

Ejemplo de un examen

1. En una ciudad determinada, el 30% de las personas son conservadores, el 50% son liberales y el 20% son independientes. Los registros muestran que en unas elecciones concretas, votaron el 65% de los conservadores, el 82% de los liberales y la mitad de los independientes. Si se selecciona al azar una persona de la ciudad:
 - (a) Hallar la probabilidad de que no votase en las elecciones pasadas.
 - (b) Sabiendo que no había votado en las elecciones pasadas, ¿cuál es la probabilidad de que sea un liberal?
2. Se ha lanzado una moneda 10 veces y se han obtenido menos de 2 caras. Sea la distribución a priori de la probabilidad de cara, θ , es una $\text{Beta}(3, 3)$.
 - (a) Determinar la distribución a posteriori de θ .
 - (b) Calcular la media a posteriori de θ .
3. Sea $Y|\theta \sim \text{Normal}(\theta, 1)$ con distribución a priori $\theta \sim \text{Normal}(4, 1/3)$. Dada la muestra, $n = 10$ y $\bar{y} = 6$:
 - (a) Hallar la distribución a posteriori de θ .
 - (b) Calcular un intervalo de 95% de credibilidad para θ .
 - (c) ¿Cuál sería la distribución predictiva de una nueva observación de Y ?
4.
 - (a) Definir el factor de Bayes entre dos hipótesis H_0 y H_1 .
 - (b) Suponiendo que las dos hipótesis son puntuales, $H_0 : \theta = \theta_0$ frente a $H_1 : \theta = \theta_1$, deducir que el factor Bayes es igual a la razón de verosimilitudes.
 - (c) Se toma una observación, y , de una distribución exponencial: $f(y|\theta) = \theta e^{-\theta y}$ para $y > 0$. Se quiere contrastar $H_0 : \theta = 3$ frente a $H_1 : \theta = 6$. Hallar el factor Bayes a favor de H_1 .
5. Imagínese que tiene un(a) amigo/a en otra universidad que sólo ha estudiado estadística clásica. Escríbale una carta que resuma las ventajas y desventajas de la estadística Bayesiana y que muestre algunos de los puntos débiles de la estadística frecuentista.