Tema 5: Estimación de parámetros

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

15 de Abril 2008

Ejercicio

En muestras aleatorias simples de tamaño $n = 3$ de una variable aleatoria normal de media μ y varianza conocida $\sigma^2 = 1$, se consideran los estimadores,

$$
\begin{aligned}
\hat{\mu}_1 &= \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3 \\
\hat{\mu}_2 &= \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3 \\
\hat{\mu}_3 &= \frac{1}{8}X_1 + \frac{3}{8}X_2 + \frac{1}{2}X_3
\end{aligned}
$$

Comprobar que son estimadores insesgados y comprobar su eficiencia.

Ejercicio

En muestras aleatorias simples de tamaño $n = 3$ de una variable aleatoria normal de media μ y varianza conocida $\sigma^2 = 1$, se consideran los estimadores,

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$$
$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{4}X_3$$
$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{8}X_1 + \frac{3}{8}X_2 + \frac{1}{2}X_3$$

Comprobar que son estimadores insesgados y comprobar su eficiencia.

SOLUCIÓN:

	Sesgo	Eficiencia
μ_1	0	3
μ_2	0	$8/3$
μ_3	0	$32/13$

Ejercicio

La función de densidad de *Maxwell*(α) viene dada por la expresión

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^3} x^2 \, e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

donde $\alpha > 0$. Calcular:

a) El estimador máximo verosímil de α.

b) La varianza asintótica del estimador máximo verosímil calculado en el apartado anterior.

Ejercicio

La función de densidad de *Maxwell*(α) viene dada por la expresión

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^3} x^2 \, e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

donde $\alpha > 0$. Calcular:

a) El estimador máximo verosímil de α.

b) La varianza asintótica del estimador máximo verosímil calculado en el apartado anterior.

SOLUCIÓN:

a) $\hat{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}\overline{x^2}}$.

b) $\mathbb{V}\mathrm{ar}[\hat{\alpha}] = \frac{\overline{x^2}}{9\,n}$.