

Clase de Practicas

Estudio por Simulación de las Propiedades de algunos Tests Paramétricos.

24 de Marzo de 2004

1. Se sabe que la concentración de testosterona en la saliva de una atleta sigue una distribución normal con media $m_0 = 5$ pg/ml y desviación típica $\sigma = 5$. Sin embargo, si la atleta se ha dopado esta concentración aumenta y en promedio es igual a $m_1 = 10$.

- Si observamos la concentración X de testosterona en la saliva de una atleta se quiere contrastar H_0 :“la atleta no se ha dopado” frente a H_1 :“la atleta se ha dopado”.
- Fijamos $\alpha = 5\%$ (riesgo de equivocarse al afirmar que la atleta se ha dopado). La regla de decisión para este contraste será:

Rechazar H_0 si $X > u_{5\%}$

donde $u_{5\%} = 5 + 1.64\sigma$ (ver apuntes).

- (a) Estudiar por simulación la potencia del test en función:

- i. de la varianza σ^2 .
- ii. de la distancia entre m_1 y m_0 .

2. Un fabricante pretende producir bombillas con una “duración de vida” mayor que las que se encuentran en el mercado.

- Se sabe que una bombilla estándar tiene una duración media igual a $m_0 = 5$ meses.
- Se supone que la duración X de una bombilla sigue una exponencial con media m (desconocida).

- A partir de una muestra de n bombillas se quiere contrastar las hipótesis

$$H_0 : m > m_0 \text{ frente a } H_1 : m \leq m_0$$

- Fijamos el riesgo $\alpha = 5\%$ de equivocarnos cuando decidimos que la afirmación del fabricante es falsa.
- El test UMP será aquí:

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } \sum_{i=1}^n X_i < u_\alpha$$

donde u_α verifica

$$\mathbf{P} \left(\sum_{i=1}^n X_i < u_\alpha \mid H_0 \right) \leq \alpha$$

- (a) Calcular el umbral utilizando el teorema central del límite y comparar este umbral asintótico con el que se obtiene mediante simulación (considerar varios valores del tamaño muestral n).
- (b) Estudiar por simulación la potencia del test en función:
 - i. del tamaño n de la muestra.
 - ii. de la “distancia” entre m y m_0 .