

Tema 8: Ejercicios de Comparación de poblaciones

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 12 - I.T.I.G.

29 de Mayo 2008



Ejercicio

11 Y JULIO99

Se consideran válvulas eléctricas del mismo tipo, procedentes de dos fabricas distintas.

La duración de las válvulas es una variable aleatoria normal de parámetros μ y σ .

Para la primera fabrica, dicha distribución es $N(\mu_1, 24^2)$, y para la segunda, $N(\mu_2, 28^2)$.

Se extraen en las dos fabricas muestras aleatorias simples de tamaños respectivos $n_1 = 10$ y $n_2 = 200$.

La duración media de las válvulas de la primera muestra es $\bar{x}_1 = 1452h$, mientras que en la segunda se obtiene $\bar{x}_2 = 1447h$.

Puede admitirse con un nivel de significación del 5% que las dos fabricas producen válvulas con la misma duración media?



Ejercicio

11 Y JULIO99

Se consideran válvulas eléctricas del mismo tipo, procedentes de dos fabricas distintas.

La duración de las válvulas es una variable aleatoria normal de parámetros μ y σ .

Para la primera fabrica, dicha distribución es $N(\mu_1, 24^2)$, y para la segunda, $N(\mu_2, 28^2)$.

Se extraen en las dos fabricas muestras aleatorias simples de tamaños respectivos $n_1 = 10$ y $n_2 = 200$.

La duración media de las válvulas de la primera muestra es $\bar{x}_1 = 1452h$, mientras que en la segunda se obtiene $\bar{x}_2 = 1447h$.

Puede admitirse con un nivel de significación del 5% que las dos fabricas producen válvulas con la misma duración media?

SOLUCIÓN:

No hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.



Ejercicio

I2 Y JUNIO01

Una cadena de tiendas tiene proyectado abrir un nuevo local en una zona peatonal del centro. La decisión final dependerá del tráfico de peatones que circulen por dichas calles. Se sabe que para que el local tenga posibilidades de éxito la calle debe tener un flujo medio de peatones de al menos **2000 peatones/día** durante el horario comercial.

Para comprobar si se cumple este requisito se realiza un experimento en dos calles de la zona. El experimento consiste en contar el número de peatones que, en horario comercial, transita en esas dos calles principales.

El experimento se prolonga durante una semana.

En la **calle1** transitaron durante esa semana **12600** personas, mientras que por la **calle2** lo hicieron **12880**. Si se considera que el número de personas diarias que transita una calle es una variable aleatoria de *Poisson*.

Realiza un contraste, usando $\alpha = 0.01$, para saber si por ambas calles transitan, por término medio, el mismo número de *peatones/hora*.



Ejercicio

12 Y JUNIO01

Una cadena de tiendas tiene proyectado abrir un nuevo local en una zona peatonal del centro. La decisión final dependerá del tráfico de peatones que circulen por dichas calles. Se sabe que para que el local tenga posibilidades de éxito la calle debe tener un flujo medio de peatones de al menos **2000 peatones/día** durante el horario comercial.

Para comprobar si se cumple este requisito se realiza un experimento en dos calles de la zona. El experimento consiste en contar el número de peatones que, en horario comercial, transita en esas dos calles principales.

El experimento se prolonga durante una semana.

En la **calle1** transitaron durante esa semana **12600** personas, mientras que por la **calle2** lo hicieron **12880**. Si se considera que el número de personas diarias que transita una calle es una variable aleatoria de *Poisson*.

Realiza un contraste, usando $\alpha = 0.01$, para saber si por ambas calles transitan, por término medio, el mismo número de *peatones/hora*.

SOLUCIÓN:

La diferencia observada entre ambas calles no es, con $\alpha = 0.01$, significativa.



Ejercicio

13 Y SEPT01

Se desea saber si el porcentaje de alumnos que aprueban todas las asignaturas de primer curso en primera convocatoria, en la carrera de Ingeniería Industrial, es el mismo en la Carlos III y en la Universidad Politécnica de Madrid.

Para ello se analiza una muestra de 100 expedientes, elegidos al azar, de cada universidad. De los 100 expedientes seleccionados de la Carlos III, el número de alumnos que aprobaron todas las asignaturas de primero en primera convocatoria fue de 22 mientras que en la Politécnica fue de 18.

Se puede concluir que la probabilidad de aprobar no es la misma en ambas universidades?

(utiliza un nivel de significación de $\alpha = 0.05$)



Ejercicio

13 Y SEPT01

Se desea saber si el porcentaje de alumnos que aprueban todas las asignaturas de primer curso en primera convocatoria, en la carrera de Ingeniería Industrial, es el mismo en la Carlos III y en la Universidad Politécnica de Madrid.

Para ello se analiza una muestra de 100 expedientes, elegidos al azar, de cada universidad. De los 100 expedientes seleccionados de la Carlos III, el número de alumnos que aprobaron todas las asignaturas de primero en primera convocatoria fue de 22 mientras que en la Politécnica fue de 18.

Se puede concluir que la probabilidad de aprobar no es la misma en ambas universidades?

(utiliza un nivel de significación de $\alpha = 0.05$)

SOLUCIÓN:

No se puede rechazar la hipótesis nula, con $\alpha = 0.05$, de que ambas universidades sean igual de duras.



Ejercicio

14

Se quiere comparar rodamientos de agujas de 45mm de diámetro de dos fabricantes distintos: SKF e INA.

Una característica de la calidad de los rodamientos es su capacidad estática de carga, que es la carga máxima que puede soportar sin que se produzca deformación.

Se toma una muestra de 80 rodamientos del SKF y 67 de INA. Sea X_1 la capacidad estática de carga de los rodamientos de SKF y X_2 la capacidad estática de carga de los rodamientos de INA. La media muestral de la capacidad estática de carga de SKF es $\bar{x}_1 = 1400\text{kN}$ (*kiloNewtons*), y la de INA es $\bar{x}_2 = 1380\text{kN}$.

Las varianzas de X_1 y de X_2 son iguales y tiene un valor conocido $\sigma^2 = 90^2\text{kN}^2$.

- Construye un intervalo de confianza del 95% de la diferencia de medias poblacionales
- ¿Que fabricante tiene rodamientos con mayor carga media?



Ejercicio

14

Se quiere comparar rodamientos de agujas de 45mm de diámetro de dos fabricantes distintos: SKF e INA.

Una característica de la calidad de los rodamientos es su capacidad estática de carga, que es la carga máxima que puede soportar sin que se produzca deformación.

Se toma una muestra de 80 rodamientos del SKF y 67 de INA. Sea X_1 la capacidad estática de carga de los rodamientos de SKF y X_2 la capacidad estática de carga de los rodamientos de INA. La media muestral de la capacidad estática de carga de SKF es $\bar{x}_1 = 1400\text{kN}$ (*kiloNewtons*), y la de INA es $\bar{x}_2 = 1380\text{kN}$.

Las varianzas de X_1 y de X_2 son iguales y tiene un valor conocido $\sigma^2 = 90^2\text{kN}^2$.

- a) Construye un intervalo de confianza del 95% de la diferencia de medias poblacionales
- b) ¿Que fabricante tiene rodamientos con mayor carga media?

SOLUCIÓN:

- a) IC 95% : $\mu_1 - \mu_2 \in [9.2, 49.2]$
- b) La diferencia entre ambos fabricantes no resulta significativa (con $\alpha = 0.05$) a la luz de las muestras analizadas



Ejercicio

15

Sea X_1 la duración de un filamento de wolframio en espiral simple, y X_2 la duración usando espiral doble.

Se toma una muestra de tamaño 200 de ambos tipos de filamentos teniéndose unas duraciones medias de $\bar{x}_1 = 1100 \text{ horas}$, y $\bar{x}_2 = 1108 \text{ horas}$. Las varianzas de las duraciones de cada tipo de filamento son $\sigma_1^2 = (20 \text{ horas})^2$ y $\sigma_2^2 = (23 \text{ horas})^2$.

- Construir un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de duraciones medias
- ¿Hay diferencias significativas entre ambos tipos de filamentos?



Ejercicio

15

Sea X_1 la duración de un filamento de wolframio en espiral simple, y X_2 la duración usando espiral doble.

Se toma una muestra de tamaño 200 de ambos tipos de filamentos teniéndose unas duraciones medias de $\bar{x}_1 = 1100 \text{ horas}$, y $\bar{x}_2 = 1108 \text{ horas}$. Las varianzas de las duraciones de cada tipo de filamento son $\sigma_1^2 = (20 \text{ horas})^2$ y $\sigma_2^2 = (23 \text{ horas})^2$.

- Construir un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de duraciones medias
- ¿Hay diferencias significativas entre ambos tipos de filamentos?

SOLUCIÓN:

- IC95%: $\mu_1 - \mu_2 \in [-12.2, -3.8]$
- La diferencia entre ambos tipos de filamentos si resulta significativa con $\alpha = 0.05$.



Ejercicio

16

Se quiere elegir entre dos tipos de material textil para construir sistemas de amarre. Para ello se mide la tensión de rotura de varias cintas de prueba utilizando dos tipos de material. Se toman 24 datos usando el material M_1 , obteniéndose $\bar{x}_1 = 87$ (kg/mm²) y $\hat{s}_1 = 2$. Se toman además 30 datos usando el material M_2 , obteniéndose $\bar{x}_2 = 75$ y $\hat{s}_2 = 2.3$. Se sabe que las tensiones de rotura se distribuyen como una Normal. Se supondrá, además, que las varianzas de ambas poblaciones son iguales.

- Construir un intervalo de confianza del 95% de la diferencia de tensión de rotura media
- Contrasta, con un nivel de significación del 1%, que el material M_1 tiene mayor resistencia media que el M_2



Ejercicio

16

Se quiere elegir entre dos tipos de material textil para construir sistemas de amarre. Para ello se mide la tensión de rotura de varias cintas de prueba utilizando dos tipos de material. Se toman 24 datos usando el material M_1 , obteniéndose $\bar{x}_1 = 87$ (kg/mm²) y $\hat{s}_1 = 2$. Se toman además 30 datos usando el material M_2 , obteniéndose $\bar{x}_2 = 75$ y $\hat{s}_2 = 2.3$. Se sabe que las tensiones de rotura se distribuyen como una Normal. Se supondrá, además, que las varianzas de ambas poblaciones son iguales.

- a) Construir un intervalo de confianza del 95% de la diferencia de tensión de rotura media
- b) Contrasta, con un nivel de significación del 1%, que el material M_1 tiene mayor resistencia media que el M_2

SOLUCIÓN:

- a) IC95%: $\mu_1 - \mu_2 \in [-10.87, 13.13]$;
- b) Hay mucha evidencia para rechazar H_0 y considerar que el material M_1 tiene mayor tensión de rotura media que el M_2 .



Ejercicio

17

Una característica importante en un generador de rayos laser es la estabilidad de la señal laser emitida. Por esta razón, un ingeniero está interesado en comparar la variabilidad de la potencia emitida en dos generadores distintos.

Para ello, obtiene 25 observaciones de potencias emitidas por cada generador. Las varianzas muestrales corregidas de esas 25 observaciones en cada generador son $\hat{s}_x^2 = 0.020$, $\hat{s}_y^2 = 0.012$. Además, los datos se aproximan razonablemente a una Normal.

Realiza un contraste ($\alpha = 0.05$) que ayude a averiguar si las varianzas son iguales en ambos generadores.



Ejercicio

17

Una característica importante en un generador de rayos laser es la estabilidad de la señal laser emitida. Por esta razón, un ingeniero está interesado en comparar la variabilidad de la potencia emitida en dos generadores distintos.

Para ello, obtiene 25 observaciones de potencias emitidas por cada generador. Las varianzas muestrales corregidas de esas 25 observaciones en cada generador son $\hat{s}_x^2 = 0.020$, $\hat{s}_y^2 = 0.012$. Además, los datos se aproximan razonablemente a una Normal.

Realiza un contraste ($\alpha = 0.05$) que ayude a averiguar si las varianzas son iguales en ambos generadores.

SOLUCIÓN:

No se rechaza, con $\alpha = 0.05$ la igualdad de varianzas.

Se asumirá, entonces, que ambos equipos son de similar calidad.



Ejercicio

18

En el mercado de componentes electrónicos hay dos tipos de resistencias. Las resistencias de banda dorada y las de banda marrón. Las de banda marrón son más caras, pues deben tener unos valores de resistencia más próximos al nominal que los de banda dorada. Por tanto, se espera que la varianza de los valores de las resistencias de banda dorada sea superior a los de banda marrón.

Se tienen datos de 51 resistencias de banda dorada y otras 51 de banda marrón correspondientes a un valor nominal de 1000 Ohmios. El test de normalidad de la Chi-cuadrado da un p -valor mayor de 0.20 en ambas resistencias.

A la vista de esta información,

¿se puede afirmar que las resistencias de banda dorada tienen mayor varianza que las de banda marrón?

A continuación se muestra el resumen estadístico de las muestras de ambos tipos de resistencias que ofrece el Statgraphics.

	Banda Dorada	Banda Marron
Count	51	51
Average	989.02	999.14
Median	988.5	999.0
Variance	267.612	48.8576
Standard deviation	16.3588	6.98982
Standard error	2.31349	0.988509
Minimum	946.0	983.0
Maximum	1025.0	1016.0



SOLUCIÓN:

Hay suficiente evidencia para decir que, con un nivel de significación del 5%, las resistencias de banda dorada tienen mayor varianza que las de banda marrón.