Hoja de Ejercicios # 6

1.- Se dispone de una muestra aleatoria simple, de tamaño n de una distribución con función de distribución teórica:

$$F_\theta(x) = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x^\theta & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{array} \right. ,$$

siendo $\theta > 0$. Se pide:

(a) Determinar el contraste de razón de verosimilitudes para contrastar con nivel de significación α, $H_0 : \theta \leq \theta_0$ frente a $H_1 : \theta > \theta_0$.

(b) Comprobar que el contraste del apartado (a) es uniformemente de máxima potencia.

2.- Se dispone de una muestra aleatoria simple de una distribución geométrica con función de probabilidad es:

$$f_\theta(x) = (1-\theta)\theta^x, \ \textit{para } x \in \{0, 1, 2, \ldots\},$$

donde θ es probabilidad desconocida. Se pide:

(a) Determinar el contraste de razón de verosimilitudes para contrastar con nivel de significación α, $H_0 : \theta \leq \theta_0$ frente a $H_1 : \theta > \theta_0$.

(b) Comprobar que el contraste del apartado (a) es uniformemente de máxima potencia.

Notas auxiliares

- Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ son v.a. independientes e igualmente distribuidas según una distribución geométrica de parámetro θ, entonces $\sum_{i=1}^n X_i$ se distribuye como una distribución binomial negativa de parámetros n y θ con función de probabilidad dada por:

$$\Pr_\theta\left\{\sum_{i=1}^n X_i = r\right\} = \binom{n+r-1}{r}(1-\theta)^n\theta^r, \ \textit{para } r \in \{0, 1, 2, \ldots\}.$$