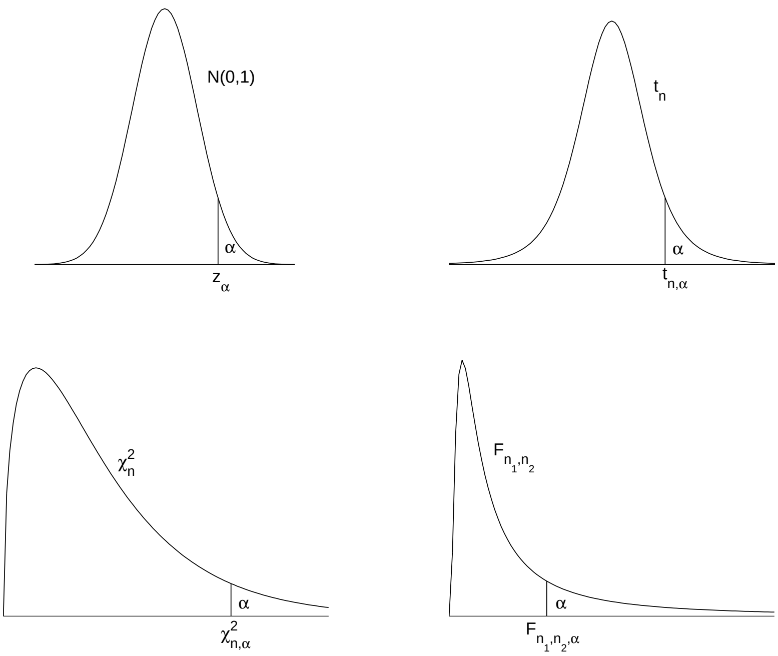
Estadística I
Formulario de Intervalos de Confianza y Contraste de hipótesis

NOTACIÓN:

Sea $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ una m.a.s. de tamaño n de X:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \qquad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 \qquad \alpha \equiv \text{nivel de significación.}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \qquad H_0 \equiv \text{hipótesis nula}$$



INTERVALOS DE CONFIANZA

(1) $X \sim N(\mu, \sigma)$.

• Intervalos de confianza para μ al nivel de confianza $1-\alpha$:

a) σ conocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{x} \mp z_{\alpha/2}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

b) σ desconocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{x} \mp t_{n-1;\alpha/2}\,\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

• Intervalo de confianza $1-\alpha$ para σ^2 :

$$IC_{1-\alpha}(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}}\right]$$

(2) $X \sim B(1,p)$(muestras grandes).

• Intervalo de confianza para p al nivel de confianza $1-\alpha$:

$$IC_{1-\alpha}(p) = \left[\widehat{p} \mp z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}\right],\ \text{donde } \widehat{p} = \bar{x}.$$

(3) <u>$X \sim Poisson(\lambda)$</u>(muestras grandes).

• Intervalo de confianza para λ al nivel de confianza $1-\alpha$:

$$IC_{1-\alpha}(\lambda) = \left[\widehat{\lambda} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\widehat{\lambda}/n} \right], \text{ donde } \widehat{\lambda} = \bar{x}.$$

(4) <u>Xcon distribución desconocida y $E[X] = \mu$, $Var[X] = \sigma^2$</u> (muestras grandes).

• Intervalos de confianza para μ al nivel de confianza $1-\alpha$:
 a) σ conocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

 b) σ desconocida:

$$IC_{1-\alpha}(\mu) = \left[\bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

(5) <u>Dos poblaciones normales e independientes</u>.

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$; $(X_1, \ldots, X_{n_1})$ m.a.s. de X; se calcula $\bar{x}$ y s_1^2.
$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$; $(Y_1, \ldots, Y_{n_2})$ m.a.s. de Y; se calcula $\bar{y}$ y s_2^2.

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$$

• Intervalos de confianza para $\mu_1 - \mu_2$ al nivel de confianza $1-\alpha$:
 a) σ_1 y σ_2 conocidas:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\bar{x} - \bar{y} \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2} \right]$$

 b) σ_1, σ_2 desconocidas y $\sigma_1 = \sigma_2$:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\bar{x} - \bar{y} \mp t_{n_1+n_2-2;\alpha/2}\, s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2} \right]$$

 c) σ_1, σ_2 desconocidas y $\sigma_1 \neq \sigma_2$:

$$IC_{1-\alpha}(\mu_1 - \mu_2) = \left[\bar{x} - \bar{y} \mp t_{f;\alpha/2} \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} \right]$$

 donde f es el entero más próximo a $\frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$.

• Intervalo de confianza para σ_1^2/σ_2^2 al nivel de confianza $1-\alpha$:

$$IC_{1-\alpha}(\sigma_1^2/\sigma_2^2) = \left[\frac{s_1^2/s_2^2}{F_{n_1-1,n_2-1;\alpha/2}}, \frac{s_1^2}{s_2^2} F_{n_2-1,n_1-1;\alpha/2} \right]$$

(6) <u>Comparación de proporciones</u> (muestras grandes e independientes).

$X \sim B(1, p_1)$; $(X_1, \ldots, X_{n_1})$ m.a.s. de X.
$Y \sim B(1, p_2)$; $(Y_1, \ldots, Y_{n_2})$ m.a.s. de Y.

• Intervalo de confianza para $p_1 - p_2$ al nivel de confianza $1-\alpha$:

$$IC_{1-\alpha}(p_1 - p_2) = \left[\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2 \mp z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\widehat{p}_1(1-\widehat{p}_1)}{n_1} + \frac{\widehat{p}_2(1-\widehat{p}_2)}{n_2}} \right], \text{ donde } \widehat{p}_1 = \bar{x} \quad \text{y} \quad \widehat{p}_2 = \bar{y}.$$

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

CONTRASTES EN UNA POBLACIÓN:

(1) $X \sim N(\mu, \sigma)$.

a) Contrastes para μ con σ conocida ($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_0 : \mu \leq \mu_0$ y $H_0 : \mu \geq \mu_0$):

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

b) Contrastes para μ con σ desconocida ($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_0 : \mu \leq \mu_0$ y $H_0 : \mu \geq \mu_0$):

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \overset{H_0}{\sim} t_{n-1}.$$

c) Contrastes para σ ($H_0 : \sigma = \sigma_0$, $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ y $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$):

$$\chi^2 = \frac{n-1}{\sigma_0^2} S^2 \overset{H_0}{\sim} \chi^2_{n-1}.$$

(2) $X \sim B(1, p)$ (muestras grandes).

- Contrastes para p ($H_0 : p = p_0$, $H_0 : p \leq p_0$ y $H_0 : p \geq p_0$):

$$Z = \frac{\widehat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

donde $\widehat{p} = \overline{X}$.
(3) $X \sim Poisson(\lambda)$ (muestras grandes).

- Contrastes para λ ($H_0 : \lambda = \lambda_0$), $H_0 : \lambda \leq \lambda_0$) y $H_0 : \lambda \geq \lambda_0$)):

$$Z = \frac{\widehat{\lambda} - \lambda_0}{\sqrt{\lambda_0/n}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

donde $\widehat{\lambda} = \overline{X}$.

(4) Xcon distribución desconocida y $E[X] = \mu$, $Var[X] = \sigma^2$ (muestras grandes).

a) Contrastes para μ con σ conocida ($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_0 : \mu \leq \mu_0$ y $H_0 : \mu \geq \mu_0$):

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

b) Contrastes para μ con σ desconocida ($H_0 : \mu = \mu_0$, $H_0 : \mu \leq \mu_0$ y $H_0 : \mu \geq \mu_0$):

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

CONTRASTES EN DOS POBLACIONES INDEPENDIENTES:

(5) Dos poblaciones normales e independientes.

$X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$; $(X_1, \ldots, X_{n_1})$ m.a.s. de X; media y varianza muestrales $\overline{X}$ y S_1^2.
$Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$; $(Y_1, \ldots, Y_{n_2})$ m.a.s. de Y; media y varianza muestrales $\overline{Y}$ y S_2^2.

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

a) Contrastes para $\mu_1 - \mu_2$ con σ_1 y σ_2 conocidas ($H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$, $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$ y $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$):

$$Z = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1).$$

b) Contrastes para $\mu_1 - \mu_2$ con $\sigma_1 = \sigma_2$ y desconocidas ($H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$, $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$ y $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$):

$$t = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - d_0}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \overset{H_0}{\sim} t_{n_1+n_2-2}.$$

c) Contrastes para $\mu_1 - \mu_2$ con $\sigma_1 \neq \sigma_2$ y desconocidas ($H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$, $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \leq d_0$ y $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq d_0$):

$$t = \frac{\overline{X} - \overline{Y} - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \overset{H_0}{\sim} t_f,$$

donde $f =$ entero más próximo a $\frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$.

d) Contrastes para σ_1^2/σ_2^2 ($H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$, $H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2$ y $H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2$):

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \overset{H_0}{\sim} F_{n_1-1, n_2-1}.$$

(6) Comparación de proporciones (muestras grandes e independientes).

$X \sim B(1, p_1)$; $(X_1, \ldots X_{n_1})$ m.a.s. de X.
$Y \sim B(1, p_2)$; $(Y_1, \ldots Y_{n_2})$ m.a.s. de Y.

• Contrastes para $p_1 - p_2$ ($H_0 : p_1 - p_2 = d_0$, $H_0 : p_1 - p_2 \leq d_0$ y $H_0 : p_1 - p_2 \geq d_0$):

$$Z = \frac{\widehat{p}_1 - \widehat{p}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{\widehat{p}_1(1-\widehat{p}_1)}{n_1} + \frac{\widehat{p}_2(1-\widehat{p}_2)}{n_2}}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1),$$

donde $\widehat{p}_1 = \overline{X}$ y $\widehat{p}_2 = \overline{Y}$.