

# Métodos Bayesianos

## Ejercicios sobre variables estadísticas

*Los ejercicios para entregar son marcados con un asterisco.*

1. Sea  $Y|\theta \sim Exponential(\theta)$  con  $\theta \sim Gamma(\alpha, \beta)$ .
  - a) Hallar la distribución conjunta de  $Y$  e  $\theta$ .
  - b) Calcular la distribución marginal de  $Y$ .
  - c) Calcular la media de  $Y$ .
  - d) Calcular la distribución de  $\theta$  dado  $Y = y$ .
2. Sea  $Y|\mu \sim Normal(\mu, \sigma^2)$  con  $\mu \sim Normal(m, v)$  y  $\sigma$  conocido.
  - a) Hallar la distribución conjunta de  $Y$  e  $\mu$ .
  - b) Calcular la distribución marginal de  $Y$ .
  - c) Calcular la media de  $Y$ .
  - d) Calcular la distribución de  $\mu$  dado  $Y = y$ .
- 3\*. Sea  $Y|\theta \sim Uniforme[0, \theta]$ , es decir que

$$f(y|\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & \text{si } 0 < y < \theta \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Supongamos que  $\theta$  tiene una distribución Pareto:  $\theta \sim Pareto(\alpha, \beta)$  donde  $\alpha, \beta > 0$ , con función de densidad

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{\alpha\beta^\alpha}{\theta^{\alpha+1}} & \text{si } \theta > \beta \\ 0 & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

- a) Hallar la distribución conjunta de  $Y$  e  $\theta$ .
- b) Calcular la distribución marginal de  $Y$ .
- c) Calcular la media de  $Y$ .
- d) Calcular la distribución de  $\theta$  dado  $Y = y$ .