es menor que la de cualquiera de las componentes. Ésto implica que es preciso conseguir componentes muy fiables. La solución está en la redundancia o sistema paralelo.

9.2 Sistemas Paralelos

El sistema paralelo más sencillo es el representado en la figura 30. Este sistema consta de dos componentes en paralelo. Al igual que el sistema serie, el sistema no funciona cuando el flujo entre la entrada y la salida se interrumpe. Pero el sistema paralelo funciona aunque un componente esté estropeado, ya que el flujo continúa por el componente que funciona. El sistema paralelo funciona a no ser que TODAS las ramas están estropeadas.

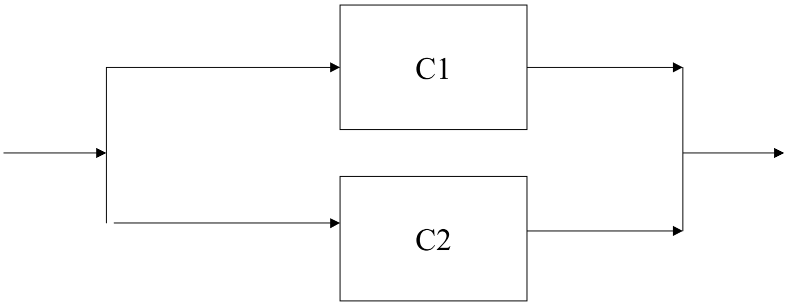


Figura 30: **Sistema Paralelo**. **El sistema funciona si algún**

En el sistema paralelo, la fiabilidad del sistema será:

$$S_{sistema}(t) = 1 - (1 - S_1(t))(1 - S_2(t))$$

Ejemplo:

Supongamos un sistema paralelo como el de la figura 30. El primer componente tiene una función de supervivencia

$$S_1(t) = \exp(-t/2000)$$

El segundo componente tiene un función:

$$S_2(t) = \exp(-t/1500)$$

Como puede comprobarse hemos utilizado los mismos datos del sistema serie para poder comparar los resultados.

Vamos a calcular la fiabilidad del sistema paralelo.

$$S_{sistema}(t) = 1 - (1 - S_1(t))(1 - S_2(t)) \;\; = 1 - (1 - \exp(-t/2000))(1 - \exp(-t/1500))$$

$$S_{sistema}(t) = \exp(-t/2000) + \exp(-t/1500) - \exp(-t/857)$$

La figura 31 muestra las funciones de supervivencia de las componentes y del sistema

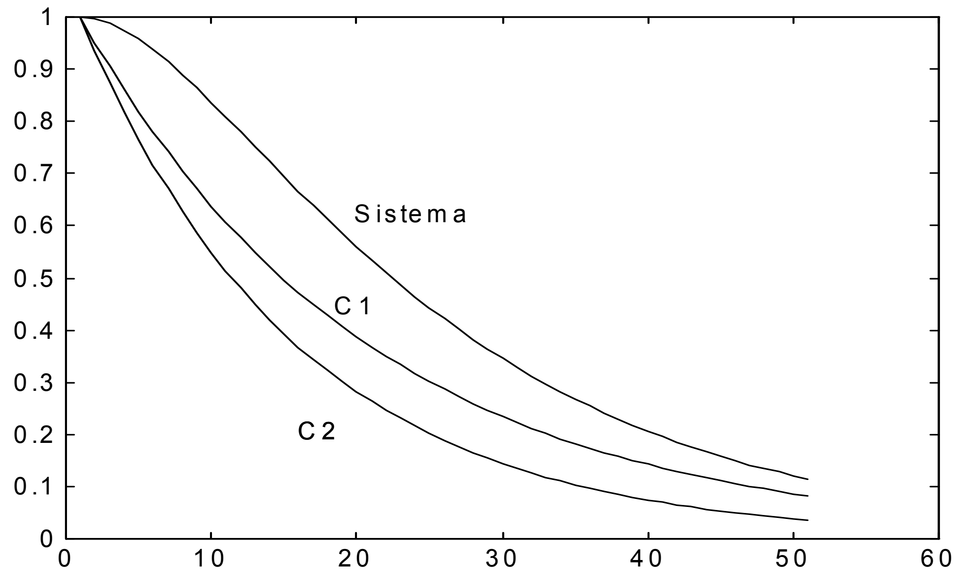


Figura 31: **Fiabilidad de las componentes y sistema paralelo**

Así, por ejemplo la fiabilidad a las 1000 horas será:

$$S_1(t) = \exp(-1000/2000) = 0.61$$

$$S_1(t) = \exp(-1000/1500) = 0.51$$

$$S_{sistema}(t) = \exp(-1000/2000) + \exp(-1000/1500) - \exp(-1000/857) = 0.8086$$

que es bastante mayor que la de los componentes. Esta característica que se deriva de la propiedad de los sistemas redundantes o paralelos de aumentar la fiabilidad de los componentes, es muy utilizada en diseño de productos que requieren una alta fiabilidad: Se diseñan sistemas redundantes.

Un ejemplo reciente de sistema redundante son los giróscopos del Hubble. El Hubble necesita para orientarse cuatro giróscopos. Para garantizarle un funcionamiento adecuado, se le pusieron seis. Cuando se estropeó el primero no pasó nada. Hasta que se estropeó el tercer giróscopo, el telescopio pudo orientarse perfectamente. En diciembre de 1999, el transbordador espacial norteamericano cambió los giróscopos del Hubble (Los seis). Comprobaron que los fallos se debieron a un tipo de corrosión por estar las bolas nadando en nitrógeno líquido. Los nuevos giróscopos tienen la pieza mecánica en otro gas licuado diferente (La temperatura a la que funcionan estos aparatos es tan baja que es imposible utilizar las mezclas de grasas que en la tierra sostienen las bolas de los giróscopos)

.

9.3 Sistemas mixtos

Si tenemos sistemas mixtos con componentes en serie y paralelo, los iremos reduciendo a sistemas más sencillos. Veamos un ejemplo:

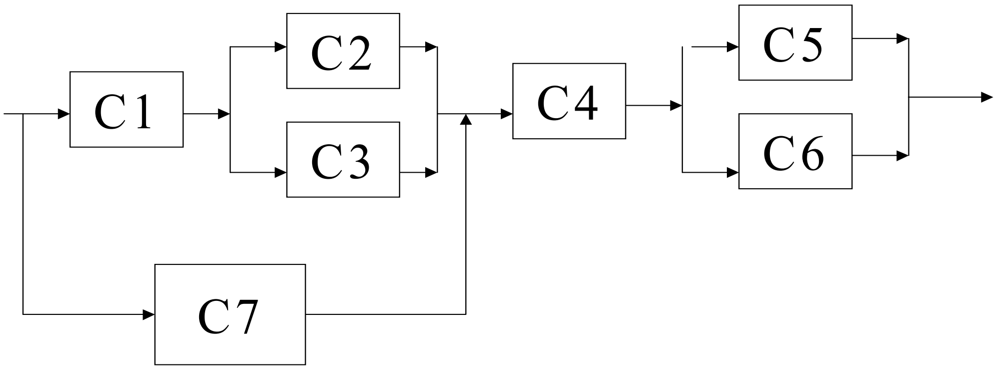
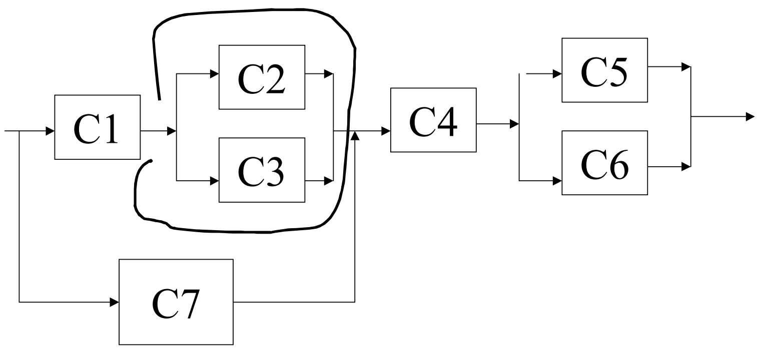
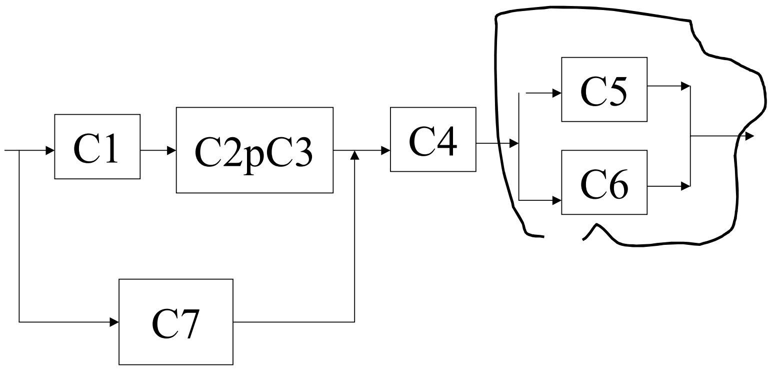
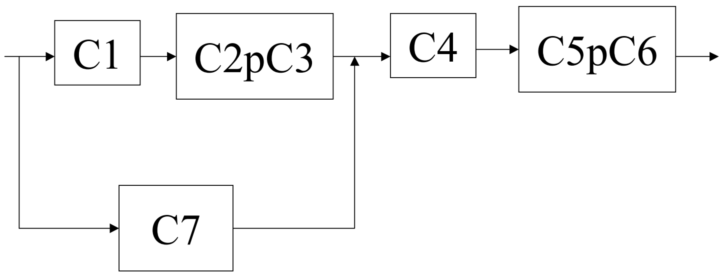


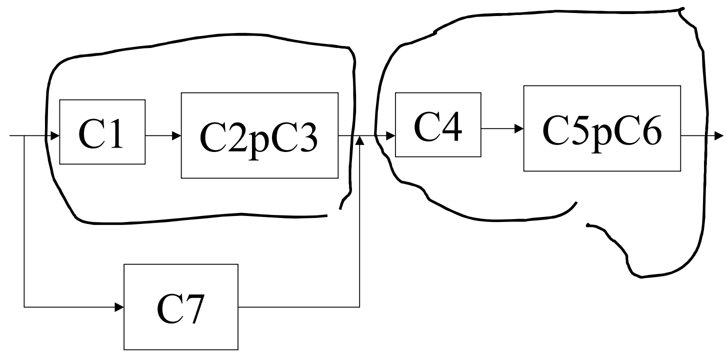
Figura 32: **Sistema Complejo**

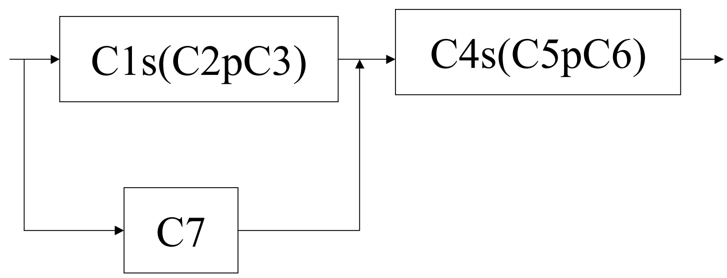
La resolución del sistema requiere ir definiendo subsistemas menos complejos a base combinar series y paralelos.

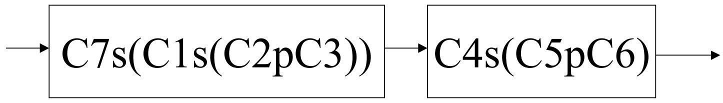


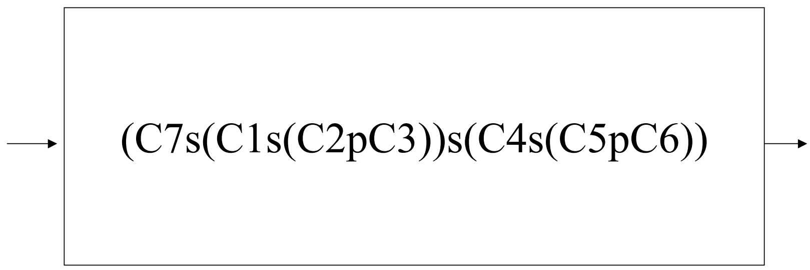

C1
C2pC3
C4
C5
C6
C7


C1
C2pC3
C4
C5pC6
C7


C1
C2pC3
C4
C5pC6
C7


C1s(C2pC3)
C4s(C5pC6)
C7

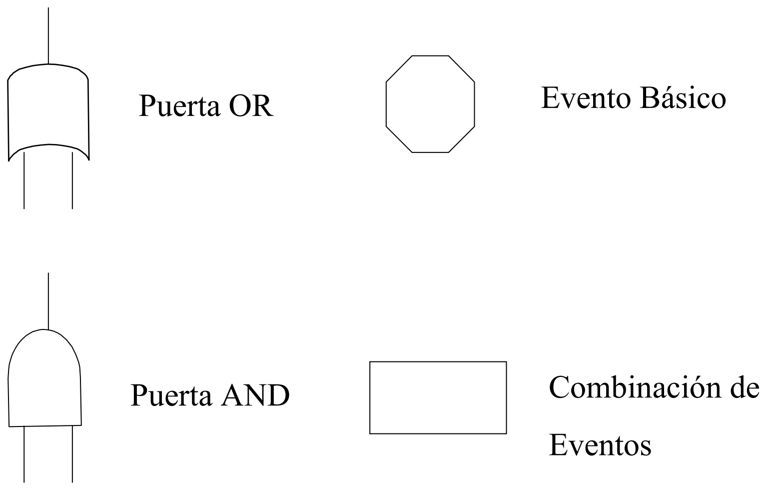




Como se ha ido viendo en la sucesión de figuras, para componer sistemas complejos operamos por agrupación de pequeños subsistemas serie o paralelo. Se ha utilizado la nomenclatura ”p” para indicar paralelo y ”s” para indicar serie.

9.4 Árboles de Fallo.

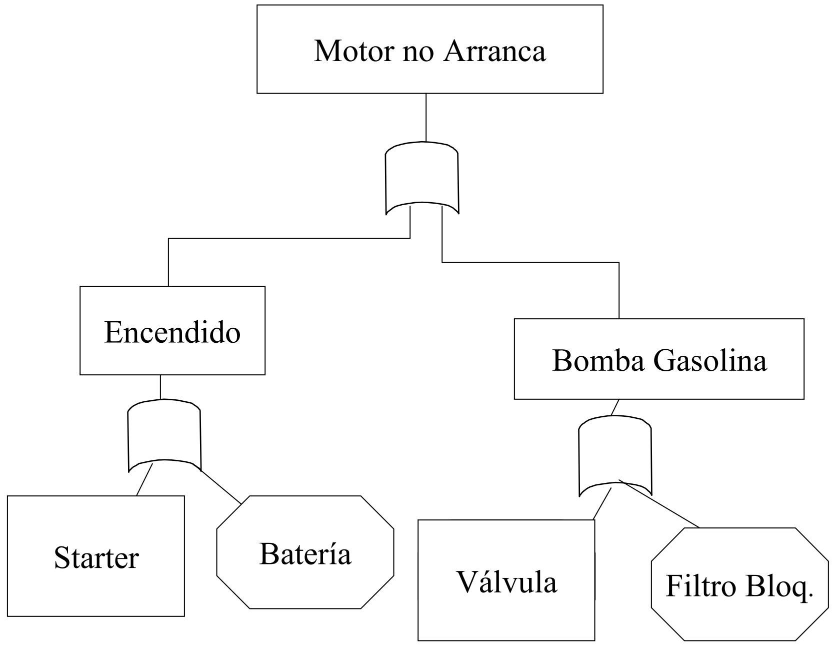
El análisis de árboles de fallo (Fault Tree Analysis FTA) parte de un fallo y va descendiendo, tratando de plasmar todas las posibles causas del mismo. Los símbolos habituales se presentan en el gráfico, aunque hay muchos más.



Los símbolos básicos son las puertas AND (Y), OR (O), y los eventos básicos y compuestos.

La siguiente figura muestra un hipotético y simple árbol de fallos. Un motor no arranca y éste es el fallo último o cima del árbol. Este fallo puede deberse a un problema en la bomba de gasolina, que a su vez puede ser de un filtro bloqueado o de una válvula obturada. La otra rama indica que el motor no arranca por problemas de encendido.

Realizar un árbol de fallos implica desarrollar para cada fallo en la cima toda la sucesión de posibles problemas que pudieran afectarle. Evidentemente es un trabajo de diseñadores. o ingenieros expertos en el sistema



El sistema que se ha presentado es extremadamente simple. El análisis de árboles de fallos para grandes sistemas como Centrales nucleares, aviones, Control de Vuelos en aeropuertos u otros similares, es muy complejo y no puede resolverse manualmente. En la práctica se utilizan paquetes especiales de software que ayudan a elaborar los árboles de fallo y a analizarlos. El análisis pasa por la reducción del árbol y para ello se utilizan técnicas matemáticas basadas en definir subconjuntos de los eventos elementales que describan razonablemente bien el árbol.