

6 Ejemplos del tema 6.

6.1 Ejemplos.

Ejemplo 36 La variable aleatoria X representa el número de caras menos el número de cruces en 3 tiradas de una moneda que está trucada de manera que es dos veces más probable que salga cara que cruz.

- Determinar el espacio muestral asociado al lanzamiento de 3 monedas.
- Asignar a cada punto muestral el valor de la variable X .
- Obtener la función de probabilidad de X .

Ejemplo 37 Obtener la función de distribución de la v.a. del ejemplo 36.

Ejemplo 38 Si la función de densidad de probabilidad de X es

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1), \end{cases}$$

hallad la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria $Y = X^3$.

Ejemplo 39 Si X una variable aleatoria discreta con función de probabilidad

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

encontrad la función de probabilidad de la variable aleatoria $Y = 1/(1+X)$.

Ejemplo 40 Calcular la esperanza y varianza de la v.a. del ejemplo 36.

Ejemplo 41 Una variable aleatoria X tiene la siguiente función de densidad de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} (1+x^2)/12, & \text{si } x \in (0,3), \\ 0, & \text{si } x \notin (0,3). \end{cases}$$

Calculad:

- la función de distribución de X ,
- las probabilidades $P(1 < X < 2)$ y $P(X < 1)$,
- la esperanza y varianza de X ,
- la probabilidad $P(|X - E(X)| \geq 1)$ y comparadla con la cota que se obtendría mediante la desigualdad de Chebychev.

Ejemplo 42 Se ha observado que el número medio de clientes por día que entra en una determinada tienda es de 20, con una desviación típica de 2 clients. ¿Qué se puede decir de la probabilidad que un determinado día el número medio de clientes por día esté entre 17 y 23?

6.2 Ejercicios.

Ejercicio 24 Si X tiene función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1, \\ 1/4 & \text{si } -1 \leq x < 1, \\ 1/2 & \text{si } 1 \leq x < 3, \\ 3/4 & \text{si } 3 \leq x < 5, \\ 1 & \text{si } x \geq 5. \end{cases}$$

hallad:

$$\begin{aligned} & (a) P(X \leq 3), \quad (b) P(X = 3), \quad (c) P(X < 3), \\ & (d) P(X \geq 1), \quad (e) P(-0.4 < X < 4), \quad (f) P(X = 5). \end{aligned}$$

Ejercicio 25 Hallad la función de densidad para una variable aleatoria que tiene función de distribución

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

y dibujad su gráfica.

Ejercicio 26 (a) Demostrad que $f(x) = 3x^2$, $x \in (0, 1)$, representa una función de densidad de una variable aleatoria X .

(b) Dibujad esta función de densidad y indicad el área asociada a la probabilidad $P(X > 1/2)$.

(c) Calculad la probabilidad $P(X > 1/2)$.