

Tema 6: Vectores aleatorios

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

22 de Abril 2008

Ejercicio

M2

Calcular la función de densidad conjunta y las marginales correspondientes a la siguiente función de distribución conjunta,

$$F(x, y) = (1 - e^{-\alpha x})(1 - e^{-\beta y}),$$

con $x \geq 0, y \geq 0, \alpha > 0$ y $\beta > 0$.

Ejercicio

M2

Calcular la función de densidad conjunta y las marginales correspondientes a la siguiente función de distribución conjunta,

$$F(x, y) = (1 - e^{-\alpha x})(1 - e^{-\beta y}),$$

con $x \geq 0$, $y \geq 0$, $\alpha > 0$ y $\beta > 0$.

SOLUCIÓN:

$$f(x, y) = \alpha \beta e^{-\alpha x - \beta y}$$

$$f_X(x) = \alpha e^{-\alpha x}$$

$$f_Y(y) = \beta e^{-\beta y}$$

Ejercicio

M3

Dada la siguiente función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{7}(x+y)^2, & 0 < x, y < 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

- a) Calcular, integrando en la región apropiada:
 $\Pr(X > Y)$, $\Pr(X + Y \leq 1)$ y $\Pr(X \leq 1/2)$.
- b) Calcular las dos distribuciones marginales.

Ejercicio

M3

Dada la siguiente función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{6}{7}(x+y)^2, & 0 < x, y < 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

- a) Calcular, integrando en la región apropiada:
 $\Pr(X > Y)$, $\Pr(X + Y \leq 1)$ y $\Pr(X \leq 1/2)$.
- b) Calcular las dos distribuciones marginales.

SOLUCIÓN:

- a) $\Pr(X > Y) = 1/2$, $\Pr(X + Y \leq 1) = 3/14$ y $\Pr(X \leq 1/2) = 2/7$.

b)
$$\begin{cases} f_X(x) &= \frac{2}{7}(3x^2 + 3x + 1) & 0 \leq x \leq 1; \\ f_Y(y) &= \frac{2}{7}(3y^2 + 3y + 1) & 0 \leq y \leq 1. \end{cases}$$