LEC/LADE/LECD/LADED
CURSO 2006/07
HOJA DE PROBLEMAS 3
INTERVALOS DE CONFIANZA

1.- Los dirigentes de una empresa agroalimentaria piensan que el éxito de venta de su producto en Andalucía es el mismo que el obtenido en la comunidad gallega. Para verificarlo realizaron una encuesta en Andalucía a 100 personas, de las que 49 mostraron la intención de compra del producto y a otras 200 personas, en Galicia, de las que 33 personas estuvieron interesadas en la compra del mismo producto.

- (a) Construir un intervalo de confianza al 90% para la proporción de personas que comprarían el producto en Andalucía.
- (b) Utilizando el resultado del apartado (a) y al 5% de nivel de significación, ¿se rechaza la hipótesis nula de que la proporción de personas que comprarían el producto en Andalucía es el 50%?.
- (c) Construir un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de proporciones en la intención de compra del producto en las dos Comunidades. ¿Podemos afirmar que los dirigentes de la empresa tienen razón?.

2.- Un fabricante de cigarrillos desea anunciar el contenido medio de nicotina de sus cigarrillos, para ello el laboratorio realizó 15 determinaciones de contenido. Los datos obtenidos fueron

$$\bar{X} = 25.6 \text{ mg}, s = 2.3 \text{ mg} (S^2 \text{ es la cuasivarianza muestral})$$

- a) Precizando todas las hipótesis que debes asumir, emplea estos datos para construir un intervalo de confianza al 98%.
- b) ¿ Es posible que este intervalo no contenga el valor medio de la muestra ?
- c) Suponiendo $\sigma = 2.5 \text{ mg}$, ¿ cuál sería el tamaño mínimo de muestra que debes tomar para obtener un I.C. al 95% de longitud 4 ?

3.- Un partido político pretende conocer su intención de voto de cara a las próximas elecciones. Para ello encarga un sondeo sobre un total de 230 personas, de las que 69 contestan que le votarían.

- a) Hallar un intervalo de confianza al 90% para la verdadera proporción poblacional, indicando las hipótesis asumidas.
- b) Si el intervalo resultó ser $(0.243, 0.357)$, ¿cuál fue el nivel de confianza elegido?
- c) Si el partido quisiera un intervalo de confianza al 90% y cuya longitud no excediera de 0.15, ¿cuál sería el tamaño muestral necesario?

4.- Sea X el número de kilómetros recorridos por un coche con un litro de gasolina sin aditivo. Sea Y el número de kilómetros recorridos con un litro de gasolina con aditivo. Se observan los kilómetros recorridos por litro de gasolina en ocho coches, cuatro de ellos sin aditivo. Los datos son:

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 25.4 \quad \sum_{i=1}^4 y_i = 31.2 \quad \sum_{i=1}^4 x_i^2 = 173.53 \quad \sum_{i=1}^4 y_i^2 = 261.22$$

- a) Suponiendo que el aditivo puede cambiar la media, pero no la varianza, calcular un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de medias especificando las hipótesis necesarias.
- b) A la vista del intervalo del apartado anterior, ¿hay alguna indicación de que el aditivo tiene algún efecto en el número de kilómetros recorridos por litro de gasolina?

5.- Se estudia la velocidad de los vehículos en un tramo de autopista. Para una muestra aleatoria de siete coches se obtienen las siguientes velocidades en kilómetros por hora:

116 130 127 98 110 103 120

- a) Calcular la media y la cuasivarianza muestrales.
- b) Calcular un intervalo de confianza al 95% para la velocidad media de los coches en ese tramo de autopista.

- c) Calcular un intervalo de confianza al 80% para la varianza poblacional.
- d) Calcular un intervalo de confianza al 90% para la desviación típica poblacional.

6.- El gerente de operaciones del periódico de una gran ciudad quiere determinar la proporción de periódicos impresos con defectos, como demasiada tinta, configuración de páginas incorrecta, páginas duplicadas, etc.

El gerente decide tomar una muestra aleatoria de 100 periódicos y encuentra que 35 contienen algún tipo de defecto.

- a) Si el gerente quiere un 90% de confianza en estimar la proporción verdadera de periódicos impresos con defectos, construye el intervalo de confianza.
- b) Utilizando la información muestral, determinar el tamaño de la muestra para que el error de estimación no sea superior al 5%, con un nivel de confianza del 90%.
- c) Si no se dispone de la información muestral, ni de información histórica fiable (caso más desfavorable), plantear el cálculo de n para el supuesto del apartado b)

7.-En un sondeo de opinión llevado a cabo en el año 2002 con 1000 individuos en las ciudades de Murcia y Cartagena se encontró que el 55% de ellos eran favorables a la construcción de un nuevo aeropuerto. Dicho sondeo se repitió en el año 2003 tras una intensa campaña publicitaria, encontrándose esta vez un 60% de individuos favorables a esta opción, entre 1500 encuestados. Se pide:

a) Construir un intervalo de confianza de nivel 95% para la proporción p_1 de individuos favorables a la construcción del nuevo aeropuerto, de entre los encuestados en el año 2002. ¿Podría afirmarse al nivel de significación del 5% que sólo la mitad de los encuestados preferían un nuevo aeropuerto?

b) Razonar sin resolver numéricamente si la respuesta a la última pregunta sería o no la misma si el nivel de significación fuera igual a 10%.

c) Planteando los supuestos necesarios, construir un intervalo de confianza al 95% para la diferencia $p_2 - p_1$ de las proporciones de individuos favorables al nuevo aeropuerto en los años 2003 y 2002. ¿Podría afirmarse al nivel de significación del 5% que la campaña publicitaria en favor de la construcción del nuevo aeropuerto pudo tener efecto?

8.- El número X de defectos que presenta determinado tipo de piezas de una producción industrial sigue una distribución de Poisson con parámetro θ desconocido. Se toma una muestra aleatoria de 40 piezas y se registra el número de defectos que presenta cada pieza, obteniendo la siguiente información:

Número de defectos	0	1	2	3	4	5	6
Cantidad de piezas	4	10	11	8	4	2	1

- (a) Determinar el estimador de máxima verosimilitud (EMV) de θ .
- (b) Calcular la estimación máximo verosímil con los datos de la tabla.
- (c) Calcular un intervalo de confianza asintótico para θ en la muestra obtenida, tomando $\alpha = 0.05$.

Nota: La función de masa de una distribución de Poisson de parámetro θ es:

$$P(X = x) = \frac{e^{-\theta}\theta^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

9.-Supongamos que la variable X sigue una distribución de Poisson de parámetro λ ,

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

donde $E(X) = Var(X) = \lambda$.

Asumimos que disponemos de una muestra aleatoria simple, $X_1, X_2, \dots, X_n$, de la variable X .

- a) Construir el estimador de máxima verosimilitud de λ .
- b) Dar la expresión del intervalo de confianza asintótico (aproximado) para λ con un nivel de confianza del $(1 - \alpha)$.
- c) A partir de una muestra de 100 observaciones se tienen los siguientes resultados (obtenidos en Statgraphics):

Summary Statistics for DATOS EJERCICIO

Count = 100

Average = 3,15

Variance = 4,00758

Standard deviation = 2,00189

Minimum = 0,0

Maximum = 10,0

Range = 10,0

Std. skewness = 2,19304

Std. kurtosis = 0,607952

Obtener la estimación puntual, $\hat{\lambda}$, así como el correspondiente intervalo de confianza para λ al 95%.

d) Utilizando el intervalo obtenido, ¿se puede rechazar la hipótesis nula $H_0 : \lambda = 3$ contra $H_1 : \lambda \neq 3$?

¿Y la hipótesis nula $H_0 : \lambda = 4$ contra $H_1 : \lambda \neq 4$?

¿A qué nivel de significación se han realizado estos contrastes?.

10.-Para tratar cierta enfermedad se pueden utilizar varios medicamentos. Un vendedor de una compañía farmacéutica está interesado en el número de recetas de un nuevo medicamento para tratar dicha enfermedad. Se tomó una muestra aleatoria de 10 zonas de una gran ciudad y se recogieron los siguientes números de recetas por zona:

210, 240, 190, 275, 290, 265, 312, 284, 261, 243

a) Calcular un estimador insesgado de la media del número de recetas por zona.

b) Calcular un estimador insesgado de la varianza del número de recetas por zona.

c) Estimar la media del número de recetas mediante un intervalo de confianza al 90%.

Indicar las hipótesis necesarias.

d) Estimar la varianza del número de recetas mediante un intervalo de confianza al 95%. Indicar las hipótesis necesarias.

e) ¿Cómo se comportaría la amplitud de los intervalos calculados en c) y en d) si el nivel de confianza pasara a ser el 99%?