

EJERCICIOS 6

1) Se lanzan tres monedas de 1 peseta, 5 pesetas y 100 pesetas, respectivamente. Para cada uno de los siguientes sucesos compuestos:

- i) cara en la peseta,
 - ii) exactamente dos caras,
 - iii) exactamente una cara,
 - iv) tres cruces,
 - v) 5 pesetas y 100 pesetas con diferente resultado,
 - vi) 5 pesetas y 100 pesetas con igual resultado.
- a) enumerar los sucesos elementales correspondientes;
- b) hallar su probabilidad.

2) Si se elige una persona de forma aleatoria, dada la siguiente tabla:

Ingreso familiar

Ocupación	Bajo	Medio	Alto	Total
Ama de casa	8	26	6	40
Obreros	16	40	14	70
Ejecutivos	6	62	12	80
Profesionales	0	2	8	10
	30	130	40	200

- a) determinar la probabilidad de que la persona elegida tenga las siguientes ocupaciones:
- i) ama de casa,
 - ii) obrero,
 - iii) ejecutivo,
 - iv) profesional.
- b) determinar la probabilidad de que el ingreso familiar de la persona elegida sea:
- i) bajo,
 - ii) medio,
 - iii) alto.
- c) determinar la probabilidad de que la persona elegida se clasifique dentro del grupo:
- i) ejecutivo con ingreso alto,
 - ii) ama de casa con ingreso bajo,
 - iii) profesional con ingreso medio.

- 3) En la situación del ejercicio 1, enumerar los sucesos elementales del siguiente conjunto de sucesos:
- a) salir una cara o dos caras,
 - b) salir cruz en la peseta o cruz en las 5 pesetas,
 - c) salir el mismo resultado para la peseta y las 100 pesetas o salir cara en las 100 pesetas,
 - d) salir resultados distintos para la peseta y las 100 pesetas o salir cruz en la peseta,
 - e) salir exactamente 1 cara y salir cruz en la peseta,
 - f) salir al menos 1 cruz y salir cara en las 100 pesetas,
 - g) salir resultados distintos en la peseta y las 100 pesetas y salir al menos dos caras,
 - h) salir exactamente dos cruces y salir cruz en las 100 pesetas.
- 4) Dado el problema 2, se selecciona una persona de forma aleatoria.
- a) Construir la tabla de probabilidad conjunta de ocupación frente a ingresos familiares.
 - b) Calcular las probabilidades marginales de los siguientes sucesos:
 - i) ingreso bajo,
 - ii) ama de casa,
 - iii) profesional,
 - iv) ingreso alto.
 - c) Determinar las siguientes probabilidades:
 - i) $P\{\text{ama de casa y alto}\}$
 - ii) $P\{\text{ejecutivo y alto}\}$
 - iii) $P\{\text{obrero y bajo}\}$
 - iv) $P\{\text{profesional y alto}\}$
 - d) Determinar las siguientes probabilidades:
 - i) $P\{\text{alto} \mid \text{ama de casa}\}$
 - ii) $P\{\text{ejecutivo} \mid \text{alto}\}$
 - iii) $P\{\text{obrero} \mid \text{bajo}\}$
 - iv) $P\{\text{profesional} \mid \text{bajo}\}$
- 5) Utilizando los resultados del problema anterior, verifica las siguientes afirmaciones:

- a) Los sucesos “ama de casa” e “ingreso medio” son independientes.
 - b) Los sucesos “profesional” e “ingreso bajo” son dependientes.
 - c) Los sucesos “obrero” e “ingreso alto” son independientes.
 - d) Los sucesos “ejecutivo” e “ingreso bajo” son dependientes.
- 6) Se considera una familia con dos hijos. La probabilidad de que sea varón o mujer es la misma. Por ello, las siguientes situaciones se consideran igualmente probables:

Hijo menor	Hijo mayor	
Varón	Varón	V,V
Varón	Mujer	V,M
Mujer	Varón	M,V
Mujer	Mujer	M,M

- a) Determinar $P\{\text{al menos una mujer}\}$.
 - b) Si se sabe que una al menos es mujer, calcular la probabilidad condicional de que la familia tenga exactamente un varón.
 - c) Dado que al menos una es mujer, determinar la probabilidad condicional de que las dos sean mujeres.
- 7) La probabilidad a priori de que exista petróleo en una determinada zona se estima en 0,2. Antes de decidir la perforación se realiza un estudio del terreno. El 70 % de las veces en que el informe fue positivo se encontró petróleo, mientras que el 95 % de las veces en que el informe fue negativo el terreno no tenía petróleo. Determinar la probabilidad a posteriori de que se encuentre petróleo:
- a) si el resultado del informe es positivo.
 - b) si el resultado del informe es negativo.
- 8) Mediante la respuesta a una pregunta, un estudio de marketing desea determinar si una persona seleccionada al azar elegirá una determinada marca de un producto en su siguiente compra. La pregunta está diseñada para revelar si la persona recuerda el nombre de la marca (suceso que se denotará por “R”). Un estudio previo ha establecido que el 99 % de la gente que ya compró el producto previamente recordaba el nombre, y que sólo el 10 % de la gente que no lo compró lo recordaba. Como este producto se ha hecho con el 30 % del mercado, en este estudio de marketing se establece 0.30 como la probabilidad a priori de que la persona elegida al azar compre el producto. Denotando este suceso como “B”, se obtienen las siguientes probabilidades:

$$P\{B\} = 0,30, P\{R \mid B\} = 0,99, P\{R \mid \text{no } B\} = 0,10$$

- a) Si la persona seleccionada recuerda la marca del producto, ¿cuál será la probabilidad a posteriori de que lo compre?
 - b) Si la persona que es seleccionada no recuerda la marca del producto, ¿cuál será la probabilidad a posteriori de que lo compre?
- 9) Una empresa evalúa un test de aptitud para su posible inclusión a la hora de tomar decisiones en materia de contratación para un determinado puesto de trabajo. Actualmente, sólo el 50 % de las personas contratadas lo realizan satisfactoriamente. El test ha sido analizado y se le da una fiabilidad superior del 90 % (el 90 % de todos los empleados satisfactorios pasarán el test) y una fiabilidad inferior del 80 % (el 80 % de todos los empleados no satisfactorios fallarán el test). Un determinado trabajador se selecciona aleatoriamente. Determina las siguientes probabilidades:
- a) Probabilidad a priori de rendimiento satisfactorio en su trabajo si el trabajador es contratado.
 - b) Probabilidad a posteriori de rendimiento satisfactorio en su trabajo si el trabajador supera el test.
 - c) Probabilidad a posteriori de rendimiento satisfactorio en su trabajo si el trabajador es contratado sin haber superado el test.
- 10) El número de cuentas de ahorro nuevas abiertas en un día laborable se ha recogido en la siguiente tabla:

Número de cuenta	0001	0002	0003	0004	0005
Saldo	1000	12500	850	1000	3450

Supón que se escogen dos de ellas al azar:

- a) Enumera todos los posibles pares de cuentas que se pueden obtener.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar las cuentas 0001 y 0004?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar dos cuentas tenga cada una de ellas un saldo de 1000? ¿Y de que tenga cada una de ellas un saldo distinto de 1000?
- 11) Los equipos de comunicaciones (teléfono, fax, etc.) pueden ser diseñados para operar dentro de un sistema analógico o de uno digital. Debido a las ventajas que presentan, es muy probable que en poco tiempo las señales analógicas utilizadas en las líneas telefónicas sean sustituidas por señales digitales. Supón que una empresa planea fabricar una máquina de fax tanto en versión digital como analógica. Para determinar el éxito o el fracaso que van a tener estos productos en el mercado, la empresa decide realizar un análisis de mercado cuyo resultado muestra una serie de sucesos y las probabilidades asociadas a los mismos tal y como se indica en la tabla (**Ea**: éxito analógico, **Fa**: fracaso analógico, etc.):

Sucesos	Probabilidades
EaEd	0.31
EaFd	0.10
FaEd	0.50
FaFd	0.09

Calcular la probabilidad de los sucesos siguientes:

- A: {Los dos productos tienen éxito}
- B: {El diseño analógico tiene éxito}
- C: {El diseño digital tiene éxito}
- D: {Al menos uno de los dos productos tiene éxito}

- 12) La tarea de identificar directivos con talento y motivación es complicada. Un director de recursos humanos ha construido una tabla en la que se reflejan 9 combinaciones distintas de talento y motivación que poseen los mismos... Los números reflejados en la tabla son las probabilidades (estimadas por los directivos experimentados) de que un nuevo directivo que se incorpora en la empresa se encuentre en cada uno de esos grupos:

TALENTO // MOTIVACION	ALTA	MEDIA	BAJA
ALTO	0.05	0.16	0.05
MEDIO	0.19	0.32	0.05
BAJO	0.11	0.05	0.02

Supón que el equipo directivo que va a contratar a un nuevo director define los siguientes sucesos:

- A: El futuro director se encuentra en la categoría de “Alta motivación”.
- B: El futuro director se encuentra en la categoría “Alto talento”.
- C: El candidato se encuentra en ambas categorías en los niveles medios o superiores.
- D: El candidato está en la posición inferior en al menos una de las dos categorías.
- E: El candidato ocupa el puesto superior en las dos categorías.

- a) ¿La suma de probabilidades es igual a 1?
- b) Halla la probabilidad de cada uno de los eventos definidos con anterioridad.
- c) Halla:

$$P\{A \cup B\}, P\{A \cap B\}, P\{A \cup C\}$$

- d) Halla la probabilidad del suceso complementario al suceso A y explica qué significa este hecho desde un punto de vista práctico.