Índice de materias

Índice de materias

Índice de materias

1. Introducción

2. Conceptos básicos de la probabilidad

3. Modelos de probabilidad elementales

4. Probabilidad condicionada y el teorema de Bayes

Índice de materias

Índice de materias

1. Introducción
2. Conceptos básicos de la probabilidad
3. Modelos de probabilidad elementales
4. Probabilidad condicionada y el teorema de Bayes
5. Variables aleatorios y sus momentos
6. Las distribuciones más importantes

Índice de materias

1. INTRODUCCIÓN

El incertidumbre

Objetivos

Introducir las ideas del azar y del incertidumbre y ver un poco del desarrollo histórico del estudio de la probabilidad.

Azar y incertidumbre

En el diccionario de la Real Academia Española, se define el $azar$ como:

```
1. m. Casualidad, caso fortuito.
```

La palabra proviene del árabe $zahr$ o dado. Los juegos de dados han existido desde los tiempos de las primeras civilizaciones. El desarrollo de la teoría de la probabilidad está muy relacionada con los juegos y con las apuestas.

Un concepto relacionado es el $incertidumbre$ que es la falta de certeza o conocimiento seguro y claro de algo. Podemos pensar que sucesos futuros (aleatorios) son inciertos pero también, una persona puede estar incierto sobre un suceso pasado.

La probabilidad se trata de medir el incertidumbre.

Desarrollo histórico de la probabilidad

Jugadores de astrágalos

Se han descubierto astrágalos (huesos de tarso de ovejas) en todas partes del mundo antiguo. Piensan que los usaban para ritos religiosos y para juegos.

Hay dados de porcelana (incluyendo dados cargados) en muchas tumbas egipcias.

Los griegos entendieron el concepto del azar pero no les gusto la idea de que se puedan cuantificar los sucesos aleatorias. Los cristianos eran aún peores. Pensaron que el azar es el trabajo de Dios.

Muchos de los primeros estudios “científicos” en la época medieval sobre fenómenos aleatorios se centran en el problema de puntos y en el problema de contabilizar los resultados de lanzar un dado varias veces.

Richard de Fournival en el siglo trece afirma correctamente en un poema que si se lanzan tres dados, hay 216 combinaciones posibles.

El primer trabajo importante sobre probabilidad y juegos de azar es escrito por Cardano en 1565 y publicado en 1663. Introduce la idea de asignar una probabilidad entre 0 y 1 a un suceso cuyo resultado es desconocido considerando el número total de resultados y el número de resultados favorables.

Fermat y Pascal

Fermat

Pascal

El desarrollo de la teoría moderna de la probabilidad empieza con una correspondencia de Pascal y Fermat en el año 1654.

Los problemas del Caballero de Méré

El Caballero de Méré fue un experto jugador y planteó a Pascal dos problemas:

El problema de los puntos

Dos jugadores, A *y* B *apuestan a cara o cruz, tirando una moneda equilibrada. El jugador que primero llega a* 6 *puntos gana la apuesta. El juego se interrumpe en un momento en que* A *tiene* 5 *puntos y* B *tiene* 3 *puntos. ¿Cómo se debe dividir la caja?*

La solución

El juego terminará en al máximo 3 tiradas de la moneda. Miramos todas las posibles secuencias de tiradas de 3 monedas.

$$\begin{matrix} \{a,a,a\} & \{a,a,b\} & \{a,b,a\} & \{b,a,a\} \\ \{b,a,b\} & \{b,b,a\} & \{a,b,b\} & \{b,b,b\} \end{matrix}$$

En 7 de estos 8 casos, gana A y en el otro gana B. Entonces, A debe recibir siete octavos de la caja.

En la versión más general del problema, el juego se interrumpe cuando A necesita a puntos para ganar y B necesita b puntos más. Luego, el número máximo de tiradas de la moneda es de $a+b-1$ y hay $S = 2^{a+b-1}$ posibles secuencias. Pascal y Fermat demostraron que el número de secuencias en las que gana A es

$$S_A = \sum_{i=0}^{b-1} (a+b-i).$$

El problema de las apuestas ventajosas

Es ventajoso apostar por el resultado de obtener al menos un seis en 4 lanzamientos de un dado. Luego, De Méré pensó que debiera ser igualmente ventajoso apostar por el resultado de obtener al menos un doble seis en una serie de 24 lanzamientos con un par de dados. Para ello había razonado "por regla de tres": si en 4 lanzamientos se apuesta por un resultado específico entre 6 posibles, es lo mismo que si en 24 lanzamientos se apuesta por un resultado específico entre 36 posibles, ya que 4 : 6 es igual a 24 : 36. La experiencia no corroboró la suposición de De Méré.

La solución

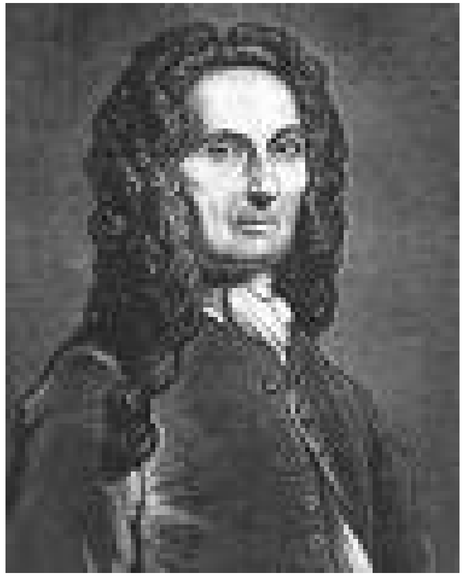
El número de secuencias de 4 tiradas de un dado es de $6^4 = 1296$. De estas secuencias, 671 contienen por lo menos un seis y 624 contienen 0 seises. Entonces, en promedio, es ventajoso apostar por el resultado de obtener al menos un seis en 4 lanzamientos de un dado.

Si tiras dos dados, hay 36 posibles secuencias y luego, si tiras dos datos 24 veces, hay 36^{24} posibles resultados. De estas secuencias, $1.1033126465283976852912127963392e+37$ contienen por lo menos un doble seis y $1.1419131242070580387175083160 4e + 37$ no contienen ninguno. Es decir que la proporción de secuencias con por lo menos un doble seis es de un 49.14%.

Después de Fermat y Pascal

Huygens

Jakob Bernoulli



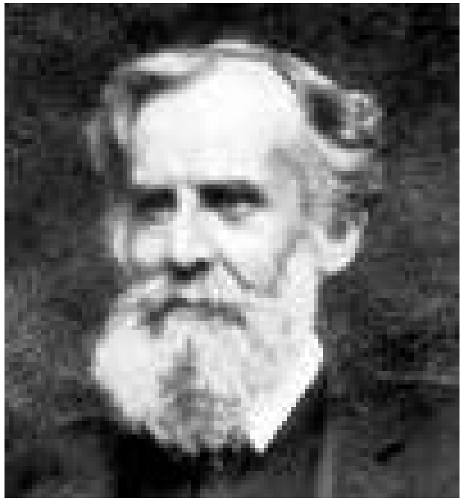
De Moivre

- Huygens (1657) hace el primer tratamiento científico de la probabilidad.

- Bernoulli (1713) y De Moivre (1718) tratan la probabilidad como una rama de las matemáticas.

Bayes

Laplace



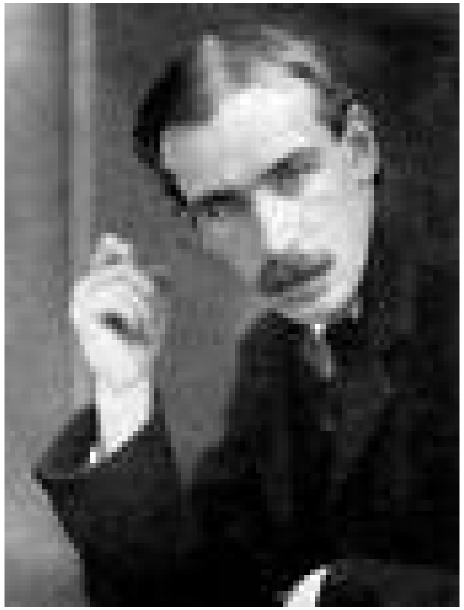
Venn

- Laplace (1814) formaliza la interpretación clásica de la probabilidad.

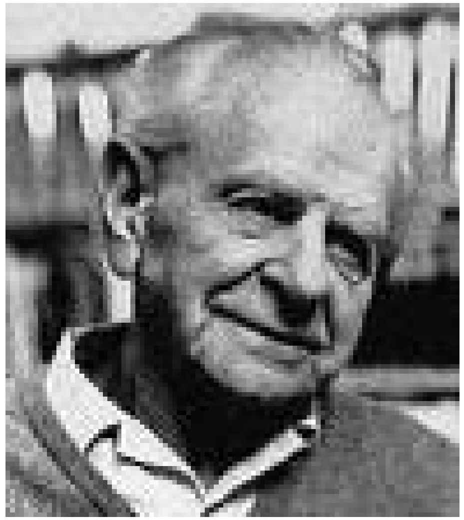
- Bayes (1764) y Laplace (1814) popularizan la interpretación subjetiva de la probabilidad.

- Venn (1866) introduce la interpretación de probabilidades como frecuencias.

Kolmogorov



Keynes



Popper

- Kolmogorov (1933) propone axiomas de la teoría matemática de la probabilidad.

- Keynes (1921) introduce la probabilidad lógica y Popper (1951) desarrolla la teoría de propensiones.