

Tema 4.1: Ejercicios de Variables Aleatorias

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 71 - I.T.T. TELEMÁTICA

14 marzo 2008

Ejercicio

Un experimento consiste en lanzar 4 monedas al aire. Calcular la función de probabilidad y la función de distribución de las siguientes variables aleatorias:

- 1 Número de caras antes de la primera cruz.
- 2 Número de caras después de la primera cruz.
- 3 Número de caras menos número de cruces.

Ejercicio

Sea X una variable aleatoria con la siguiente función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} kx, & \text{si } 0 \leq x \leq 3; \\ k(6-x), & \text{si } 3 \leq x \leq 6; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

- a) Hallar k para que $f(x)$ sea función de densidad.
- b) Calcular $\Pr(X > 3)$ y $\Pr(1.5 \leq X \leq 4.5)$.

Ejercicio

El tiempo de reparar una máquina en horas tiene una función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0; \\ x/2, & \text{si } 0 \leq x \leq 1; \\ 1/2, & \text{si } 1 \leq x \leq 2; \\ x/4, & \text{si } 2 \leq x \leq 4; \\ 1, & \text{si } 4 \leq x. \end{cases}$$

- a) Dibujar la función de distribución.
- b) Obtener la función de densidad.
- c) Si el tiempo de reparación es *superior a 1 hora*, cuál es la probabilidad de que sea *superior a 3.5 horas*?

Ejercicio

Demostrar que

$$\text{Var}[X] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}^2[X].$$