

Tema 5: Teoría de Colas

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 82 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

10 de Diciembre 2008

Ejercicio

JN1

Demuestra que en una cola $M/M/1$ se tiene:

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Ejercicio

JN1

Demuestra que en una cola $M/M/1$ se tiene:

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Solución.

$$\begin{aligned}
 L &= \sum_{n=0}^{\infty} np_n = \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n(1 - \rho) = \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^{n+1} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)\rho^n = \cancel{\sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n} - \cancel{\sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n = \rho \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n = \frac{\rho}{1 - \rho}.
 \end{aligned}$$

Ejercicio

JN3

En un servidor de la universidad se mandan programas de ordenador para ser ejecutados. Los programas llegan al servidor con una tasa de 10 por minuto. El tiempo medio de ejecución de cada programa es de 5 segundos y tanto los tiempos entre llegadas como los tiempos de ejecución se distribuyen exponencialmente.

- 1 ¿Qué proporción de tiempo está el servidor desocupado?
- 2 ¿Cuál es el tiempo esperado total de salida de un programa?
- 3 ¿Cuál es el número medio de programas esperando en la cola del sistema?

Solución.

El sistema es $M/M/1$ con $\lambda = 10$ trabajos por minuto y $\mu = 12$ trabajos por minuto. Se asumirá que el sistema es abierto y que la capacidad es infinita. Como $\rho = 10/12 < 1$, el sistema alcanzará el estado estacionario y se pueden usar las fórmulas obtenidas en clase.

- 1 El servidor estará desocupado $1 - 5/6 = 1/6$ del total, esto es, 10 segundos cada minuto (ya que el ordenador está ocupado $5 \times 10 = 50$ segundos por minuto).
- 2 Tiempo medio total es $W = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{12(1-5/6)} = 1/2$ minuto por programa.
- 3 El número medio de programas esperando en la cola es $L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = 4.16$ trabajos.