INGENIERÍA INFORMÁTICA DE GESTIÓN
Junio 2005

1. **En una pequeña empresa con 60 empleados, 25 son personal de fábrica y están cobrando unos sueldos semanales (en euros) en función a su antigüedad de:**

300	**250**	**241**	**360**	**295**	**316**	**296**	**311**	**318**	**345**	**310**	**294**
240	**266**	**299**	**298**	**300**	**318**	**317**	**317**	**314**	**293**	**315**	**316**
340											

El resto del personal trabaja en oficina y tiene un sueldo medio de 336,57 euros por semana, y una desviación típica de 50 euros.

a) **Calcular la media y desviación típica del sueldo por semana del personal de fábrica (0.5 puntos)**

$$\sum x_i = 7569; \qquad \sum x_i^2 = 2311873;$$

$$\bar{x} = \frac{7569}{25} = 302.76; \qquad s = \sqrt{\frac{2311873}{25} - (302,76)^2} = 28,48;$$

b) **Representar el diagrama de tallos y hojas del personal de fábrica (0.5 puntos)**

```
24| 01
25| 0
26| 6
27|
28|
29| 345689
30| 00
31| 0145667788
32|
33|
34| 05
35|
36| 0
```

c) Representar el diagrama de caja del personal de fábrica. ¿Existen datos atípicos? (1 punto)

$$\left[\begin{array}{lcc} \frac{25}{2}=12{,}5 & \rightarrow & M_e=310 \\ \frac{1}{4}25=6{,}25 & \rightarrow & Q_1=295 \\ \frac{3}{4}25=18{,}75 & \rightarrow & Q_3=317 \end{array}\right];$$

Mediana = 310; Amplitud intercuartil = 22;

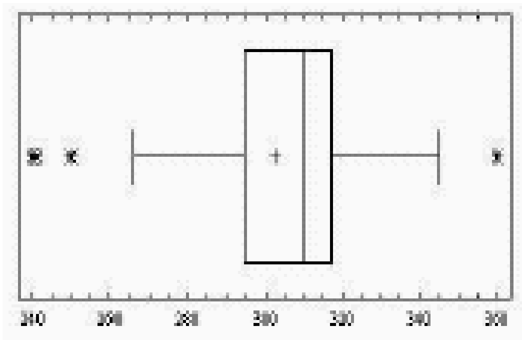
Barras interiores:

Q_1-1,5RI=295-1,5.22=262; Q_3+1,5RI=317+1,5.22=350

Barras exteriores:

Q_1-3RI=295-3.22=229; Q_3+3RI=317+3.22=383

Datos atípicos: 240, 241, 250 y 360



d) Supongamos que se dobla el sueldo de todos los empleados y a continuación, por la excesiva subida, se decide quitarles 275 euros por semana. Calcular las nuevas medias y desviaciones típicas del sueldo semanal correspondiente al personal de fábrica y personal de oficina (0.5 puntos)

Fábrica x_1: $v=2x_1-275$;

$\bar{v}=2.\ 302{,}76 - 275 = 330{,}52$; $s_v = |2|\ .28{,}48 = 56{,}96$;

Oficina x_2: $w=2x_2-275$;

$\bar{w}=2\ .\ 336{,}57 - 275 = 398{,}14$; $s_w = |2|\ .\ 50 = 100$;

2. **Una empresa petrolífera busca nuevos yacimientos de crudo. Un yacimiento petrolífero es explotable si contiene al menos cierta cantidad de crudo a fin que su explotación resulte rentable. Se ha perforado un pozo en una zona para determinar la presencia de petróleo. Un estudio geológico de dicha zona ha estimado que la probabilidad de que el yacimiento sea explotable es del 30%. Si el yacimiento es explotable, la probabilidad que haya petróleo es del 90% y si el yacimiento no es explotable dicha probabilidad es del 20%.**

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya petróleo en el pozo? (0.25 puntos)

   Sean los sucesos: A = Se descubre petróleo
   B = El pozo es explotable

   Donde $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,9$; $P(A|B^c) = 0,05$

   Por la ley de probabilidad total:

   $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|B^c)P(B^c) = 0,9x0,3 + 0,2x(1-0,3) = 0,41$

   b) Dado que se descubre petróleo ¿Cuál es la probabilidad de que el pozo sea explotable? (0.5 puntos)

   Por el teorema de Bayes:

   $P(B|A) = P(A|B)P(B) / P(A) = 0,9x0,3 / 0,41 = 0,658$

   c) Dado que no se descubre petróleo ¿Cuál es la probabilidad de que el pozo sea explotable? (0.5 puntos)

   De nuevo por el teorema de Bayes:

   donde antes sabemos: $P(A^c) = 1-P(A) = 1-0,41 = 0,59$
   $P(A^c|B) = 1-P(A|B) = 1-0,9 = 0,1$

   $P(B|A^c) = P(A^c|B)P(B) / P(A^c) = 0,1x0,3 / 0,59 = 0,0508$

   d) La compañía decide comprar cinco yacimientos. Calcular la probabilidad de que se haya petróleo en al menos uno de los pozos (0.75 puntos)

   Tenemos una distribución Binomial de parámetros n = 5 y p = 0,41 para la variable X = numero de pozos en los que haya petróleo:

   $P(X\geq 1) = 1-P(X = 0) = 1-(1-0,41)^5 = 1-0,07149 = 0,92851$

---

3. La longitud X en milímetros de las piezas fabricadas en un proceso de producción es una variable aleatoria que se distribuye según una normal de media 32 milímetros y desviación típica 0,3 milímetros. Se consideran aceptables aquellas piezas cuya medida se encuentra dentro del intervalo (31,5 ; 32,4). Se pide:

a) Calcular la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea aceptable (0.5 puntos)

Sea X→N(32, 0´3)

P(aceptable)=P(31´5<X<32´4)=P$\left(\frac{31'5-32}{0'3} < Z < \frac{32'4-32}{0'3}\right)$= P(-1´67<Z<1´33) =

= 0´86078

b) Hallar el valor de "b" tal que con probabilidad igual a 0,9, la longitud de una pieza es menor que "b" (0.5 puntos)

P(X<b)=0´9 → $\frac{b-32}{0'3} = 1'28$, luego b = 32´384

c) Las piezas se embalan en lotes de 500. Calcular la probabilidad de que un lote tenga más de 50 piezas defectuosas (1 punto)

P(defectuoso)=1-P(aceptable)=1-0´86078=0´13922

Y→B(500,0´13922)≈ $N(np, \sqrt{npq})$ =N(69´61,7´740729)

P(Y>50)≈P(Y≥50´5)=P$\left(Z \geq \frac{50'5-69'61}{7'740729}\right)$=P(Z ≥-2´47)=0´993244

d) Si se toma al azar una muestra de tres piezas, ¿Cuál es la probabilidad de que la primera y tercera sean aceptables y la segunda no?. Indicar los supuestos necesarios. (1 punto)

Suponemos que las piezas son independientes.

Llamando A= pieza aceptable y $\overline{A}$ = pieza defectuosa, entonces:

P(A∩ $\overline{A}$ ∩A) = P(A)P(A)P($\overline{A}$) = P(A)^{2}P($\overline{A}$) = 0,86078^2*0,13922 = 0,1031539

---

4. **El servicio de calidad de la una empresa de componentes informáticos asegura que el tiempo medio de arranque de sus procesadores es de cómo máximo 1,2 segundos. Sin embargo, después de tomar una muestra de 70 componentes de se obtiene que el tiempo medio es de 1,24 segundos, con una cuasi-desviación de 0,2 segundos.**

   a) **¿Contrastar, utilizando una prueba de hipótesis con un nivel de significación del 5%, si la afirmación de la empresa es cierta? (0.75 puntos)**

   H_0: $\mu \leq 1{,}20$ vs. H_1: $\mu > 1{,}20$

   $z_0 = (1{,}24-1{,}2) / (0{,}2/\sqrt{70}) = 1{,}67332$

   El estadístico de contraste $z_0 = 1{,}67332$ es mayor que el valor crítico $z_{0,05} = 1{,}64$; luego existen evidencias para rechazar H_0.

   b) **Calcular el intervalo de confianza, al 95%, para la media poblacional. ¿A que conclusión llega ahora? (0.75 puntos)**

   Intervalo de confianza 95%, utilizando $z_{0,025}=1{,}96$:

   $1{,}24 \pm 1{,}96(0{,}2/\sqrt{70}) = [1{,}19314 \text{ a } 1{,}28685]$

   El intervalo de confianza incluye la media poblacional 1,20; luego existen evidencias para aceptar la hipótesis nula H_0: $\mu=1{,}20$

   c) **¿Se llega a la misma conclusión en los apartados anteriores? Justifique su respuesta (0.5 puntos)**

   En los apartados anteriores se obtienen conclusiones contradictorias debido a que se están contrastando hipótesis nulas distintas, H_0: $\mu \leq 1{,}20$ en el apartado a), y H_0: $\mu=1{,}20$ en el apartado b).

   d) **El departamento de márketing en la publicidad de su compañía afirma que únicamente el 1% de dichos componentes es defectuoso. Pero en la muestra anterior de 70 componentes, la proporción de componentes defectuosos es un 1,3%. Contrastar la afirmación del departamento de márketing utilizando un nivel de significación del 5% (1 puntos)**

   H_0: $\pi=0{,}01$ vs. H_1: $\pi \neq 0{,}01$

   $z_0 = (0{,}013-0{,}01) / \sqrt{(0{,}01(1-0{,}01)/70)} = 0{,}25226$

   El estadístico de contraste $z_0 = 0{,}25226$ es menor que el valor crítico $|z_{0,025}| = |1{,}96|$; luego existen evidencias para aceptar H_0.