
Comparación de poblaciones independientes con STATGRAPHICS -Intervalos de Confianza y Contrastes de Hipótesis-

Ficheros de datos: longitudclavos.sf3 y reciennacidos.sf3

1. Introducción

En las siguientes líneas se muestra al alumno cómo trabajar con el paquete estadístico STATGRAPHICS la solución a problemas de inferencia sobre dos poblaciones independientes.

Los análisis que se van a llevar a cabo en las siguientes secciones se realizan desde la ventana principal de la aplicación desplegando en la barra de menú la opción COMPARE | TWO SAMPLES | TWO-SAMPLE COMPARISONS...



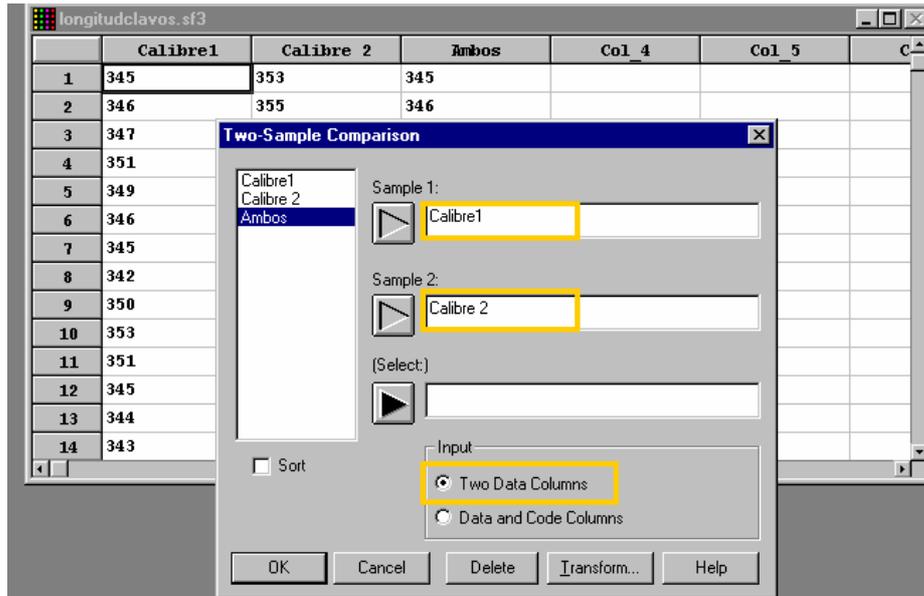
2. Comparación de dos medias usando muestras independientes

2.1 Ejemplo 1

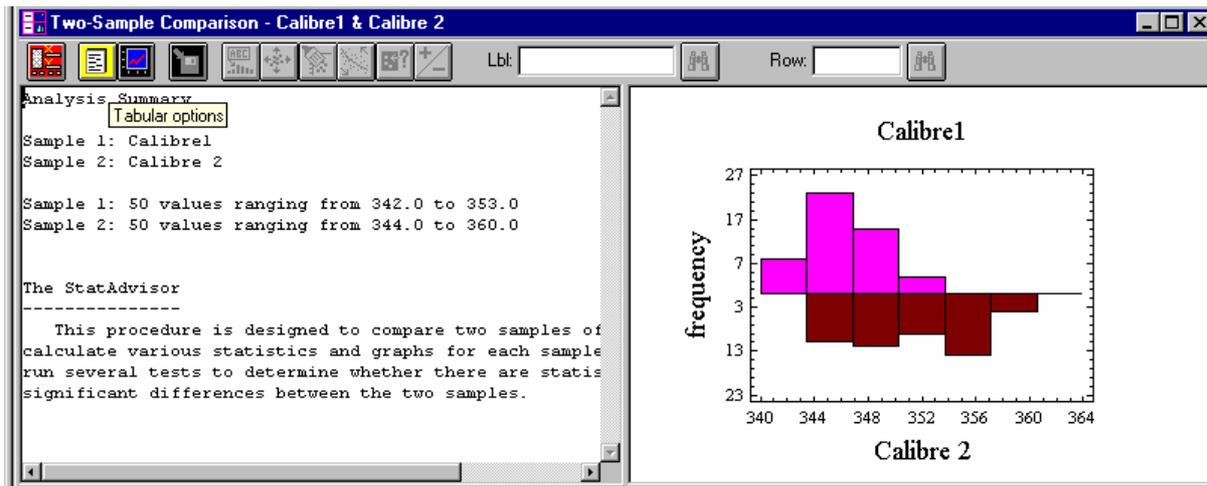
Se quiere comparar la precisión de dos calibres diferentes. Para ello se comparan las mediciones realizadas en 100 clavos procedentes del mismo lote de fabricación (fichero Longitudclavos.sf3). Se miden 50 clavos con un calibre (variable Calibre 1) y los otros 50 con otro calibre distinto (variable Calibre 2). Los clavos se han asignado a cada subgrupo al azar, por lo que hemos de suponer que las medidas de cada calibre son una muestra de una misma población, y por tanto las diferencias que se encuentren serán debidas al calibre. Se desea saber si ambos calibres miden por término medio lo mismo. Aunque los clavos sean todos del mismo tipo serán todos distintos, siendo sus diferencias pequeñas y debidas a pequeñas desviaciones aleatorias del proceso de producción.

Solución con Statgraphics. El ejemplo propone un contraste de tipo bilateral o a dos colas. También podemos hacer la comparación mediante un intervalo de confianza de la diferencia de medias. La equivalencia entre intervalos de confianza y contrastes de hipótesis bilaterales es inmediata manteniendo el mismo nivel de significación en el análisis y por supuesto, el mismo parámetro poblacional a analizar.

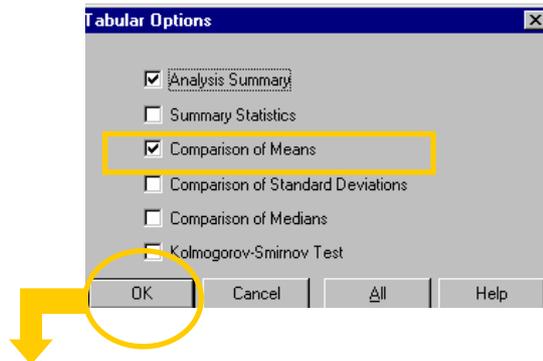
Seleccionamos COMPARE | TWO SAMPLES | TWO-SAMPLES COMPARISONS. En la ventana que aparece seleccionamos las variables que tienen los datos del análisis.

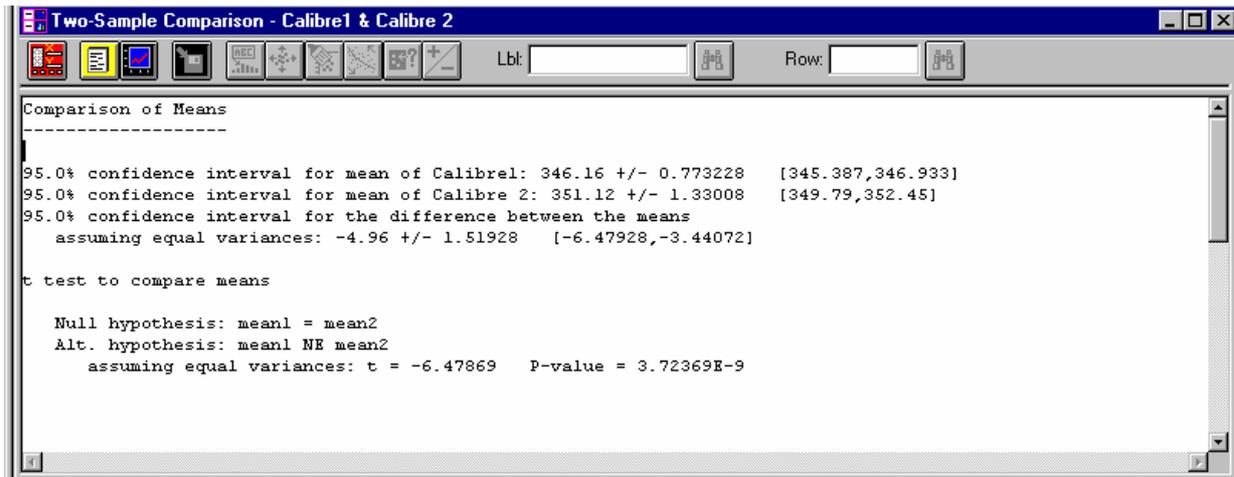


Dada la disposición del fichero, en el que las muestras aparecen como series en columnas, es suficiente con manejar el diálogo del modo mostrado arriba para obtener ya una primera ventana de resultados estándar que deberemos ajustar a la naturaleza de nuestro análisis desde el icono TABULAR OPTIONS.



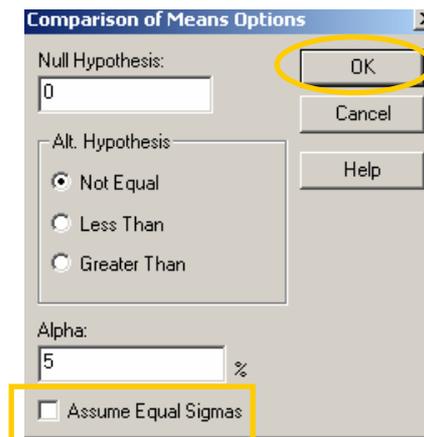
Seleccionamos la opción COMPARISON OF MEANS. Aparece entonces una pantalla de resultados con los datos más significativos del procedimiento de inferencia sobre las medias de ambas poblaciones.



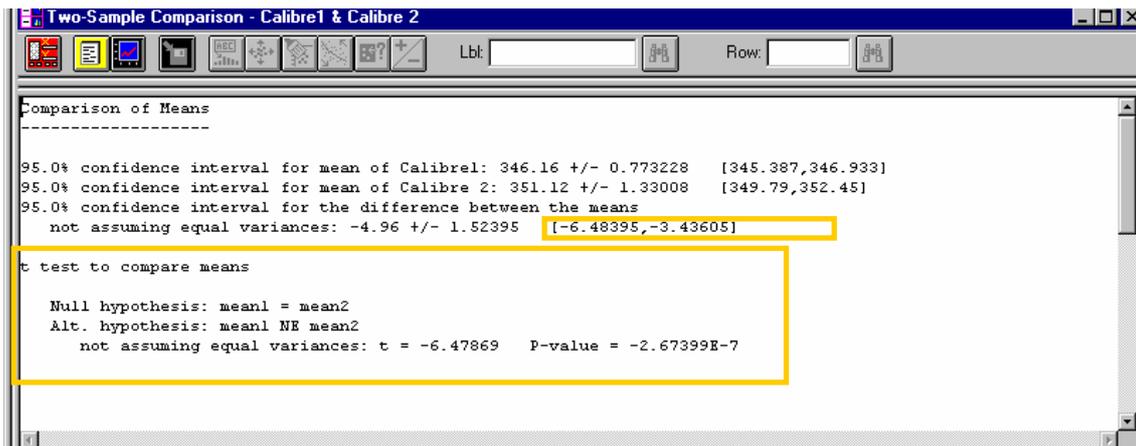


Esta última figura corresponde a uno de los paneles de la ventana obtenida de resultados sobre el que se ha hecho click doblemente para maximizarla, ocultando el histograma bivariente y el resumen del análisis que permanecían en la ventana de resultados. Los histogramas puede servirnos para comprobar intuitivamente si el dibujo de la muestra parece ajustarse de forma razonable a una distribución normal para, en un paso posterior, confirmar la visión con alguna medida estadística de mayor precisión, por ejemplo el contraste chi-cuadrado de bondad del ajuste ya conocido temas atrás. No parece ser necesario en nuestro ejemplo hacer un análisis de normalidad de las poblaciones pues el tamaño de unas muestras suficientemente mayores a 30 observaciones nos van permitir derivar a partir del TCL condiciones de normalidad en los estadísticos de contraste. Incluso la utilización de la distribución t de Student seguirá aproximadamente una normal estándar dado el elevado número de grados de libertad resultante.

Ahora deberíamos centrarnos en la segunda mitad inferior del panel. Por defecto, la aplicación toma un nivel de significación de 0.05 y realiza un contraste de tipo bilateral, asumiendo además varianzas iguales de ambas poblaciones. El enunciado del problema no nos dice que ambas varianzas sean iguales. Los datos tampoco nos hacen suponer que las muestras vengan de poblaciones de varianzas iguales (en la última parte de este documento se tratará la comparación de varianzas). No parece oportuno entonces imponer esa igualdad de varianzas en el análisis. Presionando el botón derecho del ratón con el cursor sobre el panel activo y haciendo click sobre la opción PANE OPTIONS se nos abre un nuevo cuadro diálogo en el que eliminamos la verificación ASSUME EQUAL SIGMAS :



Obtenemos entonces el siguiente resultado:



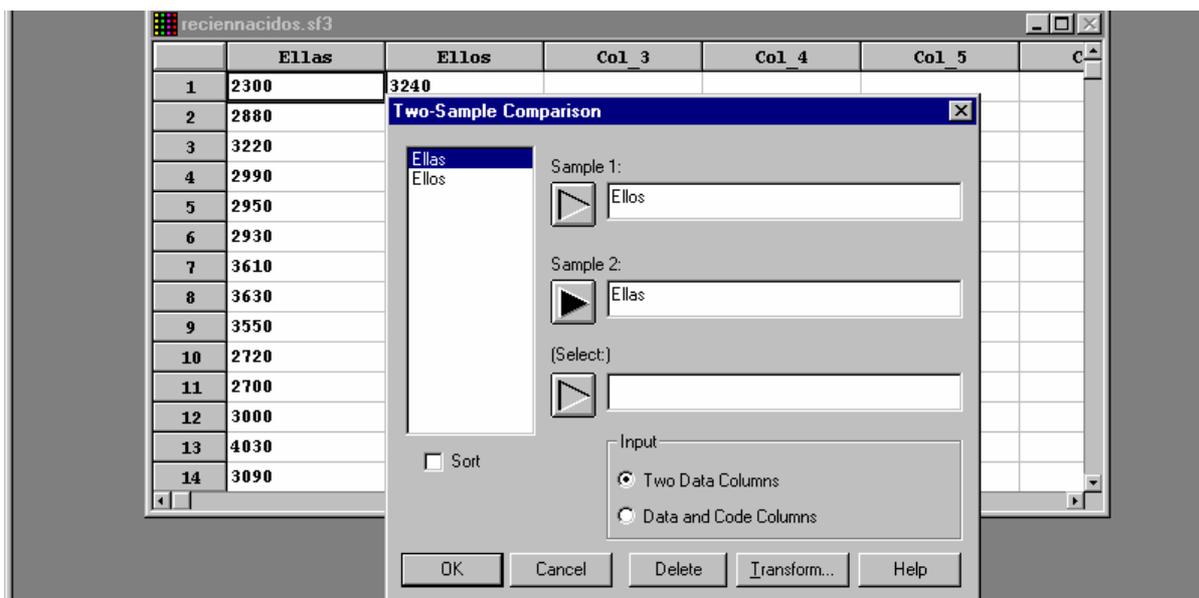
La lectura del test pasaría, según la información que se muestra, por rechazar la hipótesis nula siempre que el p-valor sea inferior al coeficiente de significación. En el resultado anterior, el p-valor es prácticamente 0 con lo que al ser claramente inferior a 0.05, que es el nivel de significación habitual, permitiría rechazar la hipótesis nula de que los valores medios de ambos calibres sean iguales. En definitiva, la muestra no permite apoyar la idea de que ambos calibres midan por término medio lo mismo. La pantalla también nos informa del valor del estadístico empleado en el contraste, en este caso $t = -6.47869$, y que al compararlo con la distribución t Student de los grados de libertad correspondientes se ha obtenido el p-valor que se indica en la pantalla.

Se ha marcado también en el panel un pequeño cuadro algo más arriba y que se corresponde con el intervalo de confianza para la diferencia de medias. Es evidente que el citado intervalo no incluye el valor 0; es más, al estar el intervalo 'dibujado' sobre valores negativos podría concluirse, con el nivel de confianza utilizado, que el aparato de medir 'Calibre 2' efectúa en promedio mediciones por encima de las que efectúa el 'Calibre 1'.

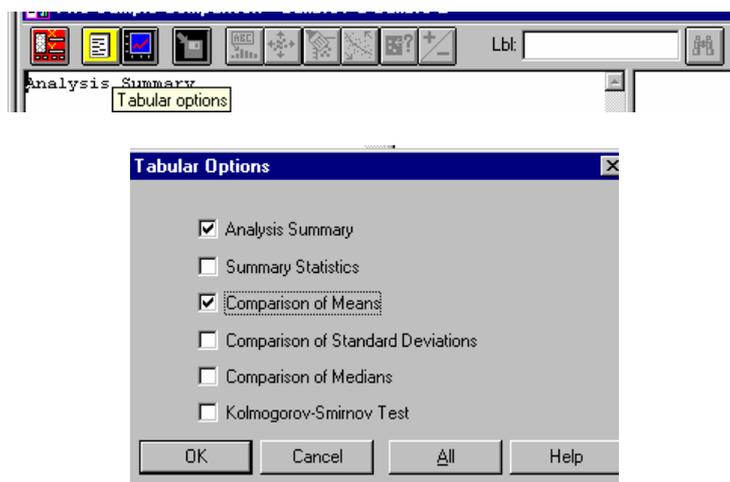
2.2 Ejemplo 2

Sabemos que en las personas adultas los varones son más corpulentos que las mujeres. Queremos saber si esa diferencia se observa ya al nacer. Más concretamente, queremos saber si el peso medio de los niños al nacer es mayor que el de las niñas. Para poder responder a esta pregunta usaremos unos datos. El fichero reciennacidos.sf3 contiene los pesos (en gramos) de las niñas (muestra 1) y niños (muestra 2) nacidos en el hospital San Pedro de Alcántara de Cáceres en la semana santa del año 2002. Con estos datos queremos saber si el peso medio de los niños es mayor que el de las niñas.

Solución con Statgraphics. La situación vuelve a ser muy similar al ejercicio anterior en cuanto a su resolución en STATGRAPHICS. Una vez cargada la hoja de datos importando el fichero reciennacidos.sf3, volvemos a utilizar el menú COMPARE | TWO SAMPLES | TWO-SAMPLES COMPARISONS... para acceder al diálogo de selección de variables,



que nos abrirá una nueva ventana de resultados que debidamente modificada a través de TABULAR OPTIONS, seleccionando COMPARISONS OF MEANS,



nos acercará a la solución definitiva. Antes debemos observar como aún no hemos definido el tipo de contraste que deseamos. Conocemos que de inicio la aplicación resuelve un test de dos colas pero nuestro enunciado modificado requería uno de una única cola. Si llamamos μ_1 al peso medio de los niños, y μ_2 al peso medio de las niñas, el problema que nos planteamos es si $\mu_1 > \mu_2$ o por el contrario $\mu_1 \leq \mu_2$. Como la hipótesis nula debe contener el signo =, el contraste que nos interesa es

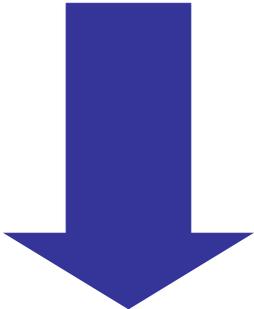
$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

que es un contraste unilateral a la derecha. Además, de la información disponible, no supondremos que las varianzas son iguales. Pulsando el botón derecho del ratón y seleccionado Pane Options elegimos las opciones que se ajustan a nuestro problema.

Si suponemos que el valor de la diferencia de medias en la hipótesis nula adopta un valor distinto de cero, modificaríamos esta caja con el valor adecuado. Por ejemplo, si nuestra hipótesis nula hubiera versado sobre que el peso de los niños es en promedio mayor o igual en 100 gramos al peso de las niñas tal que,
 $H_0 : \delta_0 = \mu_1 - \mu_2 \geq 100$
 $H_1 : \delta_0 = \mu_1 - \mu_2 < 100$
 hubiéramos escrito el valor 100.

Si la hipótesis alternativa hubiera sido del tipo $<$, contraste unilateral a la izquierda, hubiéramos marcado esta casilla de verificación.



Two-Sample Comparison - Ellos & Ellas

Comparison of Means

95,0% confidence bound for mean of Ellos: 3162,07 - 94,637 [3067,43]
 95,0% confidence bound for mean of Ellas: 3163,9 - 95,8517 [3068,05]
 95,0% confidence bound for the difference between the means
 not assuming equal variances: -1,82934 - 133,605 [-135,459]

t test to compare means

Null hypothesis: mean1 = mean2
 Alt. hypothesis: mean1 > mean2
 not assuming equal variances: t = -0,0227046 P-value = 0,509037

El contraste usa las cuasivarianzas muestrales de cada población como estimadores insesgados de las correspondientes varianzas poblacionales, y la distribución del estadístico de contraste t seguirá una t -student con los grados de libertad correspondientes a la parte entera de v (ver apuntes del profesor) más una unidad. Como los tamaños muestrales son grandes, se obtiene un valor crítico prácticamente similar a si usásemos como distribución de referencia la normal estándar, para una cola de 0.05, igual a 1.65. Como la región crítica se sitúa a la derecha y $t = -0.0227046$ no puede rechazarse la hipótesis nula. Por tanto, los datos no apoyan la hipótesis alternativa de que los niños pesen más que las niñas al nacer.

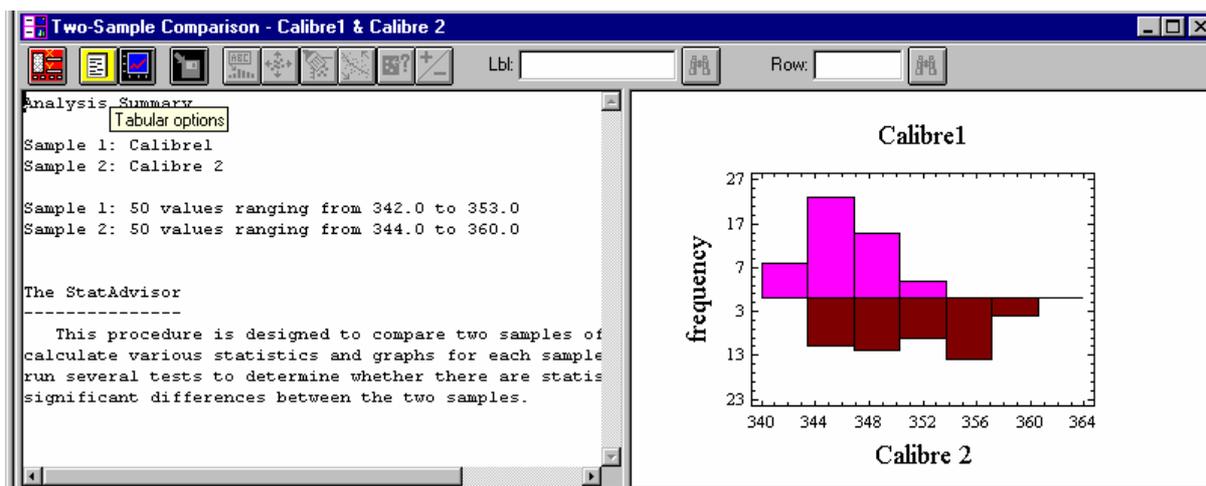
La interpretación usando el p -valor es, naturalmente, idéntica. Como la regla práctica p -valor > 0.05 se cumple, no puede rechazarse H_0 . En el presente ejemplo, al no ser un contraste bilateral, sería un error acudir al intervalo de confianza en busca de conclusiones.

3. Comparación de dos varianzas en poblaciones normales

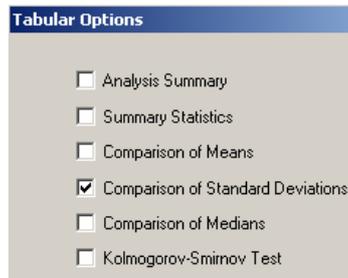
Ejemplo 1 (continuación). Siguiendo con el enunciado del Ejemplo 1 (fichero Longitudclavos.sf3), se desea realizar un contraste de igualdad de varianzas poblacionales entre las medidas de cada calibre y un intervalo de confianza del ratio de varianzas.

Solución con Statgraphics. Durante el desarrollo de la solución del ejemplo 1 se hicieron varias suposiciones que no se comprobaron estadísticamente. Una de ellas hacía referencia a la procedencia de una distribución normal o no de las muestras disponibles. Esta suposición la continuamos manteniendo durante este ejemplo, pues la técnica de comparación de varianzas que vamos a utilizar está basada en la normalidad de ambas poblaciones. Si hacemos el test de la chi-cuadrado para ambas muestras podremos ver que podemos asumir normalidad en las poblaciones que generaron las muestras (ver en la web de la asignatura, el guión de Statgraphics el test chi-cuadrado de bondad del ajuste). En el Ejemplo 1 se planteó también la suposición de igualdad de varianzas de ambos calibres. En esta sección contrastaremos si esta suposición es o no cierta (con cierto nivel de significación).

Desde COMPARE | TWO SAMPLES | TWO-SAMPLES COMPARISONS... seleccionamos como muestra 1 la variable CALIBRE1 y como muestra 2 la variable CALIBRE2 para llegar a,



y sobre la que utilizando el icono TABULAR OPTIONS seleccionamos la casilla COMPARISONS OF STANDARD DEVIATIONS,



Llegamos entonces a la siguiente ventana de resultados.

```

Comparison of Standard Deviations
-----

                Calibre1                Calibre 2
-----
Standard deviation  2,72074                4,68014
Variance           7,40245                21,9037
Df                 49                    49

Ratio of Variances = 0,337955

95,0% Confidence Intervals
Standard deviation of Calibre1: [2,27273;3,39041]
Standard deviation of Calibre 2: [3,90948;5,83207]
Ratio of Variances: [0,191781;0,59554]

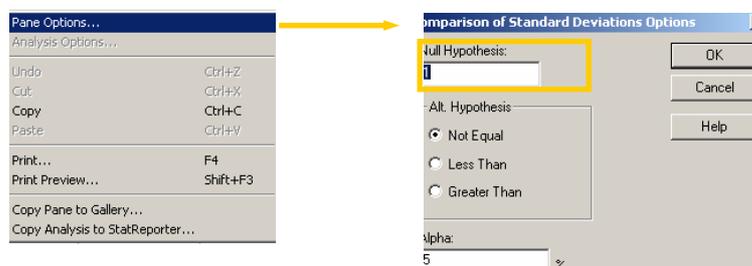
F-test to Compare Standard Deviations

Null hypothesis: sigma1 = sigma2
Alt. hypothesis: sigma1 NE sigma2
F = 0,337955   P-value = 0,000223262
  
```

La figura anterior muestra la ventana de resultados del test una vez se ha hecho doble click desde su panel activo en la ventana general de resultados. La pantalla nos proporciona un intervalo de confianza del 95% para cada desviación típica así como un intervalo de confianza para el ratio de varianzas. Puede verse que el ratio es mucho menor que 1 en todo su rango de valores del intervalo, lo que ilustra que el calibre 2 tiene varianzas (poblacional) mucho mayor que el Calibre 1. Vemos que el 1 no está en el intervalo por lo que debemos rechazar la hipótesis nula de igualdad de varianzas poblacionales con un nivel de significación del 5%.

La pantalla nos muestra también el resultado del contraste usando el estadístico F. Con un estadístico F extremadamente bajo, lejano a la unidad, se avisa de la dificultad de que los datos muestrales apoyen la hipótesis nula de igualdad de varianzas. Este resultado se ve también en el p-valor, que es inferior al nivel de significación, lo que nos permite finalmente concluir el rechazo de H_0 .

Con el panel anterior activo y pulsando el botón derecho para seleccionar PANE OPTIONS,



se nos abre un cuadro de diálogo que ya nos es familiar. Por defecto la hipótesis nula es igual a 1 (recuerda que por razones matemáticas contrastamos el ratio de varianzas, no su diferencia). En esta ventana podemos también cambiar la definición de la hipótesis que queremos contrastar y el nivel de significación y confianza.