

2 Estimación puntual

- Inferencias sobre la población basándose en la información que proporciona la muestra. Para ello extraemos una muestra de la población y realizamos una estimación del parámetro de interés.
- Repaso:
 - Supondremos $(X_1, \dots, X_n)$ una m.a.s. de una distribución conocida $F_\theta(x)$, salvo por sus parámetros.
 - Los estadísticos son funciones de la muestra $\hat{\theta} = g(X_1, \dots, X_n)$ y se utilizan para estimar el verdadero valor del parámetro θ
 - Los estadísticos son v.a. y tienen una función de distribución generalmente difícil de obtener.
- Veremos criterios de comparación de estimadores y las propiedades que necesita un estadístico para proporcionar buenas estimaciones.

2.1 Estimadores insesgados

- Un estimador $\hat{\theta}$ de θ se dice que es *insesgado o centrado* si $E(\hat{\theta}) = \theta$
- Un estimador se dice que es *sesgado* cuando no es insesgado, y se define el *sesgo* del estimador como $\text{sesgo}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta}) - \theta$
- Nos interesan los estimadores centrados con poca varianza y los estimadores con varianza baja y poco sesgo.

2.2 Error cuadrático medio

- Combina las propiedades del sesgo y la varianza.
- El *error cuadrático medio* ECM de un estimador se define como $ECM(\hat{\theta}) = E((\hat{\theta} - \theta)^2) = \text{Var}(\hat{\theta}) + \text{sesgo}(\hat{\theta})^2$
- Criterio: “nos quedaremos con el estimador de θ con el menor error cuadrático medio”
- El problema con este criterio es que muchos estimadores no se pueden comparar entre sí, de manera que no podemos seleccionar uno frente al resto.

2.3 Estimadores insesgados de mínima varianza

- Dentro de los estimadores insesgados buscaremos los de mínima varianza (los de mínimo ECM)
- Se dice que el estimador $\hat{\theta}_1$ es *más eficiente* que $\hat{\theta}_2$ si $\text{Var}(\hat{\theta}_1) < \text{Var}(\hat{\theta}_2)$
- Se define la *eficiencia* de un estimador $\hat{\theta}$ como $\text{efic}(\hat{\theta}) = \frac{1}{\text{Var}(\hat{\theta})}$
- Se define la *eficiencia relativa* de $\hat{\theta}_2$ con respecto a $\hat{\theta}_1$ como $ER(\hat{\theta}_2|\hat{\theta}_1) = \frac{\text{efic}(\hat{\theta}_2)}{\text{efic}(\hat{\theta}_1)} = \frac{\text{Var}(\hat{\theta}_1)}{\text{Var}(\hat{\theta}_2)}$

2.4 Consistencia y robustez

- La consistencia de un estimador nos habla de su comportamiento cuando la muestra es grande.
- Un estimador $\hat{\theta}$ es *consistente* si

$$\begin{aligned} E(\hat{\theta}) &\longrightarrow_{n \rightarrow \infty} \theta \\ \text{Var}(\hat{\theta}) &\longrightarrow_{n \rightarrow \infty} 0 \end{aligned}$$

- Así, desde el punto de vista del error cuadrático medio y para muestras de tamaño grande, es deseable emplear estimadores consistentes.
- Un estimador es *robusto* si, para pequeñas modificaciones en el modelo, el estimador continua siendo razonablemente bueno.