

5 Relaciones entre variables. Ejercicios.

5.1 Ejercicios.

Ejercicio 5.1 En una muestra de 1500 individuos se recogen datos sobre dos medidas antropométricas X e Y . Los resultados que se obtienen son

$$\bar{x} = 14, \quad \bar{y} = 100, \quad s_x = 2, \quad s_y = 25, \quad s_{xy} = 45.$$

Obtener el modelo de regresión lineal que mejor aproxima Y en función de X . Utilizando este modelo calcular de modo aproximado la cantidad Y esperada cuando $X = 15$.

Ejercicio 5.2 De una muestra de 8 observaciones conjuntas de valores de dos variables X e Y se obtiene la siguiente información:

$$\sum x_i = 24, \quad \sum x_i y_i = 64, \quad \sum y_i = 40, \quad s_y^2 = 12, \quad s_x^2 = 6.$$

- Obtener la recta de regresión de Y sobre X . Explicar el significado de los parámetros.
- Calcular el coeficiente de determinación. Comentar el resultado e indicar el porcentaje de variación de Y que no está explicado por el modelo de regresión lineal.
- Si el modelo es adecuado, cuál es la predicción para un valor de $x = 4$?
- Obtener la recta de regresión de X sobre Y .

Ejercicio 5.3 La tabla siguiente contiene la edad X y la máxima de la presión sanguínea Y de un grupo de 10 mujeres:

Edad	56	42	72	36	63	47	55	49	38	42
Presión	14.8	12.6	15.9	11.8	14.9	13.0	15.1	14.2	11.4	14.1

- Calculad el coeficiente de correlación lineal entre las variables y decid qué indica.
- Determinad la recta de regresión de Y sobre X , justificando la adecuación de un modelo lineal. Interpretad los coeficientes.
- Valorad la bondad del modelo.
- Haced las predicciones siguientes, sólo cuando creáis que tengan sentido:
 - Presión sanguínea de una mujer de 51 años.
 - Presión sanguínea de una niña de 10 años.
 - Presión sanguínea de un hombre de 54 años.

Ejercicio 5.4 Se ha llevado a cabo un ajuste lineal a una nube de puntos formada por observaciones de dos variables X e Y y se ha obtenido un coeficiente de determinación de 0.03. Discutid si las siguientes afirmaciones son ciertas y por qué:

- El coeficiente de correlación lineal entre X e Y valdrá 0.173.
- La covarianza entre X e Y puede ser negativa.
- Las variables X e Y son casi independientes.
- El coeficiente de determinación entre $-X$ e Y valdrá -0.03.
- El coeficiente de determinación entre $-X$ y $-Y$ valdrá 0.03.
- Sólo el 3% de la variabilidad total de Y queda sin explicar en el modelo.

Ejercicio 5.5 Dada la siguiente distribución bidimensional encontrar el modelo de regresión (lineal o parabólico) que mejor se ajuste a la nube de puntos.

x_i	1	1	2	3	4	5	5	6
y_i	13	15	18	19	21	16	20	14

Ejercicio 5.6 Los datos siguientes forman parte de un anuncio publicado por un joyero de Singapur en el periódico Straits Times el 29 de febrero de 1992. Estos datos hacen referencia al precio (en dólares de Singapur) de anillos que llevan un diamante. El tamaño de un diamante, que se indica en quilates (1 quilate=200 mg).

tamaño	0.17	0.16	0.17	0.25	0.16	0.15	0.21	0.15
precio	355	328	350	675	342	322	483	323
tamaño	0.16	0.17	0.16	0.17	0.18	0.23	0.23	0.12
precio	345	352	332	353	438	595	553	223

Ajustad un modelo lineal a estos datos y decidid si el ajuste obtenido es bueno. Comprobad si se cumplen para los residuos las suposiciones de independencia y de varianza constante.

Ejercicio 5.7 Las ecuaciones siguientes

$$\hat{Y} = -\frac{5}{3}X - \frac{4}{3}, \quad \hat{X} = -\frac{1}{2}Y - \frac{1}{2},$$

representan las rectas de regresión lineal de una distribución estadística bivariable. Hallad los coeficientes de determinación y de correlación entre las variables X e Y .

Ejercicio 5.8 Dos distribuciones estadísticas tienen como rectas de regresión de Y sobre X , respectivamente,

$$\hat{Y} = \frac{5}{3} + \frac{1}{4}X, \quad \hat{Y} = 2 + \frac{3}{5}X,$$

Puede asegurarse que la segunda distribución tiene un coeficiente de determinación mayor que la primera?

Ejercicio 5.9 De una distribución estadística bivariante se conocen $\bar{x} = 5$, $\bar{y} = 8$, $CV_Y = 3CV_X$. Mediante la recta de regresión de Y sobre X , cuál es la predicción del modelo para un valor de $x = 6$,

- a) en el caso que $R^2 = 0$?
- b) en el caso que $R^2 = 1$?