

TEMA 7: Modelos discretos

Examen Junio 2003.- Andrés, Jaime y Pedro se plantean el siguiente juego: se lanza al aire un dado equilibrado con seis caras numeradas de uno a seis. Se considera que el jugador gana cuando el resultado del dado es cuatro o seis, y recibe diez euros. En otro caso, no recibe nada. Cada apuesta (un lanzamiento) es de cinco euros.

- a) Si Andrés juega en cinco ocasiones, ¿cuál es la probabilidad de que acierte a lo sumo una vez? ¿Cuál es el número medio de aciertos en esas cinco ocasiones?
- b) Jaime decide jugar sesenta veces, ¿cuál es la probabilidad de que acierte en al menos treinta ocasiones?
- c) Pedro jugará tantas veces como sea necesario hasta conseguir acertar una vez. Calcula la probabilidad de que tenga que jugar al menos tres veces. Obtén el número medio de veces que tiene que jugar para conseguir su objetivo.
- d) ¿Cuál será el beneficio medio obtenido por cada jugador?

Examen Junio 2002.- La probabilidad de que un frigorífico tenga un defecto de fábrica es $p = \frac{1}{20}$. Cada día se producen de forma independiente 60 frigoríficos. Sea X el número de frigoríficos defectuosos fabricados en un día.

- a) ¿Cuál es el número medio de frigoríficos defectuosos producidos en un día? ¿Y en un año? ¿Cuál es la probabilidad de que en un día no se produzca ningún frigorífico defectuoso?
- b) ¿Cuál es el número medio de frigoríficos que hemos de producir para obtener el primer frigorífico defectuoso? ¿Qué probabilidad hay de que el último frigorífico producido sea el primer defectuoso del día?
- c) Unos grandes almacenes que compran los frigoríficos a esta fábrica han comprobado que el número de frigoríficos vendidos en un día sigue una distribución Poisson de parámetro $\lambda=1$. ¿cuál es el número medio de frigoríficos vendidos en una semana? ¿Qué probabilidad hay de vender más de tres frigoríficos en una semana?
- d) En un día que se venden 3 frigoríficos, ¿qué probabilidad hay de que al menos uno sea defectuosos?

Examen Junio 2001.- El número de pacientes atendidos cada día en un hospital sigue una distribución de Poisson, siendo 9 el número medio de llegadas. Requieren hospitalización las $\frac{2}{3}$ partes de los pacientes que acuden al hospital.

- a) Calcula la probabilidad de que el número de pacientes que acuden al hospital en un día sea superior a 4.
- b) Si el hospital cuenta en un día determinado con 5 camas disponibles, calcula la probabilidad de que el servicio de hospitalización se colapse

- c) Sabiendo que la variable aleatoria X sigue una distribución de Poisson de parámetro λ , calcula $E(X-\lambda)$.

Examen Septiembre 2001.- En una empresa de fabricación de piezas de ordenador, se sabe que el seis por ciento de las piezas que produce una determinada máquina son defectuosas:

- a) Se toma una pieza al azar y sea la variable X_1 que vale 1 si la pieza es defectuosa y 0 en caso contrario. Halla la media y la desviación típica de esta variable.
- b) Si la máquina produce 20 piezas al día, ¿cuál es la probabilidad de que no haya entre ellas ninguna pieza defectuosa? Calcula la probabilidad de que no haya más de una pieza defectuosa. Halla el número medio de piezas defectuosas que se producen en un día, así como la desviación típica del número de piezas defectuosas entre las 20 fabricadas.
- c) Suponiendo que la máquina produce tantas piezas como sean necesarias, halla la probabilidad de que la primera pieza defectuosa sea la cuarta, ¿cuál es el número esperado de piezas que se deben fabricar hasta encontrar una defectuosa?

Examen Junio 1998.- Supongamos que un producto farmacéutico M ha sido autorizado por el Ministerio de Sanidad y Consumo, pues se ha comprobado su efectividad y no se han encontrado efectos secundarios notables a corto plazo. Pasados 10 años se desea evaluar los efectos secundarios a largo plazo. Para realizar un estudio válido se necesitan 3 o más personas que hayan consumido el producto M durante ese período. Se conoce que la proporción de tales consumidores del producto M en la población es del 25 por ciento. Se seleccionan 30 individuos de la población a los que se preguntará si consumen el medicamento, Sea X el número de personas de entre los 30 entrevistados que consumen el medicamento y, por tanto, son elegibles para el estudio. Puede suponerse que el consumo es independiente entre los distintos individuos:

- a) ¿Qué distribución sigue la variable X ? ¿Cuál es la probabilidad de que el número de individuos elegibles sea suficiente para que se pueda llevar a cabo el estudio?
- b) ¿Cuál es el valor esperado de individuos elegibles entre los entrevistados?
- c) Supongamos ahora que $X = 2$ y, por lo tanto, necesitamos otro individuo elegible. Si seleccionamos al azar individuos en la población hasta encontrarlo, ¿Cuál es la probabilidad de que haya que entrevistar a más de 3 personas?

Examen Junio 1998.- En un puesto ambulante se venden hamburguesas y perritos calientes. Se ha comprobado que la cantidad de hamburguesas vendidas en una hora sigue una distribución de Poisson con media 2, y que la distribución del número de perritos vendidos en el mismo tiempo es también de Poisson pero con varianza 4. Se sabe además que ambas distribuciones son independientes.

- Halla la probabilidad de que en una hora se venda alguna hamburguesa.
- Calcula la probabilidad de que en una hora se vendan menos de 3 perritos calientes.
- Supongamos que cada hamburguesa se vende a 300 pesetas y cada perrito a 200. Halla la media y la desviación típica de la recaudación obtenida en una hora.

Examen Septiembre 1996.- La cantidad de mujeres que acuden en un día a cierta peluquería unisex sigue una distribución de Poisson con media 7, mientras que el número de clientes masculinos se distribuyen también como una Poisson pero con varianza 3. Además, se ha comprobado que el número de mujeres que acuden a dicha peluquería es independiente del número de hombres que lo hacen.

- ¿Cuál es la probabilidad de que en un día no acuda ningún hombre? ¿Y la de que acudan menos de 3 mujeres?
- Halla la probabilidad de que en un determinado día acuda alguna persona a la peluquería.
- Si se sabe que el número de clientes fue menor que 3, ¿cuál es la probabilidad de que hayan acudido más mujeres que hombres?
- Halla la probabilidad de que en una semana haya habido más de un día en que acudieron a la peluquería exactamente 4 hombres (suponer que la peluquería abre seis días a la semana)

Examen Junio 1995.- Como parte de un proceso de selección, una empresa examina a los candidatos utilizando una prueba tipo test con cinco preguntas. En cada pregunta es posible elegir entre cuatro respuestas de las que sólo una es correcta. Se obtiene un punto por cada respuesta elegida correctamente y cero puntos por cada elección incorrecta. Para pasar a la siguiente fase del proceso de selección hacen falta al menos cuatro puntos. Un candidato, pese a no tener ningún conocimiento, decide presentarse a esta prueba y elegir en cada pregunta una respuesta totalmente al azar. Se pide:

- Calcula la probabilidad de que el candidato pase a la siguiente fase del proceso de selección.
- Calcula la probabilidad de que no acierte ninguna pregunta y halla su puntuación esperada.
- Si se presentan diez candidatos en estas mismas condiciones, calcula la probabilidad de que apruebe al menos uno.

Examen Septiembre 1995.- El número de veces a la semana que un proveedor surte a unos grandes almacenes viene dado por una variable aleatoria X cuya función de probabilidad es

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,1	0,2	0,3	0,4

Se pide:

- a) Calcula y dibuja la función de distribución de la v.a. X .
- b) Calcula la media y la varianza del número de veces semanal que el proveedor surte a los grandes almacenes.
- c) Supongamos que hay seis proveedores cuyo número de visitas semanales sigue la misma distribución que X . Calcula la probabilidad de que exactamente tres de ellos vayan a los grandes almacenes menos de dos veces por semana.

Examen Junio 1995.- El número de huelgas por mes en una determinada fábrica sigue una distribución de Poisson. Se sabe además que el número medio de huelgas al mes es dos. Se pide:

- a) Calcula la probabilidad de que en un mes no haya más de dos huelgas.
- b) Suponiendo que el número de huelgas ocurridas en un mes determinado es independiente del número de huelgas en el mes siguiente, halla la probabilidad de que en dos meses consecutivos no haya ninguna huelga.
- c) Si en un mes hubo al menos dos huelgas, ¿cuál es la probabilidad de que no haya más de cuatro?