Tema 4: Ejercicios de Modelos de Probabilidad

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 12 - I.T.I.G.

17 Abril 2008

Ejercicio

Una universidad sabe que el 75% de sus graduados tiene trabajo a los 12 meses de su graduación. Se eligen 8 graduados al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que al menos 6 tengan empleo a los 12 meses.

b) Probabilidad de que como máximo 6 tengan empleo.

Ejercicio

Una universidad sabe que el 75% de sus graduados tiene trabajo a los 12 meses de su graduación. Se eligen 8 graduados al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que al menos 6 tengan empleo a los 12 meses.

b) Probabilidad de que como máximo 6 tengan empleo.

Solución:

X={numero de graduados que tienen trabajo a los 12 meses};

$$X \sim \mathrm{B}(8, .75).$$

a) $\Pr\{X \geq 6\} = 67.85\%$.

b) $\Pr\{X \leq 6\} = 1 - \Pr\{X \geq 6\} + \Pr\{X = 6\} = 63.29\%$.

Ejercicio

Un aparcamiento tiene 2 entradas.
Los coches llegan a la entrada I según una *Poisson* con 3 coches por *hora* y a la entrada II con 2 coches por *media hora*.
Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**

Ejercicio

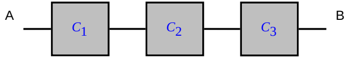
Un aparcamiento tiene 2 entradas.
Los coches llegan a la entrada I según una *Poisson* con 3 coches por *hora* y a la entrada II con 2 coches por *media hora*.
Si el número de coches que llega a cada entrada son independientes, **¿cuál es la probabilidad de que en una hora lleguen 3 coches al aparcamiento?**

SOLUCIÓN:

$$\frac{7^3}{3!}e^{-3} = 0.05$$

Ejercicio $1/2$

Un sistema está formado por 3 componentes conectados en serie. El sistema falla cuando falla uno de los componentes.
Los componentes C_1 y C_2 tienen tiempo de vida T_1 y T_2 que se distribuyen como una *exponencial* de media 28000 horas.
La distribución de probabilidad de la vida, T_3, del componente C_3 es $N(3000, 200)$. Los tiempos de vida de los tres componentes son independientes.



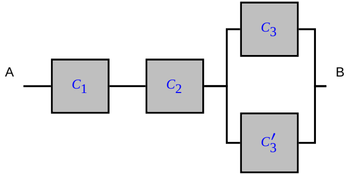
a) Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 3000 horas.

b) Calcular la probabilidad de que el componente C_1 dure más de 6000 horas, si ha durado ya 3000 horas.

c) Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.

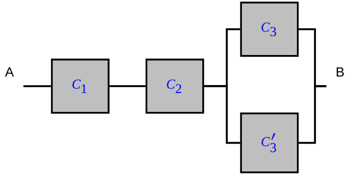
Ejercicio $2/2$

d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



Ejercicio $2/2$

d) Para reforzar el componente C_3 se instala un componente gemelo en paralelo. Calcular la probabilidad de que el sistema dure más de 3000 horas.



SOLUCIÓN:

a) $\Pr(T_1 > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$

b) $\Pr(T_1 > 6000 | T > 3000) = e^{-3/28} = 0.898$

c) $\Pr(T_s > 3000) = \frac{1}{2} e^{-6/28} = 0.4036$

d) $\Pr(T_s' > 3000) = \frac{3}{4} e^{-6/28} = 0.6053$

Ejercicio

Un servidor que alberga una página web recibe por término medio 10 accesos por minuto, pudiéndose considerar que los accesos son sucesos independientes. Se quiere saber:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no acceda nadie durante 2 minutos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 10 accesos en 1 *minuto*?

c) ¿Cuál es al probabilidad de que haya más de 20 accesos en 1 *minuto*?

d) ¿Cuánto tiempo transcurrirá, *por término medio*, entre 2 accesos consecutivos?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que entre 2 accesos consecutivos transcurra *menos de* 1 *segundo*?

SOLUCIÓN:

a) $e^{-20} = 2 \times 10^{-9}$

b) $\frac{10^{1}0}{10!} e^{-10} = 0.125$

c) $1 - \sum_{i=1}^{20} \frac{10^{i}}{i!} e^{-10} = 1 - 0.9984 = 0.0016$

d) 6 segundos/acceso

e) $1 - e^{-10/60} = 0.154$