

Tema 4: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 12 - I.T.I.G.

Otros

Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor 1 con probabilidad 0.01. Se toma una muestra de n elementos.

Calcular el valor mínimo que debe tener n para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un 1 sea mayor o igual que 0.95.

Ejercicio

Se considera una v.a. *Bernoulli* que toma el valor 1 con probabilidad 0.01. Se toma una muestra de n elementos. Calcular el valor mínimo que debe tener n para que la probabilidad de obtener al menos una vez como resultado un 1 sea mayor o igual que 0.95.

SOLUCIÓN:

$$n \geq \frac{\ln 0.05}{\ln 0.99} = 298.073$$

Ejercicio

Se supone que una persona cualquiera contrae en promedio 3 resfriados durante el invierno y se distribuye según una Poisson.

- a) Calcular la probabilidad de que una persona en un invierno determinado, contraiga *por lo menos* 1 resfriado.
- b) Calcular la probabilidad de que de 5 personas elegidas al azar, 4 contraigan 2 resfriados en un invierno.

Ejercicio

Se supone que una persona cualquiera contrae en promedio 3 resfriados durante el invierno y se distribuye según una Poisson.

- a) Calcular la probabilidad de que una persona en un invierno determinado, contraiga *por lo menos* 1 resfriado.
- b) Calcular la probabilidad de que de 5 personas elegidas al azar, 4 contraigan 2 resfriados en un invierno.

SOLUCIÓN:

- a) $\Pr(X \geq 1) = 0.95$
- b) $\Pr(Y = 4) = 0.009$

Ejercicio

Las llamadas de teléfono recibidas en una casa siguen un *proceso de Poisson* con parámetro $\lambda = 2$ cada hora.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono suene durante ese tiempo?
- b) ¿Durante cuanto tiempo puede tomar una ducha si desea que la probabilidad de no recibir ninguna llamada sea como mucho 0.5?

Ejercicio

Las llamadas de teléfono recibidas en una casa siguen un *proceso de Poisson* con parámetro $\lambda = 2$ cada hora.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el teléfono suene durante ese tiempo?
- b) ¿Durante cuanto tiempo puede tomar una ducha si desea que la probabilidad de no recibir ninguna llamada sea como mucho 0.5?

SOLUCIÓN:

- a) 0.864;
- b) $t \approx 21$ minutos.

Ejercicio

Examen Ing. Tel. Sep'05 - P1

El tiempo de funcionamiento hasta que se avería el transmisor de señal de un satélite de telecomunicaciones sigue una distribución *exponencial* de media 10000 días. Para que el lanzamiento del satélite y la inversión realizada sea rentable se exige que la duración sea, al menos, de 10 años.

- a) Calcular la probabilidad de que un transmisor elegido al azar, resulte rentable.
- b) Si una instalación industrial fabrica 10 transmisores, ¿cuál es la probabilidad de que los diez cumplan las especificaciones?
- c)Cuál es la probabilidad de que haya al menos una avería en un año?
- d) Mantener un servicio de reparaciones para los transmisores cuesta 1000 euros anuales, ¿cuánto debe cobrar como mínimo dicho servicio por reparación para obtener beneficios *en un año* (es decir que el beneficio esperado en un año sea positivo)?

SOLUCIÓN:

- a) 0.694;
- b) 0.026;
- c) 0.0358;
- d) Tarifa > 27397.26 euros/avería.

Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- b) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

Ejercicio

Un examen tipo test consiste en 50 preguntas, cada una de ellas con 4 posibles respuestas.

Un estudiante es capaz de identificar y eliminar como incorrecta una de las opciones de cada pregunta y elige aleatoriamente entre las otras tres.

El examen se aprueba si hay 26 o más preguntas correctas.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe?
- b) ¿Cual es la probabilidad de que el estudiante apruebe si puede eliminar dos opciones de cada pregunta?

SOLUCIÓN:

$$a) \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{50-k} = 0.0040 = \Pr(Z \geq 2.65)$$

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^{50} \sum_{k=26}^{50} \binom{50}{k} = 0.4439 \approx 0.4443 = \Pr(Z \geq 0.14)$$

Ejercicio

Examen Feb'05 - 1/2

Los circuitos integrados (*chips*) se obtienen a partir de obleas de silicio y son muy susceptibles a cualquier fallo en la superficie de la oblea. Se define como *defecto fatal* aquel defecto que pueda echar a perder un chip.

El numero de *defectos fatales* por 100 mm^2 de oblea de silicio viene caracterizado por una variable aleatoria de media 0.1.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que en un chip de $20 \times 20 \text{ mm}^2$ haya *más de un defecto fatal*?
- b) Si se toman 25 chips diferentes de $10 \times 10 \text{ mm}^2$, ¿cuál es la probabilidad de que *más de 22* de esos chips *no tengan defectos*?

Ejercicio

Examen Feb'05 - 2/2

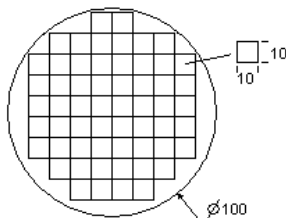


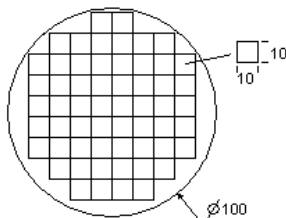
Figure: 58 chips de
 $10 \times 10 \text{ mm}^2$

- c) Si se pretenden obtener chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de las obleas de 100 mm de diámetro,

¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 12 defectos fatales en la superficie útil total de 4 obleas?

Ejercicio

Examen Feb'05 - 2/2



- c) Si se pretenden obtener chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ de las obleas de 100 mm de diámetro,

¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 12 defectos fatales en la superficie útil total de 4 obleas?

Figure: 58 chips de $10 \times 10 \text{ mm}^2$

SOLUCIÓN:

- a) 0.0615
- b) 0.537
- c) ≈ 0.9898