LEC/LADE/LECD/LADED

REPASO
DISTRIBUCIONES MULTIVARIANTES

1.- Los datos oficiales sobre incendios en residencias durante el año 1990 dieron, para cierta Comunidad Autónoma en España, los siguientes resultados:

Residencia / **Causa**	**Piso**	**Hotel**	**Camping**	**Otros**	**Total**
Calefacción	0.19	0.06	0.1	0.02	**0.37**
Cocina	0.13	0.06	0.05	0.01	**0.25**
Tabaco	0.04	0.15	0	0	**0.19**
Electricidad	0.06	0.07	0.02	0	**0.15**
Otros	0.01	0.01	0	0.02	**0.04**
Total	**0.43**	**0.35**	**0.17**	**0.05**	**1**

a) Calcular la probabilidad de que al recibir un nuevo aviso de fuego sea por un incendio originado por calefacción.
b) Supuesto que el aviso parte de un hotel, calcular la probabilidad de que sea por un cigarrillo.
c) Si el fuego se produjo por cocinar, ?'cuál es la probabilidad de que haya sido en un hotel?.
d) Si el fuego se produjo por un fallo eléctrico, ?'cuál es la probabilidad de que haya sido en un piso?.
e) ¿Qué probabilidad hay de que el aviso de fuego se produzca por un cigarrillo y en un hotel?.

2. El número de cuentas corrientes, X, y de ahorro, Y, que posee una familia elegida al azar, en un Banco, está representada en la siguiente tabla:

X/Y	0	1	2	3
0	.30	.10	.03	.02
1	.08	.15	.10	.02
2	.02	.05	.07	.06

a) ¿ Son X e Y variables independientes?. Razonar la respuesta.

b) Calcular el número medio de cuentas que una familia tiene en este Banco y su desviación típica.

c) ¿Qué proporción de familias posee el mismo número de cuentas corrientes que de ahorro?

d) Obtener la distribución del número de cuentas corrientes para las familias con 2 cuentas de ahorro.

e) Se eligen 3 familias al azar. Calcular el número medio de cuentas corrientes que poseen entre las 3, así como su desviación típica.

3.- La proporción en que dos componentes aparecen en un producto final viene dada por la función de densidad:

$$f(x,y) = \begin{cases} 4xy & \text{si } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases},$$

donde **X** e **Y** son las proporciones de cada producto. Se pide:
a) Hallar las funciones de densidad marginales y la esperanza de **Y** condicionada a **X**.
b) ?'Son independientes **X** e **Y**?, ?'por qué?.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción del primer componente, **X**, sea inferior a 0.3, cuando la del segundo, **Y**, es 0.8?.

4.- Para los clientes de un banco se consideran las variables aleatorias **X** = "número de tarjetas de crédito" e **Y** = "número de compras por semana". La función de masa de probabilidad conjunta de **X** e **Y** es:

X/Y	**0**	**1**	**2**	**3**
1	0.08	0.07	0.04	0.01
2	0.10	0.35	0.26	0.09

a) Calcular la función de probabilidad del número de compras por semana de los clientes que tienen dos tarjetas de crédito.
b) Calcular la covarianza entre **X** e **Y**.
c) ¿Son independientes **X** e **Y**?. ¿Por qué?.

5.- Sea (X,Y) una variable aleatoria normal bidimensional con E(X)=1, E(Y)=1, V(X)=4, V(Y)=1 y coeficiente de correlación entre X e Y igual a 1/2.
a) Hallar la distribución de X/Y =2.
b) Obtener la distribución conjunta de U=2X+3Y y V=2Y-3X.
c) ¿ Son U y V independientes ?

6.- Una máquina está compuesta por 2 componentes básicas **X** e **Y.** La componente **X** tiene 3 posibles tipos de defectos y la componente **Y**, 4. Ordenados ambos de menor a mayor gravedad, la función de probabilidad conjunta viene dada por:

X/Y	**0**	**1**	**2**	**3**
0	0.02	0.10	0	0.08
1	0.11	**k**	0.20	0.12
2	0.08	0.07	0.10	0.05

a) Calcular **k** y determinar las distribuciones marginales de **X** e **Y**.
b) Calcular la probabilidad de que la componente **X** tenga un defecto de tipo 1 sabiendo que el defecto que tiene la componente **Y** es de tipo 2.
c) Obtener el vector de medias **(X, Y)**.

d) ?'Son **X** e **Y** independientes?. ?'Por qué?.

e) Se sabe que $Var(\mathbf{X}) = 0.49$ y que $Var(\mathbf{Y}) = 1.1619$. ¿Se puede concluir que $Var(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) = 1.6519$?. Razona la respuesta.

7.- Un grupo de ecologistas se adentran en alta mar para recoger bidones con desechos tóxicos. La distribución de probabilidad para la variable aleatoria $X \equiv$ "cantidad de bidones recogidos el primer día en esa región de alta mar" es:

x	3	4	5
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

Las probabilidades condicionadas $P(Y/X)$, siendo Y la variable aleatoria "cantidad de bidones recogidos el segundo día en la misma región de alta mar", son las que a continuación se muestran:

$$\begin{array}{lll} P(Y=0/X=3)=\frac{2}{4} & P(Y=0/X=4)=\frac{1}{2} & P(Y=0/X=5)=\frac{3}{4} \\ P(Y=1/X=3)=\frac{1}{4} & P(Y=1/X=4)=\frac{1}{2} & P(Y=1/X=5)=\frac{1}{4} \\ P(Y=2/X=3)=\frac{1}{4} & P(Y=2/X=4)=0 & P(Y=2/X=5)=0 \end{array}$$

(a) ¿Son X e Y independientes?. Razonar la respuesta.

(b) Un millonario ecologista paga 50 euros por cada día y 10 euros por bidón, ¿cuál es el beneficio esperado por los ecologistas después de dos días en una región nueva de similares características?.

8.- Cierto supermercado tiene una caja general de salida y una caja rápida. Sea X el número de clientes que están en espera en la caja general en un momento particular del día. Sea Y el número de clientes en espera en la caja rápida al mismo tiempo. Supongamos que la distribución de probabilidad conjunta de X e Y es como se indica en la tabla siguiente:

X\Y	0	1	2	3
0	0,08	0,07	0,04	0
1	0,06	0,15	0,05	0,04
2	0,05	0,04	0,1	0,06
3	0	0,03	0,04	0,07
4	0	0,01	0,05	0,06

a) ¿ Cuál es la probabilidad de que haya exactamente un cliente en cada línea de espera ?

b) ¿ Cuál es la probabilidad de que los números de clientes en las dos líneas de espera sean iguales ?

c) ¿ Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos dos clientes más en una línea de espera que en la otra ?

d) ¿ Cuál es la probabilidad de que el número total de clientes entre las dos líneas de espera sea exactamente 4 ?

e) Determinar la distribución marginal de X y calcular el número esperado de clientes de la línea de espera en la caja general.

f) ¿ Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos dos clientes en espera en la caja general si en la caja rápida hay 3 clientes ?

g) ¿ Son las variables aleatorias X e Y independientes ?