

Números índice

La idea de números índice es medir las variaciones de la magnitud (por ejemplo el precio) de una o más variables en un periodo del tiempo.

Para construir un número índice simple, (I_t) se compara el precio P_t de una cantidad en el año t con el precio en un **año de referencia** P_0 .

Luego se define

$$I_t = \frac{p_t}{p_0} \times 100 \%$$

Ejemplo 97 *La siguiente tabla muestra el precio de lana en Canada (céntimos de dolares canadienses por libra) desde 1986 a 1993.*

Se ha tomado el año 1986 como año de referencia.

<i>AÑO</i>	<i>PRECIO</i>	<i>ÍNDICE</i>
1986	56,1	100,00
1987	65,6	116,93
1988	87,9	156,68
1989	75,2	134,05
1990	43,0	76,65
1991	29,3	52,23
1992	40,1	71,48
1993	36,7	65,42

El valor del índice en el año 1993 es

$$\frac{36,7}{56,1} \times 100 \% = 65,42$$

es decir que el precio de una libra de lana en 1993 es de un 65 % de su precio en 1986.

Propiedades de números índice

- Permiten comparar la evolución de los precios en distintos productos.

Es decir se puede ver si algunos productos han crecido relativamente más en precio que otros.

- Proporcionan fácilmente los crecimientos relativos respecto del año base:

$$I_t - 100\% = \frac{P_t - P_0}{P_0} \times 100\%.$$

- Proporcionan fácilmente los crecimientos relativos respecto a cualquier año:

$$\frac{I_t}{I_s} - 100\% = \frac{P_t/P_0 - P_s/P_0}{P_s/P_0} \times 100\%.$$

Ejemplo 98 *Una fabricante de patatas fritas quiere estudiar los precios de las materias primas; patatas (kgs), aceite (litros) y sal (kgs). Tiene los siguientes resultados (tomando el año base como 2001).*

año	patatas		aceite		sal	
	p_1	I_1	p_2	I_2	p_3	I_3
2001	14	100,0	88	100,0	40	100,0
2002	14	100,0	110	125,0	42	105,0
2003	15	107,1	120	150,0	44	110,0
2004	16	114,3	125	136,4	44	110,0

Se ve que en el periodo, el precio de aceite ha subido un 36 % mientras el precio de sal ha subido sólo un 10 %.

Índices compuestos

Si tenemos muchos productos, puede ser útil calcular un índice compuesto, por ejemplo para representar los cambios en la compra total.

Una idea sería simplemente sumar los precios de cada producto cada año y dividir por el total en el año base. Si tenemos k productos, entonces un índice compuesto sería

$$I_t^{\text{estupido}} = \frac{\sum_{j=1}^k P_{jt}}{\sum_{j=1}^k P_{j0}}$$

donde P_{jt} es el precio del producto j en el año t . Pero este índice no es muy lógico si los precios son para distintas cantidades de cada producto.

Ejemplo 99 *Volvemos al Ejemplo 98.*

	<i>patatas</i>		<i>aceite</i>		<i>sal</i>		$I^{estupido}$
<i>año</i>	p_1	I_1	p_2	I_2	p_3	I_3	
2001	14	100,0	88	100,0	40	100,0	100,0
2002	14	100,0	110	125,0	42	105,0	116,9
2003	15	107,1	120	150,0	44	110,0	126,1
2004	16	114,3	125	136,4	44	110,0	130,3

Supongamos que decidimos grabar el precio de sal por gramo. Entonces:

	<i>patatas</i>		<i>aceite</i>		<i>sal</i>		$I^{estupido}$
<i>año</i>	p_1	I_1	p_2	I_2	p_3	I_3	
2001	14	100,0	88	100,0	,040	100,0	100,0
2002	14	100,0	110	125,0	,042	105,0	121,6
2003	15	107,1	120	150,0	,044	110,0	132,3
2004	16	114,3	125	136,4	,044	110,0	138,2

Ha cambiado el índice. Este método no es nada razonable.

El índice con agregación simple

Una mejor idea es calcular un promedio de los índices.

Si tenemos k productos distintos con k índices I_{1t}, \dots, I_{kt} (calculados respecto al mismo año base) entonces el **índice con agregación simple** es

$$I_t^{AS} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k I_{jt}$$

Ejemplo 100 Retomando el Ejemplo 98, la tabla muestra el índice con agregación simple I_t^{AS} con respecto al año base 2001.

año	patatas		aceite		sal		I^{AS}
	p_1	I_1	p_2	I_2	p_3	I_3	
2001	14	100,0	88	100,0	40	100,0	100,0
2002	14	100,0	110	125,0	42	105,0	110,0
2003	15	107,1	120	150,0	44	110,0	122,4
2004	16	114,3	125	136,4	44	110,0	120,2

El valor del índice para 2002 es

$$\frac{1}{3}(100,0 + 125,0 + 105,0) = 110,0$$

Todavía este índice tiene un inconveniente serio.

El inconveniente

No tiene en cuenta la importancia relativa de cada producto.

Ejemplo 101 *Supongamos que tenemos las cantidades de cada producto usado para producir un lote de patatas fritas.*

año	patatas		aceite		sal	
	P_1	Q_1 kg	P_2	Q_2 l	P_3	Q_3 kg
2001	14	53	88	5	40	3
2002	14	53	110	4	42	2
2003	15	54	120	4	44	2
2004	16	55	125	4	44	1

Q_j representa el consumo de cada producto. Se usan más patatas que cualquier de las otras dos materias.

Necesitamos tomar en cuenta **el consumo** total de cada producto. En este caso, podemos definir un **número índice con agregación ponderada**.

Existen varias posibilidades.

El índice de Laspeyres

Supongamos que tenemos la cantidad de consumo Q_{jt} de producto j en cada año t .

Entonces, consideramos el año base ($t = 0$). El gasto total en el producto j es $P_{jt} \times Q_{jt}$.

Luego, se define el **índice de Laspeyres** para el año t como

$$I_t^L = \frac{\sum_{j=0}^k P_{jt} \times Q_{j0}}{\sum_{j=0}^k P_{j0} \times Q_{j0}} \times 100 \%$$

El índice de Laspeyres representa el cambio en el gasto total desde el año base, suponiendo que las cantidades de consumo de cada producto son iguales que en el año base.

Ejemplo 102 *Retomamos el Ejemplo anterior.*

año	patatas		aceite		sal		I^L
	P_1	Q_1 kg	P_2	Q_2 l	P_3	Q_3 kg	
2001	14	53	88	5	40	3	100,0
2002	14	53	110	4	42	2	108,9
2003	15	54	120	4	44	2	117,3
2004	16	55	125	4	44	1	123,3

El coste total del consumo en el año base es

$$14 \times 53 + 88 \times 5 + 40 \times 3 = 1302.$$

El índice para 2004 es entonces

$$\frac{16 \times 53 + 125 \times 5 + 44 \times 3}{1302} \times 100\% = 123,3$$

El inconveniente de este método es si los hábitos de consumo cambian mucho a lo largo del tiempo, no lo toma en cuenta. Además tiende a sobrevalorar las subidas en precio.

El índice de Paasche

En este caso, se pondera los precios cada año con las cantidades de consumo del propio año. Entonces

$$I_t^P = \frac{\sum_{j=0}^k P_{jt} \times Q_{jt}}{\sum_{j=0}^k P_{j0} \times Q_{jt}} \times 100\%.$$

Evaluación del índice de Paasche es un poco más complicado, ya que se tiene que calcular el denominador de nuevo para cada año.

Este método tiende a subestimar las subidas en precio.

Ejemplo 103 Volviendo al Ejemplo anterior.

año	patatas		aceite		sal		I^P
	P_1	Q_1 kg	P_2	Q_2 l	P_3	Q_3 kg	
2001	14	53	88	5	40	3	100,0
2002	14	53	110	4	42	2	107,8
2003	15	54	120	4	44	2	116,0
2004	16	55	125	4	44	1	122,5

El valor del índice en 2002 es

$$\frac{14 \times 53 + 110 \times 4 + 42 \times 2}{14 \times 53 + 88 \times 4 + 40 \times 2} \times 100 = 107,8$$

El valor del índice en 2004 es

$$\frac{146 \times 55 + 125 \times 4 + 44 \times 1}{14 \times 55 + 88 \times 4 + 40 \times 1} \times 100 = 122,5$$

De vez en cuando se usa el **índice de Fisher** que se define como

$$I_t^F = \sqrt{I_t^L \times I_t^P}$$

y es un intento a mantener las ventajas de ambos índices.

El índice de precios al consumo (IPC)

Describe la evolución de los precios de consumo a lo largo del tiempo. Cada diez años, se hace una **encuesta de presupuestos familiares** o EPF) para analizar la estructura de gastos de un amplio número de familias. Se considera el consumo de varios productos, los cuales conjuntamente forma **la cesta de compra**. Luego en los siguientes años se construye una forma de índice de Laspeyres basado en las cantidades de consumo del año del EPF.

En la mayoría de los países desarrollados, el IPC crece a lo largo del tiempo.

Pregunta del examen

Ejemplo 104 (*Examen de septiembre 2002*)

Las relaciones comerciales entre dos países, Northerland y Farland, vienen reflejadas en la siguiente información:

Northerland exportó a Farland:

<i>Productos</i>	<i>1995</i>		<i>2000</i>	
	<i>Precio</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Precio</i>	<i>Cantidad</i>
<i>E1</i>	<i>40</i>	<i>800</i>	<i>64</i>	<i>1400</i>
<i>E2</i>	<i>14</i>	<i>1500</i>	<i>22</i>	<i>600</i>
<i>E3</i>	<i>24</i>	<i>200</i>	<i>28</i>	<i>500</i>

Northerland importó de Farland:

<i>Productos</i>	<i>1995</i>		<i>2000</i>	
	<i>Precio</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Precio</i>	<i>Cantidad</i>
<i>M1</i>	<i>8</i>	<i>200</i>	<i>10</i>	<i>410</i>
<i>M2</i>	<i>20</i>	<i>100</i>	<i>18</i>	<i>300</i>
<i>M3</i>	<i>22</i>	<i>50</i>	<i>30</i>	<i>100</i>
<i>M4</i>	<i>16</i>	<i>320</i>	<i>20</i>	<i>150</i>

Se pide:

- a) Hallar el índice de Paasche para la exportación y para la importación con base 1995 = 100. Interpretar los resultados. (1 punto)
- b) Hallar el índice de relación real de cambio (que se define como el cociente entre los índices de precios de Paasche de exportaciones e importaciones), interpretando su resultado. (1 punto)
- c) Sabiendo que el índice de Laspeyres para las exportaciones de Northerland sobre otro país del año 2000 con base en el 1995 es 1,512 (151,2 %), hallar el precio del producto E1 en el año 2000. (1 punto)

<i>Productos</i>	<i>1995</i>		<i>2000</i>
	<i>Precio</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Precio</i>
<i>E1</i>	<i>4</i>	<i>400</i>	
<i>E2</i>	<i>12</i>	<i>100</i>	<i>23</i>
<i>E3</i>	<i>21</i>	<i>230</i>	<i>8</i>