

Tema 3: Ejercicios de Variables Aleatorias

Bernardo D'Auria

Departamento de Estadística

Universidad Carlos III de Madrid

GRUPO 12 - I.T.I.G.

07 Abril 2008

Ejercicio

Dada la variable aleatoria X , cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2), & \text{si } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

Obtener k , así como la media y la varianza de la variable $Y = 3X - 1$.

Ejercicio

Dada la variable aleatoria X , cuya función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2), & \text{si } 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & \text{resto.} \end{cases}$$

Obtener k , así como la media y la varianza de la variable $Y = 3X - 1$.

SOLUCIÓN:

- $k = 3/2$
- $\mathbb{E}[Y] = 1/8$
- $\mathbb{V}\text{ar}[Y] = 171/320$

Ejercicio

Se desea asegurar un coche de 12000 euros. La probabilidad de que un coche tenga un accidente en un año es de 0.15, en cuyo caso los daños ascienden a

- 20% del valor con probabilidad 0.8
- 60% del valor con probabilidad 0.12
- 100% del valor con probabilidad 0.08

Hallar la prima anual que debe cobrar la aseguradora para que el coste esperado de la compañía sea 0.

Ejercicio

Se desea asegurar un coche de 12000 euros. La probabilidad de que un coche tenga un accidente en un año es de 0.15, en cuyo caso los daños ascienden a

- 20% del valor con probabilidad 0.8
- 60% del valor con probabilidad 0.12
- 100% del valor con probabilidad 0.08

Hallar la prima anual que debe cobrar la aseguradora para que el coste esperado de la compañía sea 0.

SOLUCIÓN:

561.6 euros

Ejercicio

Una variable aleatoria X que toma valores en el intervalo $[0, 1]$ tiene una función de densidad

$$f(x) = a + bx,$$

donde a y b son constantes a determinar.

Se pide:

- Calcula a y b para que $f(x)$ sea una función de densidad de forma que la densidad de probabilidad en $X = 1$ sea el doble que en $X = 0$.
- Calcula los cuartiles de la variable aleatoria X

Ejercicio

Una variable aleatoria X que toma valores en el intervalo $[0, 1]$ tiene una función de densidad

$$f(x) = a + bx,$$

donde a y b son constantes a determinar.

Se pide:

- a) Calcula a y b para que $f(x)$ sea una función de densidad de forma que la densidad de probabilidad en $X = 1$ sea el doble que en $X = 0$.
- b) Calcula los cuartiles de la variable aleatoria X

SOLUCIÓN:

- a) $a = 2/3, b = 2/3$;
- b) $Q_1 = \frac{1}{2} (\sqrt{7} - 2) = 0.3229$,
 $Q_2 = M = \frac{1}{2} (\sqrt{10} - 2) = 0.5811$ y
 $Q_3 = \frac{1}{2} (\sqrt{13} - 2) = 0.8028$.