EJERCICIOS 7

1) Se ha obtenido la siguiente tabla de distribución de probabilidad para el número de llamadas telefónicas llegadas a una central en un milisegundo:

x	$P\{X = x\}$
0	0.37
1	0.37
2	0.18
3	0.06
4	0.02

Calcular:

a) El valor esperado, la varianza y la desviación típica de X.

b) Obtener y dibujar la función de distribución.

2) Se desea comprar una acción y mantenerla durante un año en espera de que exista ganancia de capital. Se quiere elegir entre dos empresas A y B; para ambas el precio de venta de cada acción es de 10.000 pesetas, obteniéndose unos dividendos de 500 pesetas. A continuación se presentan las distribuciones de probabilidad para el precio en el próximo año estimado para cada tipo de acción, siendo S_A y S_B los precios de las acciones de las empresas A y B, repectivamente.

Empresa A	$P\{S_A = s\}$
2.500	0.05
5.000	0.07
7.500	0.10
10.000	0.05
12.500	0.10
15.000	0.15
17.500	0.12
20.000	0.10
22.500	0.12
25.000	0.14
	1

Empresa B	$P\{S_B = s\}$
9.500	0.10
10.000	0.25
10.500	0.50
11.000	0.15
	1

a) Calcular los precios esperados por acción de las empresas A y B.

b) ¿Es preferible elegir aquella acción con el valor esperado más alto? Discútelo.

3) Se ha hallado la distribución de probabilidad de que un número determinado de máquinas de una fábrica pudieran fallar en un día. Las probablididades para cero, una y dos máquinas fallidas son, respectivamente, 0.3, 0.6 y 0.1.

a) Calcula la media y la desviación típica del número de fallos semanales.

b) Se estima que el coste de cada fallo para la compañía es de 150.000 pesetas en producción perdida. Calcula el coste esperado por producción perdida para la empresa en un mes.

c) Si el coste de reparación R resulta ser (en miles de pesetas):

$$R = 30 + 20X^2,$$

donde X es el número de fallos, calcula el coste esperado de reparación diaria.

4) Un equipo de rescate es responsable de un tramo de 5 kilómetros de río. La experiencia indica que la distancia a lo largo de este trecho, medida en kilómetros desde su punto más al norte y el lugar donde ocurre una emergencia es una variable uniformemente distribuida entre 0 y 5 kilómetros. Así, si X denota la distancia de una emergencia desde el punto más al norte de este tramo de río al lugar donde se ha producido la emergencia, su función de densidad es:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.2, & \text{para } 0 < x < 5 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

a) Dibuja la función de densidad.

b) Calcula y dibuja la función de distribución.

c) Calcula la probabilidad de que ocurra una emergencia en el primer kilómetro del punto más al norte de este tramo de río.

d) Calcula la probabilidad de que ocurra una emergencia entre 2 y 4 kilómetros del punto más al norte de este tramo.

e) El equipo de rescate tiene su centro de operaciones a mitad del tramo del río. Calcula la probabilidad de que ocurra una emergencia a más de 2 kilómetros del centro de operaciones.

5) Una línea aérea ha determinado que los pesos de sus pasajeros tienen una distribución con media 60 kg y desviación típica 15 kg. El peso del equipaje tiene una distribución con media 20 kg y desviación típica 2 kg. Asume que el peso del pasajero es independiente del correspondiente a su equipaje.

a) Calcula la media y la desviación típica del total del peso de un pasajero más su equipaje.

b) Un vuelo tiene 50 pasajeros. Calcula la media y la desviación típica de su peso total más el peso de su equipaje, estableciendo los supuestos que necesites hacer.

6) Las edades X de los directivos de una gran compañía tienen una función de densidad uniforme entre 30 y 65 años:

$$f(X) = \begin{cases} \frac{1}{35}, & 30 < X < 65 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

a) Dibujar la densidad de X.

b) Dibujar la distribución de X.

c) Si la edad de retiro es de 65 años, ¿qué proporción de directivos se ha de retirar en los diez próximos años?

d) Hallar $P\{35 < X < 40\}$.

e) Obtener $E[X]$.

7) La variable aleatoria X tiene una función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2 - x, & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

a) Representa la función de densidad para esta variable aleatoria.

b) Comprueba que se cumplen las propiedades de la función de densidad.

8) Un analista de marketing asocia la siguiente distribución probabilística a las ventas mensuales X de un determinado ordenador:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(x)$	0.02	0.08	0.15	0.19	0.24	0.17	0.10	0.04	0.01

a) Dibuja la gráfica de la función de distribución de x.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía venda más de 3 computadoras al mes? ¿Y más de 4?

9) Las últimas dos preguntas de un examen son de tipo test y cuentan con cuatro posibles respuestas, A, B, C y D. Un estudiante no conoce el temario del examen y responde las preguntas al azar.

a) Construye el espacio muestral que contenga las diferentes formas en que estas preguntas pueden ser contestadas. Asigna las probabilidades asociadas a estos sucesos.

b) Sea X una variable aleatoria que representa el número de respuestas contestadas correctamente. Calcula su función de densidad.