

Hoja de Ejercicios # 2

1.- Se dispone de una muestra aleatoria simple (m.a.s.) de tamaño n de una población normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, donde σ es un valor positivo conocido y μ puede valer μ_0 y μ_1 , con $\mu_1 > \mu_0$. Se pide:

(a) Contrastar, con nivel de significación α , $H_0 : \mu = \mu_0$ frente a $H_1 : \mu = \mu_1$.

(b) Calcule el riesgo β asociado a rechazar la hipótesis alternativa cuando esta es cierta.

(c) Sean $\mu_0 = 15$, $\mu_1 = 18$ y $\sigma = 1$, y sean $x_1 = 17.5$, $x_2 = 16.2$, $x_3 = 19.1$ los valores en una m.a.s. de 3 individuos. Utilice el contraste del apartado (a) y evalúe el riesgo β calculado en (b).

2.- Sobre una variable aleatoria X se desea contrastar la hipótesis:

$$H_0 : f_0(x) = \frac{1}{20} \quad x = 1, 2, \dots, 20$$

frente a

$$H_1 : f_1(x) = \begin{cases} \frac{6}{10} & \text{si } x = 1 \\ \frac{15}{100} & \text{si } x = 2, 3 \\ \frac{1}{170} & \text{si } x = 4, 5, \dots, 20 \end{cases}$$

con un nivel de significación $\alpha = 0.1$ y muestras de tamaño 1. Consideremos las regiones $RC_1 = \{1, 2\}$, $RC_2 = \{1, 3\}$, y $RC_3 = \{1, 4\}$. Se pide:

(a) Demostrar que son regiones con nivel de significación 0.1.

(b) ¿Qué decisión tomaríamos con cada uno de los contrastes si obtuviésemos el valor muestral $x = 3$?

(c) Analizar si RC_1 y RC_2 son regiones críticas óptimas.

3.- Un fabricante de tornillos afirma que la diferencia (medida en mm) entre el tamaño verdadero y el tamaño teórico de los tornillos que produce sigue una distribución uniforme $\mathcal{U}(-1, 1)$. Sin embargo, la competencia afirma que sigue una distribución uniforme $\mathcal{U}(-2, 2)$. Denotemos por $D_1, D_2, \dots, D_n$ las diferencias en una muestra aleatoria simple de n tornillos producidos por el fabricante. Se pide:

(a) Utilizando como estadístico de contraste a $T_1 = \max\{D_1, D_2, \dots, D_n\}$. Contrastar, con nivel de significación α , $H_0 : D \sim \mathcal{U}(-1, 1)$ frente a $H_1 : D \sim \mathcal{U}(-2, 2)$.

(b) Repita el apartado (a) utilizando como estadístico de contraste a $T_2 = \max\{|D_1|, |D_2|, \dots, |D_n|\}$.