

# Tema 7: Procesos Estocásticos

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

13 de Mayo 2008



## Ejercicio

Un transmisor envía pulsos rectangulares de altura y posición aleatorias. Cada pulso transmitido corresponde a una realización del proceso estocástico

$$X(t) = V h(t - T), \quad t > 0,$$

donde el altura  $V$  del pulso es una variable aleatoria uniforme en  $[0, v_0]$ , y  $T$  es una variable aleatoria exponencial de parámetro  $\lambda$ , independiente de  $V$ , y la función determinista  $h(t)$  es igual a

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1; \\ 0, & \text{en el resto.} \end{cases}$$

Calcular la función valor medio del proceso estocástico  $X(t)$ .



## Ejercicio

Un transmisor envía pulsos rectangulares de altura y posición aleatorias. Cada pulso transmitido corresponde a una realización del proceso estocástico

$$X(t) = V h(t - T), \quad t > 0,$$

donde el altura  $V$  del pulso es una variable aleatoria uniforme en  $[0, v_0]$ , y  $T$  es una variable aleatoria exponencial de parámetro  $\lambda$ , independiente de  $V$ , y la función determinista  $h(t)$  es igual a

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1; \\ 0, & \text{en el resto.} \end{cases}$$

Calcular la función valor medio del proceso estocástico  $X(t)$ .

### SOLUCIÓN:

$$\mu_X(t) = \mathbb{E}[V h(t - T)] = \mathbb{E}[V] \mathbb{E}[h(t - T)] = \frac{v_0}{2} e^{-\lambda t} (e^\lambda - 1)$$



## Ejemplo

Si  $X(t)$  representa un proceso estocástico de media

$$\mu_x(t) = 3$$

y función de correlación

$$R_X(t_1, t_2) = 9 + 4e^{-0.2|t_1 - t_2|}.$$

Calcular la esperanza, la varianza y la covarianza de las variables aleatorias  $Z = X(5)$  y  $T = X(8)$ .

## Ejemplo

Si  $X(t)$  representa un proceso estocástico de media

$$\mu_x(t) = 3$$

y función de correlación

$$R_X(t_1, t_2) = 9 + 4e^{-0.2|t_1 - t_2|}.$$

Calcular la esperanza, la varianza y la covarianza de las variables aleatorias  $Z = X(5)$  y  $T = X(8)$ .

### SOLUCIÓN:

$$\mathbb{E}[Z] = \mathbb{E}[T] = 3;$$

$$\text{Var}[Z] = \text{Var}[T] = 4;$$

$$\text{Cov}[Z, T] = 4e^{-0.6}.$$



## Ejercicio

Calcular la función valor medio del proceso

$$X(t) = A \cos(2\pi f t + \Phi),$$

donde  $A$  y  $\Phi$  son variables aleatorias independientes, siendo  $\Phi$  una variable aleatoria uniforme en  $[-\pi, \pi]$ , y  $A$  exponencial de parámetro  $\lambda$ .



## Ejercicio

Calcular la función valor medio del proceso

$$X(t) = A \cos(2\pi f t + \Phi),$$

donde  $A$  y  $\Phi$  son variables aleatorias independientes, siendo  $\Phi$  una variable aleatoria uniforme en  $[-\pi, \pi]$ , y  $A$  exponencial de parámetro  $\lambda$ .

**SOLUCIÓN:**

$$\mu_X(t) = \mathbb{E}[A \cos(2\pi f t + \Phi)] = \mathbb{E}[A] \mathbb{E}[\cos(2\pi f t + \Phi)] = \frac{1}{\lambda} \cdot 0 = 0$$