

Ejemplo de un examen

1. El 42% de la población activa de cierto país está formada por mujeres. Se sabe que un 24% de las mujeres y un 16% de los hombres están en el paro.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar de la población activa en esta país este en el paro?
 - (b) Hallar la probabilidad de que una persona de la población activa sea hombre parado.
 - (c) Si hablas con una persona de la población activa y surge que está en el paro, calcular la probabilidad de que sea hombre.

2. Una variable estadística, Y , tiene una distribución de Rayleigh si su función de densidad es:

$$f(y|\sigma^2) = \frac{y}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$$

para $y > 0$ donde $\sigma^2 > 0$.

- (a) Demostrar que esta distribución es una familia exponencial.
 - (b) Usar el resultado anterior para encontrar el núcleo de una distribución a priori conjugada para σ^2 .
 - (c) Dada una muestra y_1, \dots, y_n , hallar el núcleo de la distribución a posteriori para σ^2 .
 - (d) Calcular la media a posteriori de $1/\sigma^2$.
3. Habitualmente, aproximadamente 40% de los pacientes con una cierta enfermedad no sobreviven. Se va a hacer un ensayo con un nuevo tratamiento y dados los resultados prometedores de ensayos anteriores, el médico pone una distribución a priori beta(10,20) sobre la probabilidad de muerte dado el tratamiento.
 - (a) Si 12 de 35 pacientes en el ensayo no sobreviven, hallar la distribución a posteriori del médico de la probabilidad de supervivencia.
 - (b) El médico planifica seguir el ensayo con otros diez pacientes.

- i. Calcular la esperanza del número de pacientes que sobrevivirán.
 - ii. Calcular la varianza del número que sobrevivirán.
4. Se supone que la velocidad de un coche en un cierto punto de una autopista sigue una distribución normal con desviación típica de 10 km/h.
 - (a) Si se miden las velocidades de treinta coches y la velocidad media es de 110 km/h, hallar la distribución a posteriori de la verdadera velocidad media suponiendo una distribución a priori uniforme.
 - (b) Calcular la probabilidad predictiva (a posteriori) de que un coche supere el límite de 100 km/h en este punto.
5. Explica brevemente el uso del muestreo Gibbs para la inferencia bayesiana.