

Variables continuas: la distribución normal

Michael Wiper

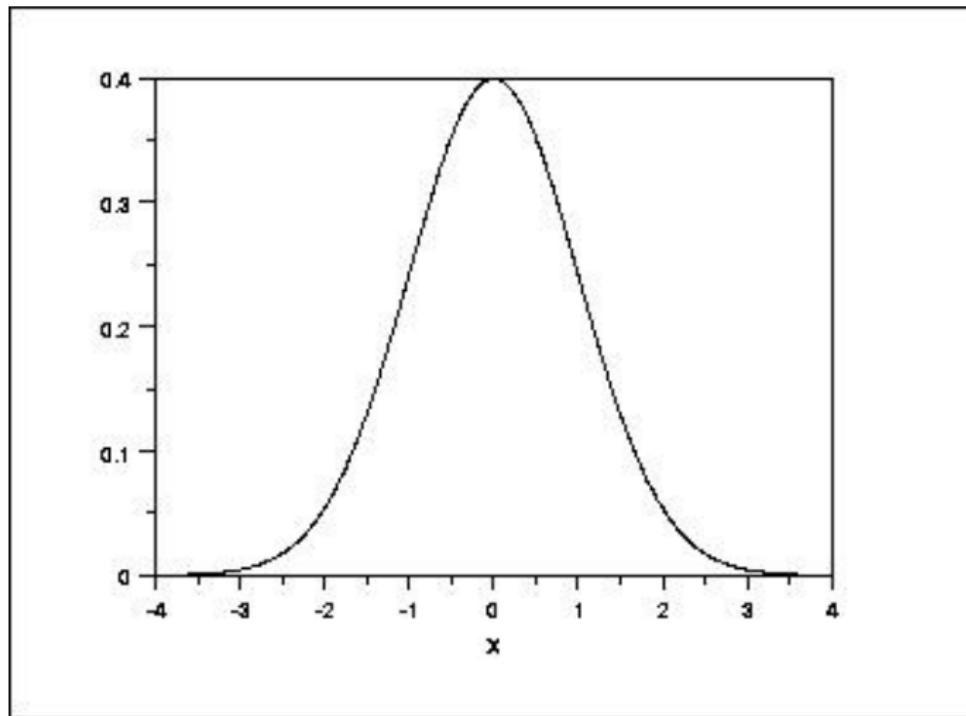
Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid



Departamento de Estadística

Objetivo



Introducir la distribución normal; la variable continua más importante.

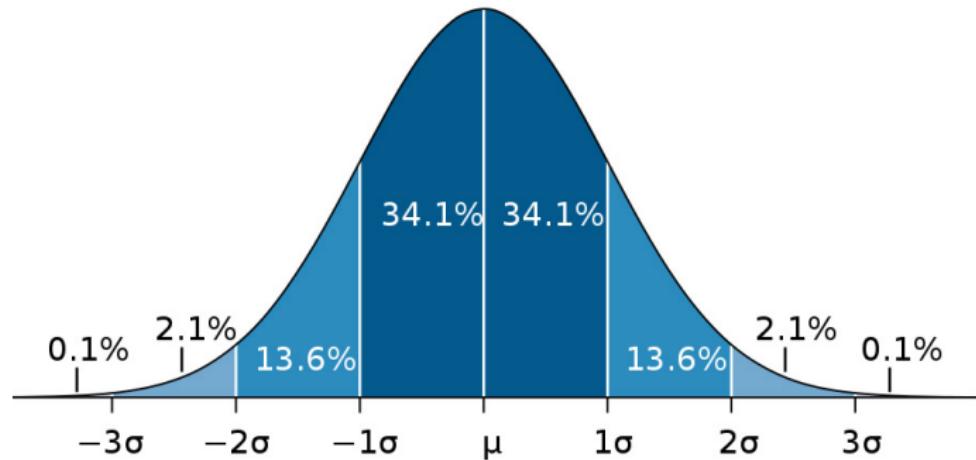
La curva de campana

El histograma de muchos tipos de datos reales tiene la forma de una curva de campana:

- Alturas de gente del mismo genero.
- Resultados en examenes.
- Velocidades de vehículos en un punto dado del autopista.

En estos casos, se pueden modelizar los datos con una **distribución normal** o **Gaussiana**.

La distribución normal



Una variable normal es parameterizada por su media μ y desviación típica σ .
Tiene una distribución simétrica.

$P(|X| < 2\sigma) = 0.954$. Recordamos la regla empírica de antes cuando hablamos de la regla de Chebyshev.

La distribución normal estandár

La distribución normal con media 0 y desviación típica 1 se llama la **distribución normal estandár**.

Existen tablas que se pueden utilizar para calcular las probabilidades para esta distribución.

Si tenemos una variable normal X con media μ y desviación típica σ , podemos convertirla a una normal estandár a través de la siguiente transformación.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

Ejemplos

Sea Z una variable normal estandár.

Calcular $P(Z \leq 1,11)$.

Calcular $P(Z > -1,11)$.

Calcular $P(0,5 < Z < 1)$.

Encuentre el valor z tal que $P(Z < z) = 0,975$.

¿Y el valor z tal que $P(-z < Z < z) = 0,95$?

Ejemplos

Sea Z una variable normal estandár.

Calcular $P(Z \leq 1,11)$.

Calcular $P(Z > -1,11)$.

Calcular $P(0,5 < Z < 1)$.

Encuentre el valor z tal que $P(Z < z) = 0,975$.

¿Y el valor z tal que $P(-z < Z < z) = 0,95$?

Sea X una variable normal con media 3 y desviación típica 2.

Calcular $P(4 < X < 5)$.

Encuentra x tal que $P(X < x) = 0,975$.

Tablas de la distribución normal

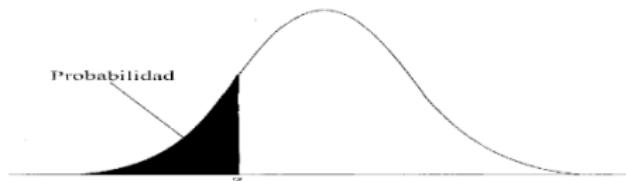


Tabla 3. Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,016	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0855	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,721	0,4681	0,4641

Tablas de la distribución normal

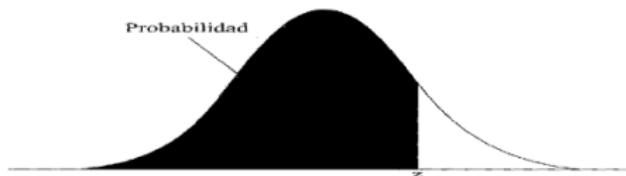


Tabla 3. (continuación) Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981,	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998

Ejemplo

<i>z</i>	0,00	0,01	0,02
0,0	0,5000	0,5040	0,5080
0,1	0,5398	0,5438	0,5478
0,2	0,5793	0,5832	0,5871
0,3	0,6179	0,6217	0,6255
0,4	0,6554	0,6591	0,6628
0,5	0,6915	0,6950	0,6985
0,6	0,7257	0,7291	0,7324
0,7	0,7580	0,7611	0,7642
0,8	0,7881	0,7910	0,7939
0,9	0,8159	0,8186	0,8212
1,0	0,8413	0,8442	0,8461
1,1	0,8643	0,8665	0,8686
1,2	0,8849	0,8869	0,8888
1,3	0,9032	0,9049	0,9066
1,4	0,9192	0,9207	0,9222

$$P(Z \leq 1,11) = P(Z < 1,11) = 0,8665$$

Ejemplo

<i>z</i>	0,00	0,01	0,02
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005
-3,2	0,0007	0,0006	0,0006
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920

$$P(Z > -1,11) = 1 - P(Z \leq -1,11) = 1 - 0,1335 = 0,8665.$$

Ejemplo

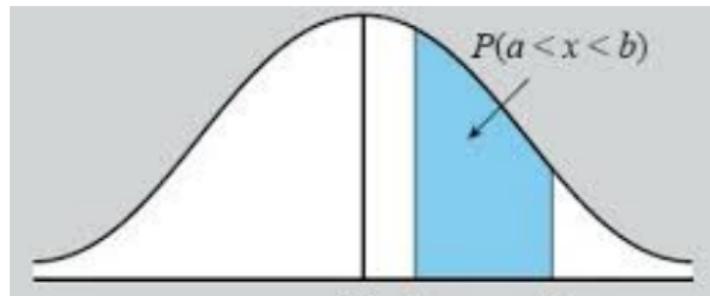
<i>z</i>	0,00	0,01	0,02
— 3,4	0,0003	0,0003	0,0003
— 3,3	0,0005	0,0005	0,0005
— 3,2	0,0007	0,0006	0,0006
— 3,1	0,0010	0,0009	0,0009
— 3,0	0,0013	0,0013	0,0013
— 2,9	0,0019	0,0018	0,0018
— 2,8	0,0026	0,0025	0,0024
— 2,7	0,0035	0,0034	0,0033
— 2,6	0,0047	0,0045	0,0044
— 2,5	0,0062	0,0060	0,0059
— 2,4	0,0082	0,0080	0,0078
— 2,3	0,0107	0,0104	0,0102
— 2,2	0,0139	0,0136	0,0132
— 2,1	0,0179	0,0174	0,0170
— 2,0	0,0228	0,0222	0,0217
— 1,9	0,0287	0,0281	0,0274
— 1,8	0,0359	0,0351	0,0344
— 1,7	0,0446	0,0436	0,0427
— 1,6	0,0548	0,0537	0,0526
— 1,5	0,0668	0,0655	0,0643
— 1,4	0,0808	0,0793	0,0778
— 1,3	0,0968	0,0951	0,0934
— 1,2	0,1151	0,1131	0,1112
— 1,1	0,1357	0,1335	0,1314
— 1,0	0,1587	0,1562	0,1539
— 0,9	0,1841	0,1814	0,1788
— 0,8	0,2119	0,2090	0,2061
— 0,7	0,2420	0,2389	0,2358
— 0,6	0,2743	0,2709	0,2676
— 0,5	0,3085	0,3050	0,3015
— 0,4	0,3446	0,3409	0,3372
— 0,3	0,3821	0,3783	0,3745
— 0,2	0,4207	0,4168	0,4129
— 0,1	0,4602	0,4562	0,4522
— 0,0	0,5000	0,4960	0,4920

$$P(Z > -1,11) = 1 - P(Z \leq -1,11) = 1 - 0,1335 = 0,8665.$$

De otra manera, por la simetría de la distribución normal,

$$P(Z > -1,11) = P(Z < 1,11) = 0,8665.$$

Ejemplo



$$\begin{aligned}P(0,5 < Z < 1) &= P(Z < 1) - P(Z < 0,5) \\&= P(Z < 1) - P(Z < 0,5) \\&= 0,8413 - 0,6915 = 0,1498\end{aligned}$$

Ejemplo

<i>z</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952

$$P(Z < 1,96) = 0,975.$$

Utilizaremos este valor bastantes veces en las siguientes sesiones.

Ejemplo

$$\begin{aligned}P(-z < Z < z) &= P(Z < z) - P(Z < -z) \\&= P(Z < z) - P(Z > z) \quad \text{por simetría de la normal} \\&= P(Z < z) - (1 - P(Z < z)) \\&= 2P(Z < z) - 1\end{aligned}$$

Buscamos z tal que $2P(Z < z) - 1 = 0,95$, es decir $P(Z < z) = 0,975$.

Luego $z = 1,96$.

Ejemplo

X es normal con media 3 y desviación típica 2.

En este caso no tenemos tablas de X y tenemos que estandardizar.

$$\begin{aligned}P(4 < X < 5) &= P(X < 5) - P(X < 4) \\&= P(X - 3 < 5 - 3) - P(X - 3 < 4 - 3) \quad \text{restando la media} \\&= P\left(\frac{X - 3}{2} < \frac{5 - 3}{2}\right) - P\left(\frac{X - 3}{2} < \frac{4 - 3}{2}\right) \\&\qquad\qquad\qquad \text{dividiendo por la desviación típica} \\&= P(Z < 1) - P(Z < 0,5) = 0,1498.\end{aligned}$$

Ejemplo

$$\begin{aligned}P(X < x) &= 0,975 \\P\left(\frac{X - 3}{2} < \frac{x - 3}{2}\right) &= 0,975 \\P\left(Z < \frac{x - 3}{2}\right) &= 0,975 \\\frac{x - 3}{2} &= 1,96 \\x &= 3 + 2 \times 1,96 = 6,92\end{aligned}$$

Uso de Excel

Con Excel, podemos hacer los cálculos para la distribución normal de manera mucho más directa.

Argumentos de función

DISTR.NORM.ESTAND

Z 1,11 = 1,11
= 0,866500487

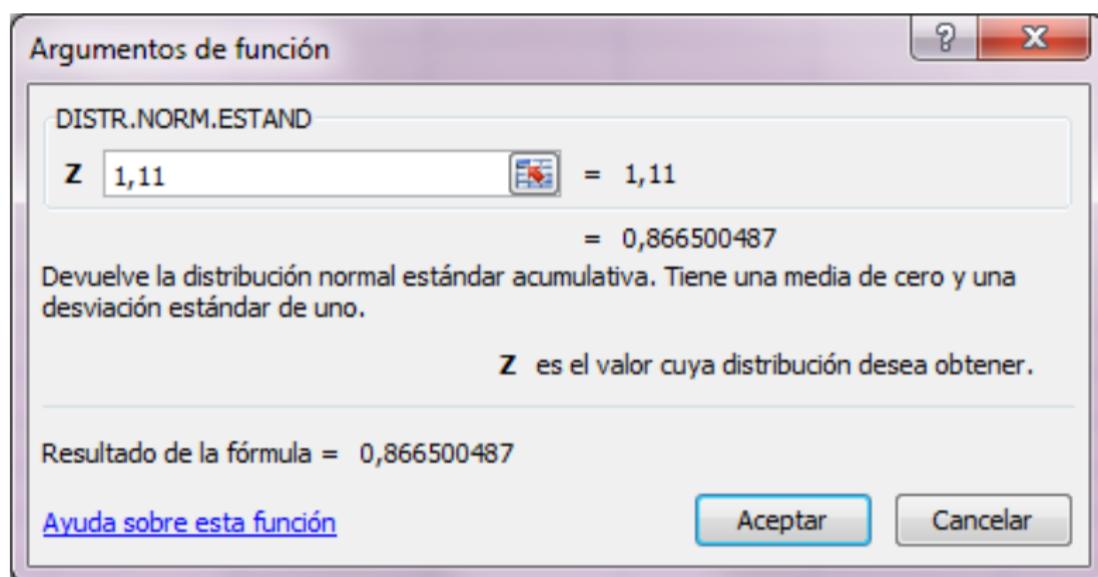
Devuelve la distribución normal estándar acumulativa. Tiene una media de cero y una desviación estándar de uno.

Z es el valor cuya distribución desea obtener.

Resultado de la fórmula = 0,866500487

Aceptar Cancelar

[Ayuda sobre esta función](#)



DISTR.NORM.ESTAND calcula la probabilidad $P(Z \leq z)$.

Uso de Excel

Argumentos de función

DISTR.NORM.ESTAND.INV

Probabilidad = 0,975
= 1,959963985

Devuelve el inverso de la distribución normal estándar acumulativa. Tiene una media de cero y una desviación estándar de uno.

Probabilidad es una probabilidad asociada a la distribución normal, un número entre 0 y 1 inclusivo.

Resultado de la fórmula = 1,959963985

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

DISTR.NORM.ESTAND.INV encuentra el valor de z tal que $P(Z \leq z) = p$ para p conocido.

Uso de Excel

Argumentos de función

DISTR.NORM

X	5	= 5
Media	3	= 3
Desv._estáNDAR	2	= 2
Acum	VERDADERO	= VERDADERO

= 0,841344746

Devuelve la distribución acumulativa normal para la media y desviación estándar especificadas.

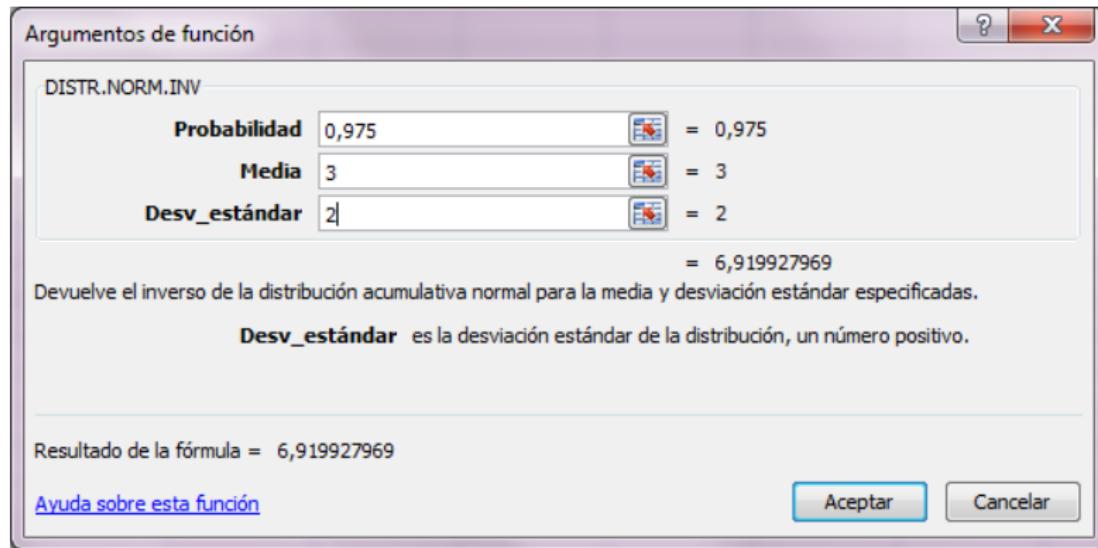
Acum es un valor lógico: para usar la función distribución acumulativa = VERDADERO; para usar la función de probabilidad bruta = FALSO.

Resultado de la fórmula = 0,841344746

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

DISTR.NORM calcula la probabilidad $P(X \leq x)$ para una variable normal cualquiera.

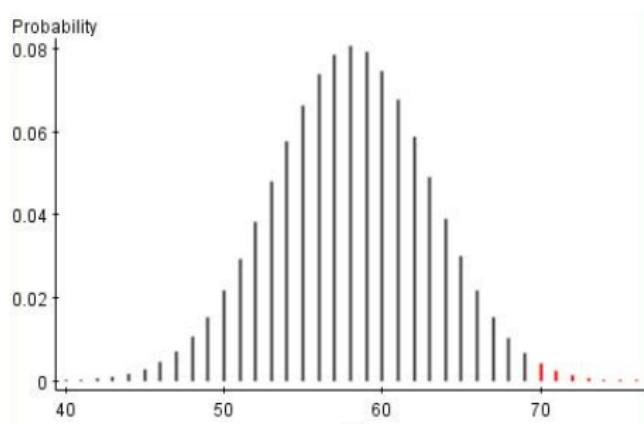
Uso de Excel



DISTR.NORM.INV encuentra el valor de x tal que $P(X \leq x) = p$ para p conocido y una variable normal cualquiera.

Aproximando la distribución binomial con la distribución normal

Cuando n es suficiente grande (y p no es muy pequeño o muy grande), la distribución binomial tiene forma parecida a la distribución normal.



Aproximando la distribución binomial con la distribución normal

¿Porqué aproximar?

Aproximando la distribución binomial con la distribución normal

¿Porqué aproximar?

Supongamos que $n = 1000$, $x = 500$ y $p = 0,4$.

$$P(X = x) = C_{1000}^{500} 0,4^{500} 0,6^{500}$$

muy difícil de evaluar con calculadora.

Aproximando la distribución binomial con la distribución normal

¿Porqué aproximar?

Supongamos que $n = 1000$, $x = 500$ y $p = 0,4$.

$$P(X = x) = C_{1000}^{500} 0,4^{500} 0,6^{500}$$

muy difícil de evaluar con calculadora.

Sii X es una variable binomial con parámetros n y p , recordamos que $E[X] = np$ y $V[X] = np(1 - p)$. Luego

$$P(X \leq x) \approx P(Y \leq x)$$

donde Y es una variable normal con media np y varianza $np(1 - p)$.

Ejemplo

Tiramos una moneda equilibrada 400 veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar entre 180 y 210 cruces?

Ejemplo

Tiramos una moneda equilibrada 400 veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar entre 180 y 210 cruces?

La probabilidad exacta usando la distribución binomial a través de Excel es 0,833.

La probabilidad aproximada a través de la distribución normal es 0,819. ¡Una aproximación poca precisa!

Ejemplo

Tiramos una moneda equilibrada 400 veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar entre 180 y 210 cruces?

La probabilidad exacta usando la distribución binomial a través de Excel es 0,833.

La probabilidad aproximada a través de la distribución normal es 0,819. ¡Una aproximación poca precisa!

Se puede mejorar la aproximación con una **corrección de continuidad** y en este caso, la probabilidad aproximada es idéntica a la verdadera (a 3 plazos decimales) pero ¿teniendo Excel, por qué aproximar?

Ejemplo

Tiramos una moneda equilibrada 400 veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar entre 180 y 210 cruces?

La probabilidad exacta usando la distribución binomial a través de Excel es 0,833.

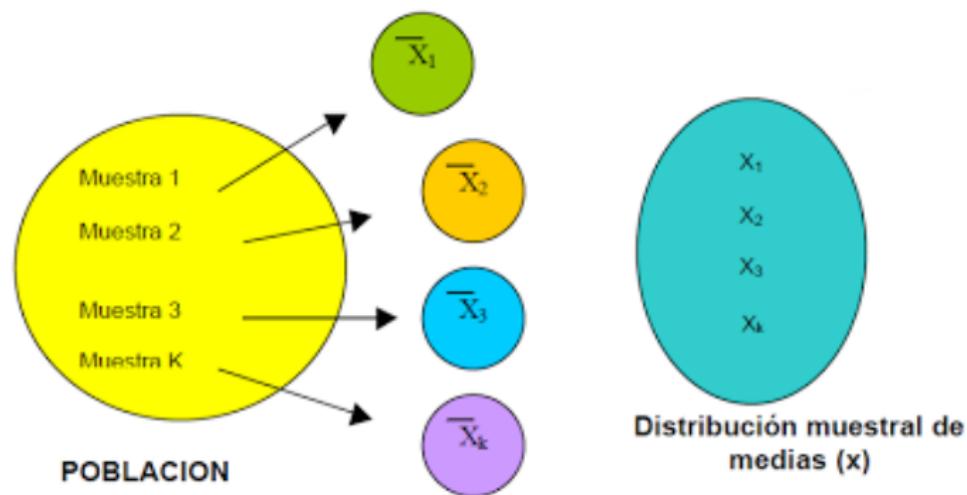
La probabilidad aproximada a través de la distribución normal es 0,819. ¡Una aproximación poca precisa!

Se puede mejorar la aproximación con una **corrección de continuidad** y en este caso, la probabilidad aproximada es identica a la verdadera (a 3 plazos decimales) pero ¿teniendo Excel, porqué aproximar?

Veremos más adelante.

Resumen y siguiente sesión

Hemos introducido la distribución normal y mostrado como utilizarla.



En las siguientes sesiones, mostramos como utilizar la distribución normal para la inferencia estadística.