Tema 6: Vectores aleatorios

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

29 de Abril 2008

Ejercicio

M10

Dado el vector aleatorio bidimensional (X, Y), cuya función de densidad es

$$f(x, y) = 24y(1 - x - y).$$

en el triángulo limitado por los ejes y la recta $x + y = 1$, y cero en otro caso. Hallar el valor de $\mathbb{E}[Y|X]$.

Ejercicio

M10

Dado el vector aleatorio bidimensional (X, Y), cuya función de densidad es

$$f(x, y) = 24y(1 - x - y).$$

en el triángulo limitado por los ejes y la recta $x + y = 1$, y cero en otro caso.
Hallar el valor de $\mathbb{E}[Y|X]$.

SOLUCIÓN:

$$f_X(x) = \int_0^{1-x} 24y(1 - x - y)\,dy = 4(1 - x)^3 \quad 0 < x < 1$$

$$f(y|x) = \frac{f(x, y)}{f_X(x)} = \frac{24y(1 - x - y)}{4(1 - x)^3} = 6y\frac{1 - x - y}{(1 - x)^3} \quad 0 < y < 1 - x$$

$$\mathbb{E}[Y|X] = \int_0^{1-x} y\left(6y\frac{1 - x - y}{(1 - x)^3}\right) dy = \frac{6}{(1 - x)^3}\int_0^{1-x} y^2(1 - x - y)\,dy = \frac{1 - x}{2}$$

Ejercicio

Dado el vector aleatorio bidimensional $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$, cuya función de densidad es

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = \begin{cases} 4\,x_1\,x_2, & 0 \leq x_1, x_2 \leq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

calcular la función de densidad de la variable aleatoria $Y_2 = X_1 + X_2$.

Ejercicio

Dado el vector aleatorio bidimensional $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$, cuya función de densidad es

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = \begin{cases} 4\, x_1\, x_2, & 0 \leq x_1, x_2 \leq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

calcular la función de densidad de la variable aleatoria $Y_2 = X_1 + X_2$.

SOLUCIÓN:

$$Y_2 = X_2; \quad \mathbf{Y} = (Y_1, Y_2);$$

$$f_{\mathbf{Y}}(y_1, y_2) = \begin{cases} 4(y_1 - y_2)y_2, & 0 \leq y_1 \leq y_2 \leq 1; \\ 4(y_1 - y_2)y_2, & 1 \leq y_1 \leq 2, \quad y_1 - 1 \leq y_2 \leq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

$$f_{Y_1}(y_1) = \begin{cases} \frac{3}{2}y_1^3, & 0 \leq y_1 \leq 1; \\ -\frac{3}{2}y_1^3 + 4y_1 - \frac{8}{3}, & 1 \leq y_1 \leq 2; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$