Tema 3: Programación Entera

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 82 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

Otros

Ejercicio

JN2 - 1/2

Una empresa fabrica tres productos 1, 2 y 3, que deben procesarse en dos tipos de maquinaria denominadas A y B. En la siguiente tabla se recogen los tiempos de procesamiento (por tonelada procesada) con cada máquina, los beneficios (por tonelada procesada) en euros, y la disponibilidad de cada tipo de maquinaria (en horas por semana):

Tipo de maquinaria	Productos 1	2	3	Disponibilidad (horas)
A	2	5	4	70
B	3	4	6	86
Benef./ton. (euros)	800	700	950	

La empresa considera aumentar la disponibilidad de tiempo de procesamiento de la maquinaria. Para ello, puede llevar a cabo alguna de las posibilidades indicadas a continuación

Tipo de maquinaria	A		B	
Incremento de disp. (horas)	10	15	8	12
Coste inversión (miles de euros)	1600	1700	1700	1750

A lo sumo, se puede realizar un tipo de incremento para cada máquina. Gracias a un estudio de mercado se conocen los límites de demanda de los productos, que son

Producto	Demanda (ton.) mínima	máxima
1	6	17
2	3	8
3	7	20

Además, la inversión total no puede exceder de 3400000 euros.

Ejercicio

Se pide:

(a) Formular el problema que se debe plantear la dirección de la empresa para obtener el plan de procesamiento e inversión de mayor beneficio.

(b) Si la empresa desease aumentar la disponibilidad de un sólo tipo de maquinaria, cómo se modifica el modelo anterior reflejando tal situación?

(c) Si no se quiere añadir disponibilidad de B a menos que se añada de A, cómo se representa esta nueva condición?

(d) La empresa desea ampliar la disponibilidad con la maquinaria B si, y sólo si, se incrementa también la A. Cómo debe modificarse la condición considerada en el apartado anterior?

Solución - a)

$$
\begin{aligned}
\text{Mín} \quad & 800x_1 + 700x_2 + 950x_3 - 1600\delta_{A1} - 1700\delta_{A2} - 1700\delta_{B1} - 1750\delta_{B2} \\
& 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 70 + 10\delta_{A1} + 15\delta_{A2} \\
& 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 86 + 8\delta_{B1} + 12\delta_{B2} \\
& \delta_{A1} + \delta_{A2} \leq 1 \\
& \delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1 \\
& 6 \leq x_1 \leq 17, \quad 3 \leq x_2 \leq 8, \quad 7 \leq x_3 \leq 20 \\
& 1600\delta_{A1} + 1700\delta_{A2} + 1700\delta_{B1} + 1750\delta_{B2} \leq 3400 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \\
& \delta_{A1}, \delta_{A2}, \delta_{B1} \in \{0, 1\}
\end{aligned}
$$

SOLUCIÓN - B)

Mín $800x_1 + 700x_2 + 950x_3 - 1600\delta_{A1} - 1700\delta_{A2} - 1700\delta_{B1} - 1750\delta_{B2}$

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 70 + 10\delta_{A1} + 15\delta_{A2}$$

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 86 + 8\delta_{B1} + 12\delta_{B2}$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} \leq 1$$

$$\delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$6 \leq x_1 \leq 17, \quad 3 \leq x_2 \leq 8, \quad 7 \leq x_3 \leq 20$$

$$1600\delta_{A1} + 1700\delta_{A2} + 1700\delta_{B1} + 1750\delta_{B2} \leq 3400$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} + \delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\delta_{A1}, \delta_{A2}, \delta_{B1} \in \{0, 1\}$$

Solución - c)

Mín $800x_1 + 700x_2 + 950x_3 - 1600\delta_{A1} - 1700\delta_{A2} - 1700\delta_{B1} - 1750\delta_{B2}$

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 70 + 10\delta_{A1} + 15\delta_{A2}$$

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 86 + 8\delta_{B1} + 12\delta_{B2}$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} \leq 1$$

$$\delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$6 \leq x_1 \leq 17, \quad 3 \leq x_2 \leq 8, \quad 7 \leq x_3 \leq 20$$

$$1600\delta_{A1} + 1700\delta_{A2} + 1700\delta_{B1} + 1750\delta_{B2} \leq 3400$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} + \delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$\delta_{B1} + \delta_{B2} \leq \delta_{A1} + \delta_{A2}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\delta_{A1}, \delta_{A2}, \delta_{B1} \in \{0, 1\}$$

SOLUCIÓN - D)

Mín $800x_1 + 700x_2 + 950x_3 - 1600\delta_{A1} - 1700\delta_{A2} - 1700\delta_{B1} - 1750\delta_{B2}$

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \leq 70 + 10\delta_{A1} + 15\delta_{A2}$$

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 86 + 8\delta_{B1} + 12\delta_{B2}$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} \leq 1$$

$$\delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$6 \leq x_1 \leq 17, \quad 3 \leq x_2 \leq 8, \quad 7 \leq x_3 \leq 20$$

$$1600\delta_{A1} + 1700\delta_{A2} + 1700\delta_{B1} + 1750\delta_{B2} \leq 3400$$

$$\delta_{A1} + \delta_{A2} + \delta_{B1} + \delta_{B2} \leq 1$$

$$\delta_{B1} + \delta_{B2} = \delta_{A1} + \delta_{A2}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\delta_{A1}, \delta_{A2}, \delta_{B1} \in \{0, 1\}$$

Ejercicio

Resuelve, aplicando el método de “branch and bound”, el siguiente problema entero:

$$\begin{array}{ll} \max & 8x_1 + 11x_2 + 6x_3 + 4x_4 \\ \text{s.a} & 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 14 \\ & x \geq 0, \text{binarias.} \end{array}$$

Solucion

$$(0, 1, 1, 1)$$