

Tema 3: Programación Entera

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 82 - INGENIERÍA INFORMÁTICA

05 de Noviembre 2008

Ejercicio

JN3

Dado el problema entero

$$\begin{array}{ll}\min_x & x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 4 \\ & 2x_1 - x_2 - x_3 \geq 3 \\ & x \geq 0 \text{ enteras.}\end{array}$$

- 1 Comprueba que la solución del problema relajado es:
 $(7/3 \ 5/3 \ 0)^T$.
- 2 Indica el siguiente subproblema que elegirías para resolver por el método de “branch and bound.”
- 3 Calcula la solución de dicho subproblema y comenta qué subproblemas introducirías para continuar el proceso de solución.

SOLUCIÓN - A)

El problema relajado en forma estándar es

$$\begin{aligned}
 \min_{x,s} \quad & x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & x_1 + x_2 - 2x_3 + s_1 = 4 \\
 & 2x_1 - x_2 - x_3 - s_2 = 3 \\
 & x, s \geq 0,
 \end{aligned}$$

y en el vértice indicado tenemos que

$$B^T \lambda = c_B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \lambda = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_N = c_N - N^T \lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \geq 0.$$

Por tanto, el vértice indicado es solución.

SOLUCIÓN - B)

Con los valores que toman las variables básicas, los nuevos subproblemas se pueden introducir bien sobre x_1 ($x_1 \leq 2$ y $x_1 \geq 3$) o bien sobre x_2 ($x_2 \leq 1$ y $x_2 \geq 2$). Cualquiera de ellos se puede seleccionar para continuar el proceso.

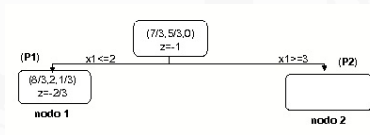
Con la información proporcionada por la solución óptima del problema relajado, tenemos las siguientes cotas para el problema entero:

$$-1 \leq z_{opt} \leq \infty$$

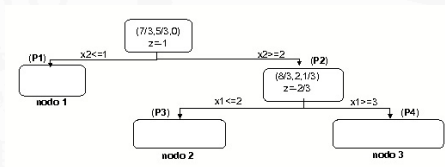
Siguiendo las reglas dadas en la práctica, como hay empate (las 2 están igual de cerca del entero más próximo), usamos el orden lexicográfico y ramificamos por x_1 .

SOLUCIÓN - C)

Si optamos ramificar el subproblema $P_1 [x_1 + s_3 = 2]$, tendríamos:



Si optamos ramificar el subproblema $P_2 [x_1 - s_4 = 3]$, por tendríamos:



Ejercicio

JN4

Resuelve, aplicando el método de “branch and bound”, el siguiente problema entero:

$$\begin{array}{ll}\max & 4x_1 + 5x_2 + x_3 \\ \text{s.a} & 3x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 11 \\ & 3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 13 \\ & x \geq 0, \text{ enteras.}\end{array}$$

SOLUCIÓN

