

Tema 4.2: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

04 de Abril 2008



Ejercicio

CPC2a_92_0607 (C1)

Sea Z una variable aleatoria *Gamma* de parámetros λ y $b > 0$ (que se denota por $\text{Gamma}(\lambda, b)$) cuya función de densidad $f(x)$ viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^b}{\Gamma(b)} e^{-\lambda x} x^{b-1}, & x > 0; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

siendo $\Gamma(p) = \int_0^\infty e^{-x} x^{p-1} dx$, con $p > 0$.

- Determinar $\mathbb{E}[Z]$
- Determinar $\text{Var}[Z]$



Ejercicio

CPC2a_92_0607 (C1)

Sea Z una variable aleatoria *Gamma* de parámetros λ y $b > 0$ (que se denota por $\text{Gamma}(\lambda, b)$) cuya función de densidad $f(x)$ viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^b}{\Gamma(b)} e^{-\lambda x} x^{b-1}, & x > 0; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

siendo $\Gamma(p) = \int_0^\infty e^{-x} x^{p-1} dx$, con $p > 0$.

- Determinar $\mathbb{E}[Z]$
- Determinar $\text{Var}[Z]$

SOLUCIÓN:

- b/λ ;
- b/λ^2 .



Ejercicio

Un aparcamiento tiene 2 entradas. Los coches llegan a la entrada *I* según una *Poisson* con 3 coches por hora y a la entrada *II* con 2 coches por *media hora*. Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**



Ejercicio

Un aparcamiento tiene 2 entradas. Los coches llegan a la entrada *I* según una *Poisson* con 3 coches por hora y a la entrada *II* con 2 coches por *media hora*. Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**

SOLUCIÓN:

$$\frac{7^3}{3!} e^{-3} = 0.05$$



Ejercicio

Se supone que una persona cualquiera contrae en promedio 3 resfriados durante el invierno y se distribuye según una $\text{Poisson}(\lambda)$.

- Calcular la probabilidad de que una persona en un invierno determinado, contraiga *por lo menos* 1 resfriado.
- Calcular la probabilidad de que de 5 personas elegidas al azar, 4 contraigan 2 resfriados en un invierno.



Ejercicio

Se supone que una persona cualquiera contrae en promedio 3 resfriados durante el invierno y se distribuye según una $\text{Poisson}(\lambda)$.

- Calcular la probabilidad de que una persona en un invierno determinado, contraiga *por lo menos* 1 resfriado.
- Calcular la probabilidad de que de 5 personas elegidas al azar, 4 contraigan 2 resfriados en un invierno.

SOLUCIÓN:

- $\Pr(X \geq 1) = 0.95$
- $\Pr(Y = 4) = 0.009$



Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media **10000** horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de **20000** horas, dure más de **21000** horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre **0** y **1000** horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan **4** de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de **10000** horas.



Ejercicio

La duración de un componente eléctrico sigue una *distribución exponencial* con media 10000 horas. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que si el componente ha durado más de 20000 horas, dure más de 21000 horas. Comparar esta probabilidad con la probabilidad de que dure entre 0 y 1000 horas. Comentar razonadamente el resultado.
- Si se instalan 4 de esos componentes en serie en un aparato, calcular la probabilidad de que el aparato siga funcionando al cabo de 10000 horas.

SOLUCIÓN:

- $\Pr(T > 21000 | T > 20000) = \frac{e^{-2.1}}{e^{-2}} = 0.905 = e^{-0.1} = \Pr(T > 1000)$;
- $\Pr(\text{Funcione}) = \Pr(T > 10000)^4 = 0.018$.