Universidad Carlos III de Madrid
Ingeniería Técnica en Informática de Gestión
29 de Junio de 2007
ESTADÍSTICA
Duración: 2 horas

Nota: Justifica todas tus respuestas. Responde cada pregunta en hojas diferentes.

1. Se desea medir la diferencia que hay entre dos grupos de estudiantes de ingeniería en el tiempo semanal dedicado al estudio. Tomamos una muestra de 45 estudiantes del grupo A y la media de horas semanales de estudio nos resulta 32 horas. Tomamos una media de 60 estudiantes del grupo B y la media resultante es de 25 horas. Las horas semanales de estudios presentan una cuasivarianza de 48 para el grupo A y de 56 para el grupo B.

   (a) Calcular un intervalo de confianza al 95% para la diferencia de medias. De acuerdo con el intervalo hallado, ¿hay evidencia suficiente para afirmar que las medias son iguales? **Justifica la respuesta (tanto el método como las conclusiones)**.

   (b) Usando exclusivamentee los resultados del apartado anterior, y sin realizar ninguna operación adicional, ¿cómo cambiarían las conclusiones si usásemos $\alpha = 0.10$.? **Justifica la respuesta.**

2. Tenemos dos máquinas diferentes dedicadas a la fabricación de unas barras metálicas. La máquina 1 produce barras defectuosas en una proporción de un 3%. La máquina 2 produce barras cuya longitud, medida en cm, es una variable aleatoria cuya función de distribución $F(x) = P(X \leq x)$ es

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq 0 \\ Kx^3 & ; \quad 0 < x < 2 \\ 1 & ; \quad x \geq 2 \end{cases}$$

   (a) Tomamos una muestra aleatoria de 10 barras producidas por la máquina 1.¿Cuál es la probabilidad de que más de una sea defectuosa? Justifica la respuesta.

   (b) Calcular el valor de K para que la función de distribución que rige la longitud de las barras de la máquina 2 esté bien definida.

   (c) Las barras obtenidas por la máquina 2 cuya longitud esté fuera del intervalo [0.15;1.92] se consideran defectuosas. Calcular la proporción de piezas defectuosas.

3. Sea X una variable aleatoria de media μ y varianza σ^2 desconocidas, y sea $x_1, ..., x_{100}$ una muestra aleatoria simple de 100 datos de dicha variable. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta

   (a) Como la muestra es grande, X es una normal por el teorema central del límite

   (b) Si X fuese una Poisson, $\mu = \sigma^2$.

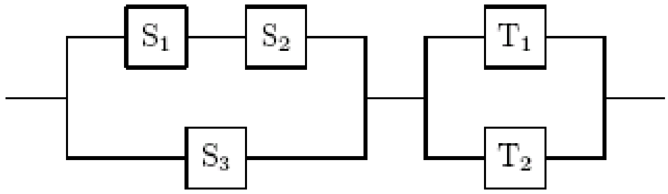
   (c) Como la muestra es suficientemente grande, podemos hacer un intervalo de confianza para la varianza asumiendo condiciones de normalidad.

   (d) Los diferentes valores que se obtienen al promediar las observaciones de muestras independientes de tamaño 100 siguen una ley normal, aunque X no lo sea.

   (e) Si X es normal $\mu = \sigma^2/n$

   (f) La media muestral tiene una varianza que es sólo la centésima parte de la varianza de X.

4. Como puede observarse en la figura, el siguiente sistema está formado por dos subsistemas conectados en serie, S y T, que están formados a su vez por los dispositivos S_1, S_2, S_3 y T_1, T_2, respectivamente.



Los cinco dispositivos fallan de manera independiente, siendo las probabilidades de fallo las siguientes:

$$\begin{array}{ll} S_1: & 0.1 \\ S_2: & 0.2 \\ S_3: & 0.3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} T_1: & 0.1 \\ T_2: & 0.2 \end{array}$$

Se pide:

(a) Calcula la probabilidad de que el subsistema S funcione.

(b) Calcula la probabilidad de que el subsistema T funcione

(c) Calcula la probabilidad de que el subsistema completo funcione.