

Tema 5: Estimación de parámetros

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

18 de Abril 2008

Ejercicio

En una población hay individuos de *tres* tipos con las siguientes probabilidades:

$$\Pr(\text{Tipo1}) = \theta^2$$

$$\Pr(\text{Tipo2}) = 2\theta(1 - \theta) \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

$$\Pr(\text{Tipo3}) = (1 - \theta)^2$$

Obtenemos una muestra aleatoria de tamaño n , resultando N_1 individuos de Tipo 1, N_2 individuos del Tipo 2 y los restantes de Tipo 3.

- Estudiar si el estimador $\hat{T} = \frac{2N_1 + N_2}{2n}$ es insesgado para estimar θ .
- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ .

Ejercicio

En una población hay individuos de *tres* tipos con las siguientes probabilidades:

$$\Pr(\text{Tipo1}) = \theta^2$$

$$\Pr(\text{Tipo2}) = 2\theta(1 - \theta) \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

$$\Pr(\text{Tipo3}) = (1 - \theta)^2$$

Obtenemos una muestra aleatoria de tamaño n , resultando N_1 individuos de Tipo 1, N_2 individuos del Tipo 2 y los restantes de Tipo 3.

- a) Estudiar si el estimador $\hat{T} = \frac{2N_1 + N_2}{2n}$ es insesgado para estimar θ .
- b) Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ .

SOLUCIÓN:

- a) Sesgo($\hat{T}$) = 0.
- b) $\hat{\theta} = \hat{T}$.

Ejercicio

Sea X una v.a. que sigue una distribución *Lognormal*, con función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - \mu)^2 \right\}$$

- a) Calcular el estimador de máxima verosimilitud para μ .
- b) Se sabe que el número de descendientes de las hembras de cierta especie de insectos sigue aproximadamente una distribución Lognormal. Si 20 hembras elegidas al azar tuvieron como descendencia

47	34	28	44	23	32	39	27	36	33
28	32	29	35	30	37	41	26	52	31

Determinar una estimación de μ .

Ejercicio

Sea X una v.a. que sigue una distribución *Lognormal*, con función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - \mu)^2 \right\}$$

- Calcular el estimador de máxima verosimilitud para μ .
- Se sabe que el número de descendientes de las hembras de cierta especie de insectos sigue aproximadamente una distribución Lognormal. Si 20 hembras elegidas al azar tuvieron como descendencia

47	34	28	44	23	32	39	27	36	33
28	32	29	35	30	37	41	26	52	31

Determinar una estimación de μ .

SOLUCIÓN:

- $\hat{\mu} = \sum \log(x_i)/n$, $\text{Var}[\hat{\mu}] = \sigma^2/n$.
- $\hat{\mu} = 3.51$

Ejercicio

Sea $X \sim \Gamma(2, \theta)$, donde la función de densidad de una v.a. con distribución Gamma $\Gamma(\alpha, \theta)$ y parámetros α y θ es

$$f(x) = \frac{\theta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}, \quad x > 0.$$

Calcular el estimador máximo verosímil para θ y comprobar que es insesgado.

Ejercicio

Sea $X \sim \Gamma(2, \theta)$, donde la función de densidad de una v.a. con distribución Gamma $\Gamma(\alpha, \theta)$ y parámetros α y θ es

$$f(x) = \frac{\theta^{-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta}, \quad x > 0.$$

Calcular el estimador máximo verosímil para θ y comprobar que es insesgado.

SOLUCIÓN:

$$\hat{\theta} = \frac{\bar{x}}{2}$$