

## Ejemplo de un examen

1. En una ciudad determinada, el 30% de las personas son conservadores, el 50% son liberales y el 20% son independientes. Los registros muestran que en unas elecciones concretas, votaron el 65% de los conservadores, el 82% de los liberales y la mitad de los independientes. Si se selecciona al azar una persona de la ciudad:
  - (a) Hallar la probabilidad de que no votase en las elecciones pasadas.
  - (b) Sabiendo que no había votado en las elecciones pasadas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un liberal?
2. Se ha lanzado una moneda 10 veces y se han obtenido menos de 2 caras. Sea la distribución a priori de la probabilidad de cara,  $\theta$ , es una  $\text{Beta}(3, 3)$ .
  - (a) Determinar la distribución a posteriori de  $\theta$ .
  - (b) Calcular la media a posteriori de  $\theta$ .
3. Sea  $Y|\theta \sim \text{Normal}(\theta, 1)$  con distribución a priori  $\theta \sim \text{Normal}(4, 1/3)$ . Dada la muestra,  $n = 10$  y  $\bar{y} = 6$ :
  - (a) Hallar la distribución a posteriori de  $\theta$ .
  - (b) Calcular un intervalo de 95% de credibilidad para  $\theta$ .
  - (c) ¿Cuál sería la distribución predictiva de una nueva observación de  $Y$ ?
4.
  - (a) Definir el factor de Bayes entre dos hipótesis  $H_0$  y  $H_1$ .
  - (b) Suponiendo que las dos hipótesis son puntuales,  $H_0 : \theta = \theta_0$  frente a  $H_1 : \theta = \theta_1$ , deducir que el factor Bayes es igual a la razón de verosimilitudes.
  - (c) Se toma una observación,  $y$ , de una distribución exponencial:  $f(y|\theta) = \theta e^{-\theta y}$  para  $y > 0$ . Se quiere contrastar  $H_0 : \theta = 3$  frente a  $H_1 : \theta = 6$ . Hallar el factor Bayes a favor de  $H_1$ .
5. Imagínese que tiene un(a) amigo/a en otra universidad que sólo ha estudiado estadística clásica. Escríbale una carta que resuma las ventajas y desventajas de la estadística Bayesiana y que muestre algunos de los puntos débiles de la estadística frecuentista.