

# Tema 4.2: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

08 de Abril 2008

## Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- b) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

## Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

### SOLUCIÓN:

$$a) \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{50-k} = 0.0040 = \Pr(Z \geq 2.65)$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{50} \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} = 0.4439 \approx 0.4443 = \Pr(Z \geq 0.14)$$

## Ejercicio

Comentar el código siguiente de MATLAB:

```
n=1000000; x=rand(n,1); y=rand(n,1);  
piaprox=(4/n)*sum(x.^2+y.^2<=1)  
piaprox =  
3.1404
```

## Ejercicio

## Examen Ing. Tel. Sep'05 - P1

El tiempo de funcionamiento hasta que se avería el transmisor de señal de un satélite de telecomunicaciones sigue una distribución *exponencial* de media 10000 días. Para que el lanzamiento del satélite y la inversión realizada sea rentable se exige que la duración sea, al menos, de 10 años.

- Calcular la probabilidad de que un transmisor elegido al azar, resulte rentable.
- Si una instalación industrial fabrica 10 transmisores, ¿cuál es la probabilidad de que los diez cumplan las especificaciones?
- Cuál es la probabilidad de que haya al menos una avería en un año?
- Mantener un servicio de reparaciones para los transmisores cuesta 1000 euros anuales, ¿cuánto debe cobrar como mínimo dicho servicio por reparación para obtener beneficios *en un año* (es decir que el beneficio esperado en un año sea positivo)?

# SOLUCIÓN:

- a) 0.694;
- b) 0.026;
- c) 0.0358;
- d) Tarifa  $> 27397.26$  euros/año.

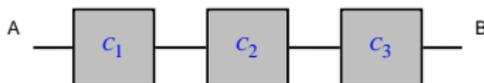
# Ejercicio

1/2

Un sistema está formado por 3 componentes conectados en serie. El sistema falla cuando falla uno de los componentes.

Los componentes  $C_1$  y  $C_2$  tienen tiempo de vida  $T_1$  y  $T_2$  que se distribuyen como una *exponencial* de media 28000 horas.

La distribución de probabilidad de la vida,  $T_3$ , del componente  $C_3$  es  $N(3000, 200)$ . Los tiempos de vida de los tres componentes son independientes.

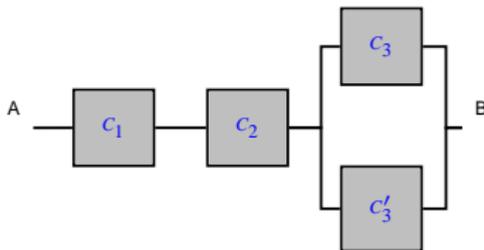


- Calcular la probabilidad de que el componente  $C_1$  dure más de 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el componente  $C_1$  dure más de 6000 horas, si ha durado ya 3000 horas.
- Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.

# Ejercicio

2/2

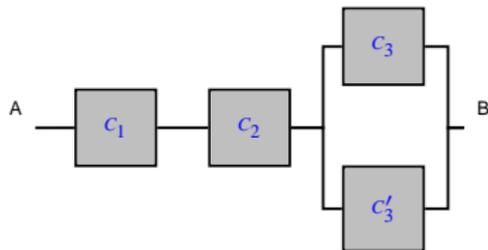
- d) Para reforzar el componente  $C_3$  se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



## Ejercicio

2/2

- d) Para reforzar el componente  $C_3$  se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



## SOLUCIÓN:

- a)  $\Pr(T_1 > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$   
 b)  $\Pr(T_1 > 6000 | T > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$   
 c)  $\Pr(T_s > 3000) = \frac{1}{2}e^{-6/28} = 0.4036$   
 d)  $\Pr(T'_s > 3000) = \frac{3}{4}e^{-6/28} = 0.6053$