Estadística Descriptiva Bivariante con STATGRAPHICS
-Dependencia lineal y Regresión-

Fichero de datos empleado: VelVientos730.sf3

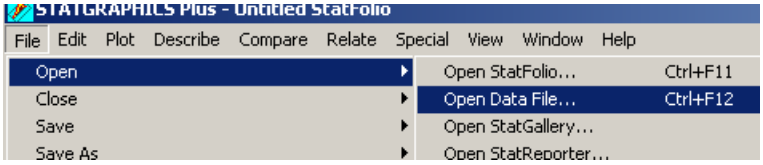
1. Introducción

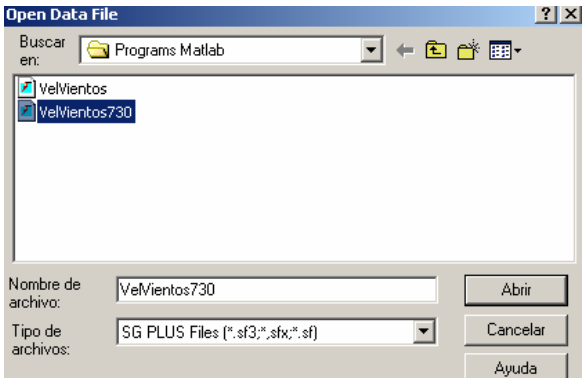
En este documento se analizarán, utilizando Statgraphics, dos variables observadas simultáneamente. Se analizará su dependencia lineal y se construirá la recta de regresión que ayude a predecir una variable a partir de la segunda.

Los datos que se tienen son los registros de velocidades de viento de dos anemómetros colocados en dos parques eólicos cercanos. El fichero VelVientos.sf3 contiene el registro de 730 horas, donde en cada hora se tiene la velocidad del viento registrada en cada parque. Las velocidades, en metros por segundo (m/s), de cada parque se encuentran en las variables Parque1 y Parque2 respectivamente.

Se quiere disponer de un sistema informático que registre las velocidades del viento en esos parques en tiempo real. Esa información es muy importante para poder gestionar la producción energética del parque y también para detectar errores de funcionamiento de los aerogeneradores. El sistema informático que se instalará es muy costoso, pues requiere una red donde algunas etapas usan transmisión por microondas, calibraciones periódicas, y personal y procedimientos que monitoricen las transmisiones de los ficheros. Por esta razón se decide realizar esa instalación sólo para el Parque1. El objetivo final que se pretende con el análisis de los datos es utilizar las mediciones de viento del Parque1 para predecir las del Parque2 mediante una recta de regresión, y ahorrarnos así duplicar el coste del sistema.

Lo primero que hacemos es leer ese fichero de datos.





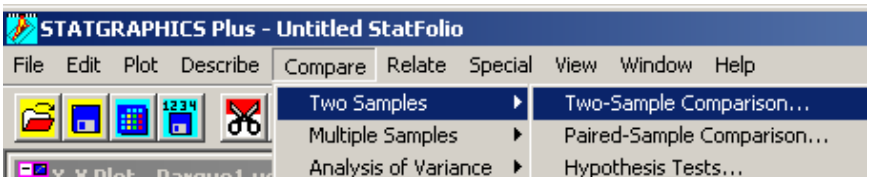
VelVientos730.sf3

	Parque1	Parque2	Col_3
1	3,50	4,03	
2	2,19	2,75	
3	1,93	1,99	
4	2,08	1,92	

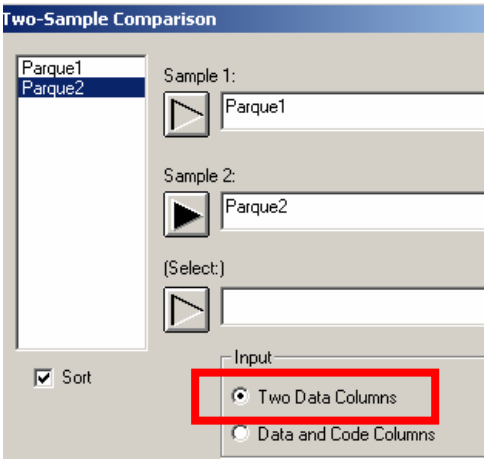
Velocidad de viento en m/s

2. Análisis Gráfico

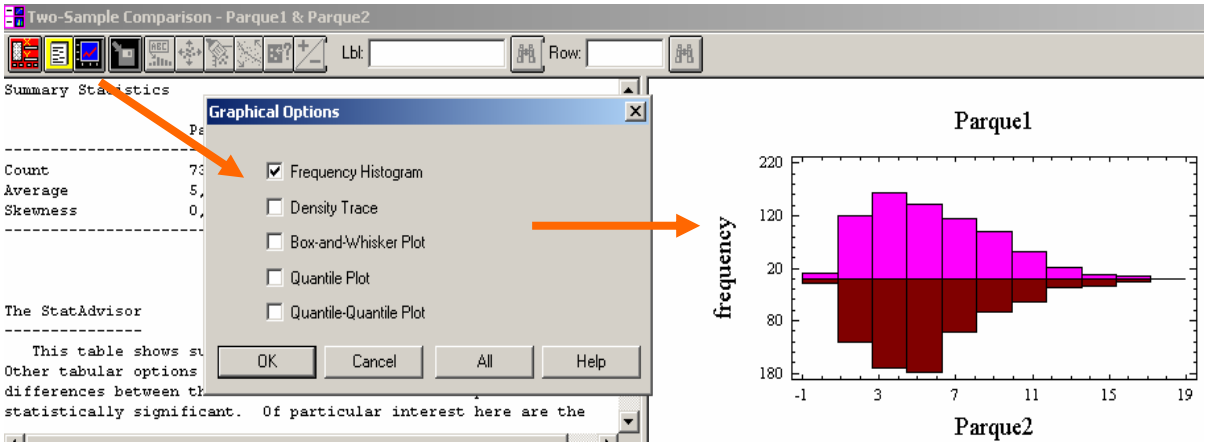
En primer lugar vamos a hacer un histograma de cada variable. Para poder comparar mejor ambas distribuciones lo haremos colocando ambos histogramas en un mismo gráfico, lo que se consigue en Compare/Two samples/Two-Sample Comparison.



Como nuestros datos están dispuestos en dos columnas, una con cada variable, la introducción de las variables es de la siguiente forma:

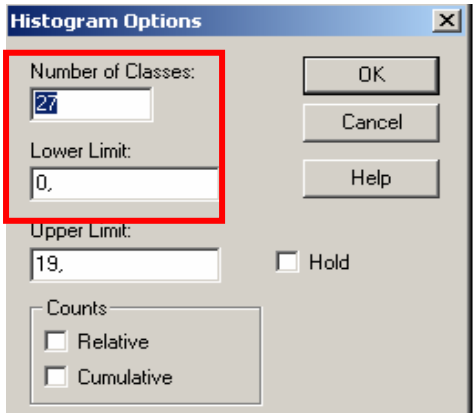


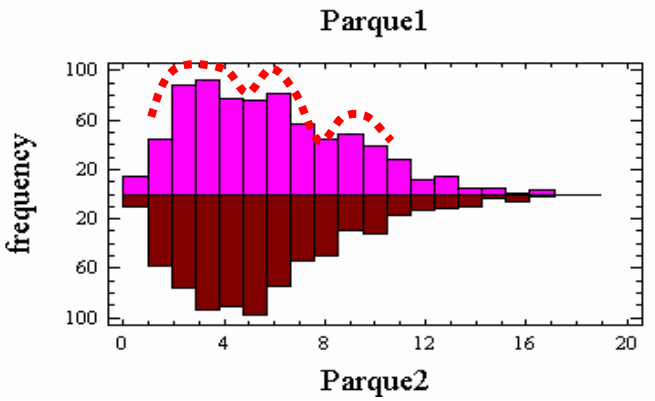
En las opciones gráficas seleccionamos el histograma. El resultado es el siguiente



Los histogramas nos muestran que las propiedades estadísticas de la velocidad del viento en ambas localizaciones son muy parecidas. Son unimodales, con asimetría positiva, de rango similar, y con un intervalo modal en torno a 4-5 m/s. El que las distribuciones univariantes sean parecidas no implica en absoluto que ambas variables estén correladas. Simplemente nos dice que ambas variables tienen una naturaleza muy parecida, y por tanto, si estuviesen correladas, la recta de regresión va a ser una herramienta de predicción muy adecuada.

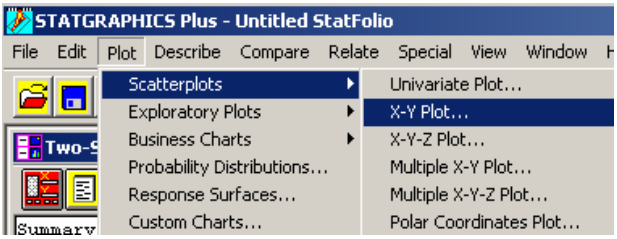
Vamos a introducir un par de modificaciones en el histograma. Como los datos no pueden ser negativos, vamos a forzar que el límite inferior sea cero. Además, como tenemos muchos datos, vamos a aumentar hasta 27 el número de clases ($\sqrt{730} \simeq 27$). El resultado es el siguiente:



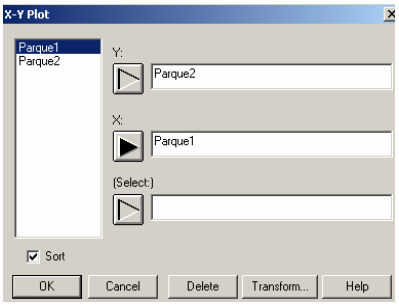


Ahora puede verse que aunque los histogramas presentan ciertas diferencias, siguen mostrándonos dos variables muy parecidas. Parece que el Parque1 tiene una distribución multimodal, con una moda en torno a 3, otra en torno a 6 y otra en torno a 9. Sin embargo en el Parque2 el comportamiento es más unimodal. La multimodalidad del Parque1 no es tampoco muy acusada.

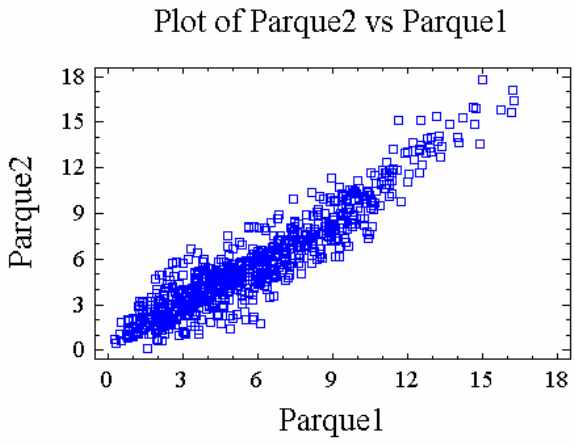
Veamos a continuación el gráfico de dispersión de estas dos variables. El Statgraphics permite hacer gráficos de dispersión en varios lugares. El lugar más sencillo es el siguiente: Plot/Scatterplots/X-Y Plot



Como nuestro objetivo es usar al Parque1 como variable explicativa, y al Parque2 como variable respuesta, llamaremos X=Parque1 e Y=Parque2, aunque a efectos de hacer el gráfico esa distinción sea arbitraria



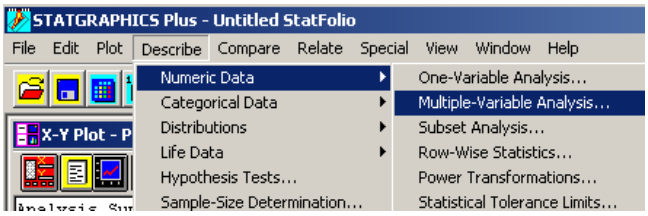
El gráfico que resulta es



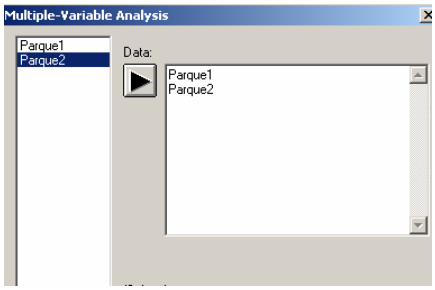
donde se aprecia que la relación entre ambas variables es lineal y muy fuerte. Parece entonces sensato utilizar una recta de regresión para predecir Y en función de X. El que las distribuciones de ambas variables sean parecidas sin duda ayuda a que la relación sea mayor.

3. Medidas características bivariantes

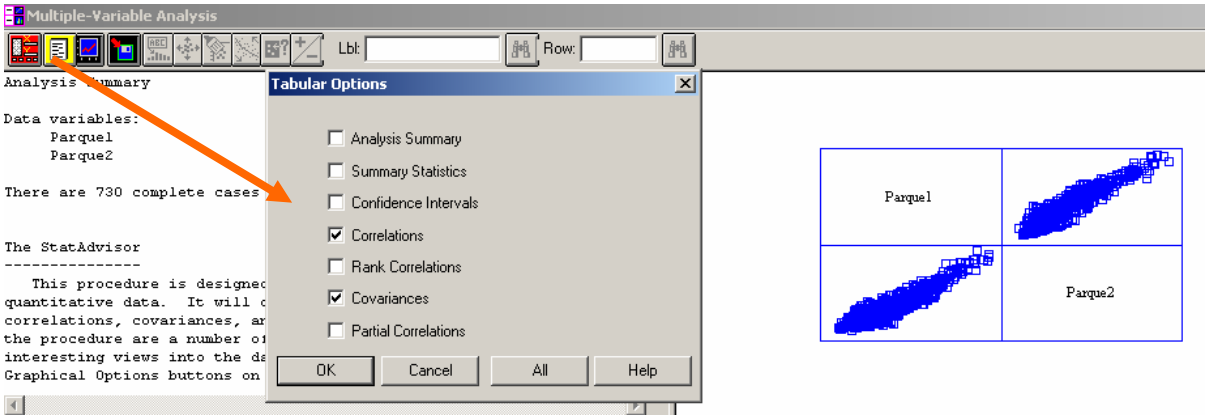
Para buscar las medidas características que resuman esta relación lineal vamos a



y allí seleccionamos nuestras dos variables



Las opciones gráficas de esta sección muestran también un diagrama de dispersión, pero no tan claro como el anterior. Las opciones numéricas (Tabular Options) que nos interesan son la matriz de covarianzas y, sobre todo, la matriz de correlaciones.



La matriz de covarianzas es:

Covariances

	Parque1	Parque2
Parque1	10,5057	9,84153
	(730)	(730)
Parque2	9,84153	10,5948
	(730)	(730)

De la información de esta matriz podríamos ya deducir las correlaciones e incluso el coeficiente de regresión. Por ejemplo, la correlación entre ambos parques será

$$corr(x,y) = \frac{\text{cov}(x,y)}{s_x s_y} = \frac{9.84153}{\sqrt{10.5057}\sqrt{10.5948}} = 0.9328$$

Esta correlación coincide con el resultado que suministra el Statgraphics

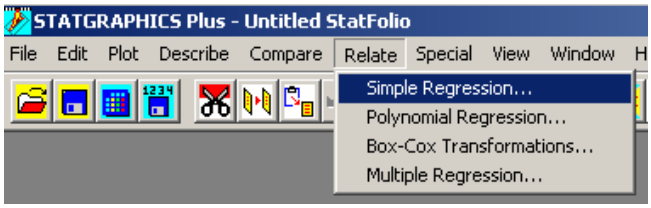
Correlations

	Parque1	Parque2
Parque1		0,9328 (730) 0,0000
Parque2	0,9328 (730) 0,0000	

Un gráfico de dispersión tan lineal y una correlación tan alta harán que la recta de regresión vaya a ser muy precisa.

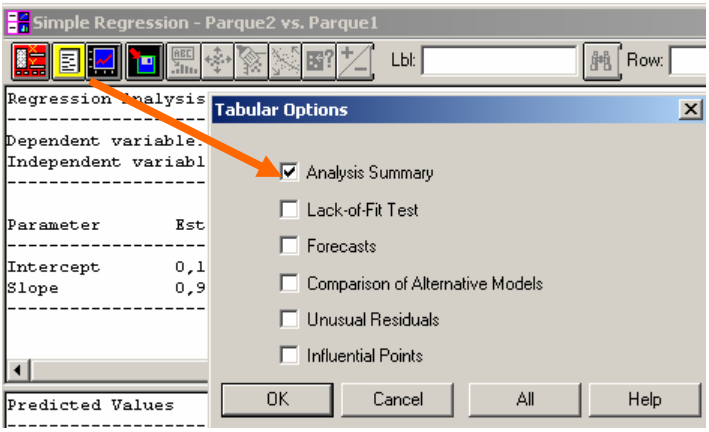
4. La recta de regresión

Para calcular la recta de regresión, también llamada de regresión simple (por tener una sola variable explicativa), nos vamos a Relate/Simple Regression



y allí seleccionamos las variables implicadas. Variable respuesta=Y=Parque 2; Variable explicativa=X=Parque1.

La técnica de regresión tiene muchos más implicaciones teórico-prácticas que las que se exponen en este documento, por lo que la mayoría de las opciones que nos muestra el Statgraphics no nos son de ayuda. En lo que respecta a opciones numéricas (Tabular Options), seleccionamos sólo el resumen de los resultados



La ecuación que queremos estimar es la recta de mínimos cuadrados

$$\hat{y}_i = a + bx_i$$

donde

$$b = \frac{\text{cov}(x,y)}{s_x^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

El cálculo de estos valores a,b que nos proporciona el programa es:

```
Regression Analysis - Linear model: Y = a + b*X
-------------------------------------------------------------------------------
Dependent variable: Parque2
Independent variable: Parque1
-------------------------------------------------------------------------------
                                    Standard          T
Parameter          Estimate          Error        Statistic        P-Value
-------------------------------------------------------------------------------
Intercept          0,197868       0,0891091        2,22051         0,0264
Slope              0,936776       0,0134105        69,8538         0,0000
-------------------------------------------------------------------------------
```

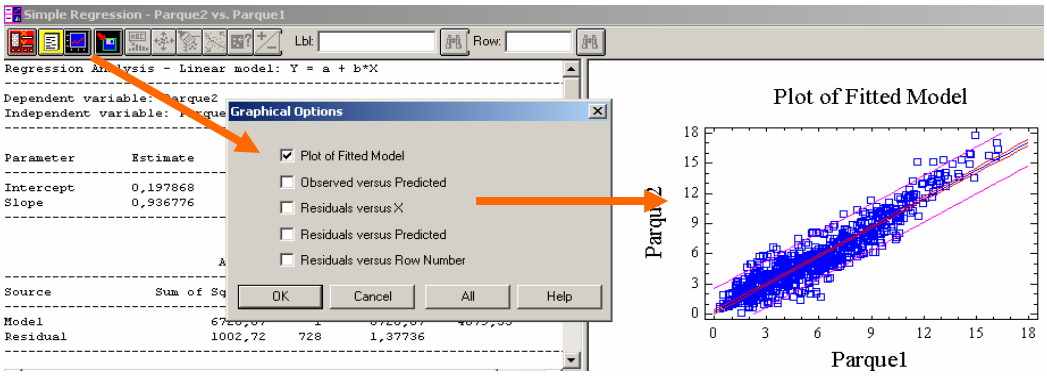
a

b

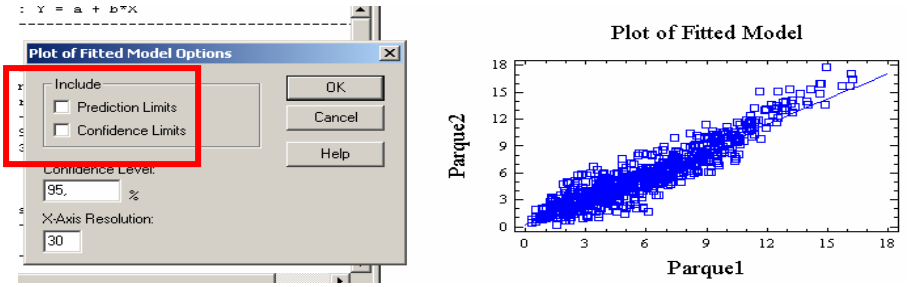
donde sólo nos interesan los valores correspondientes a la columna *Estimate*. La pendiente de la recta, es decir, el parámetro **b**, es *Slope*, y el punto de corte cuando x=0 , es decir, el parámetro **a**,es el *Intercep*. Nuestra recta de regresión es entonces

Velocidad Prevista en Parque2=0.198+0.937x(Velocidad del Parque1)

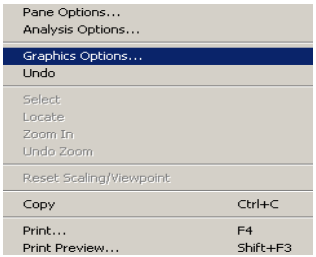
La recta de regresión aparece dibujada en las opciones gráficas



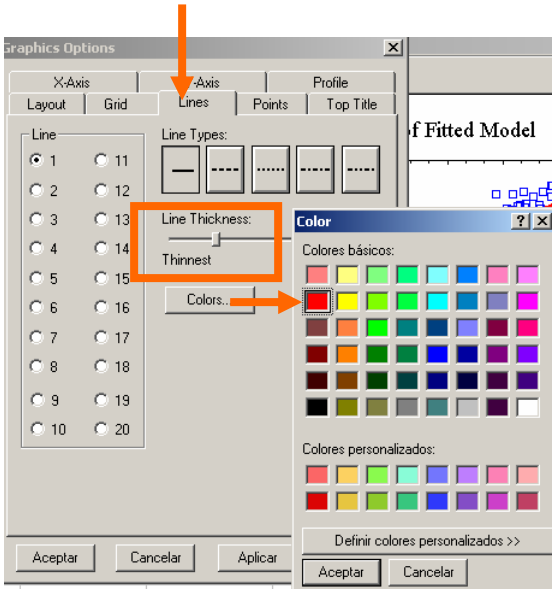
El gráfico que resulta tiene unas líneas auxiliares que al nivel en que estamos manejando la recta de regresión en este documento tampoco nos son de utilidad. Para quitarlas, nos colocamos en el gráfico y pulsamos el botón derecho del ratón. Accedemos así a Pane Options. Allí accedemos a las opciones de este gráfico, donde eliminamos las curvas que no nos interesan



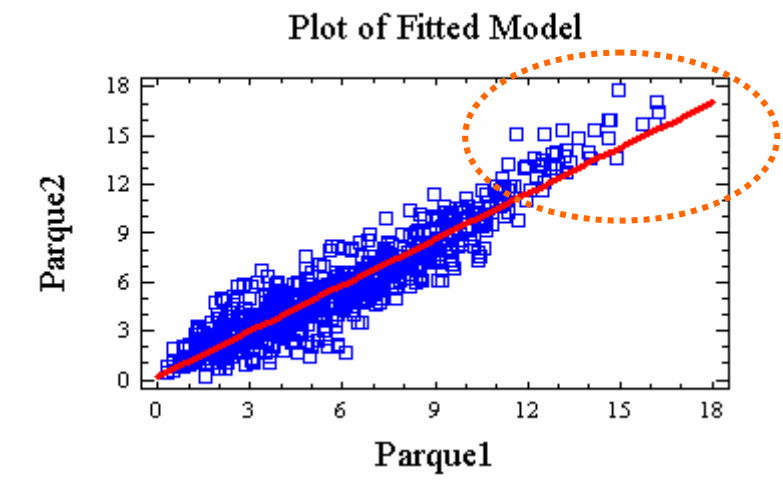
Para mejorar la visualización de la recta de regresión nos colocamos de nuevo sobre el gráfico, pulsamos el botón derecho del ratón y seleccionamos Graphics Options



y allí modificamos el grosor y el color de la línea



El gráfico que resulta es ahora más claro.



La recta subestima la velocidad del parque2 en esta zona

La recta junto con la nube de puntos muestra que, si bien el ajuste es bastante bueno en casi todo el rango de velocidades, a velocidades altas del Parque1, la recta subestima la velocidad del Parque2. Esa zona es, sin embargo, poco frecuente, como se pudo ver en los histogramas de ambas velocidades. Utilizando conocimientos más avanzados de regresión se podría mejorar esta relación, aumentando la precisión de las predicciones en esa zona. Las modificaciones que habría que introducir se escapan del alcance de este documento.