



Estadística aplicada a las Ciencias Políticas y Derecho

Examen final

La duración del examen es de 2 horas y media. Responder a todas las preguntas. El ejercicio 1 vale 5 puntos (1 para cada apartado) y los ejercicios 2 y 3 valen 2,5 puntos cada una. Responder al ejercicio 2 en una hoja y al ejercicio 3 en otra hoja. Recuerde poner su nombre y grupo en todas las hojas.

Alumno: _____

Grupo: _____

Fecha: _____

Marcar con X la respuesta correcta de cada apartado de la pregunta 1 en la siguiente tabla.

Apartado	Respuesta correcta			
	a	b	c	d
1 a)	X			
1 b)			X	
1 c)		X		
1 d)			X	
1 e)			X	

Ejercicio 1.

- a. En el ayuntamiento de la Chimbomba, se quiere conocer la satisfacción de los ciudadanos con los servicios locales. Para ello se realiza un cuestionario de satisfacción y se les pide que valoren, en una escala continua de 0 a 5, los servicios locales. El valor 0 identifica unos servicios pésimos y el 5 identifica unos inmejorables servicios. La información de diez de los Chimbombenses entrevistados es:

2 1 4 1 3 4 1 1 5 3

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- (a) La moda es 1, la mediana es 2,5 y la media es 2,5.
- (b) La moda es 2,5, la mediana es 1 y la media es 2,5.
- (c) La moda es 1, la mediana es 2 y la media es 2,5.
- (d) Ninguna de las anteriores.

- b. Se dispone de datos correspondientes a las variables estadísticas X: número de hijos e Y: tipo de declaración de la renta. La variable X puede valer 0, 1, 2 y 3 o más, mientras que la variable Y puede tomar los valores: ordinaria (O), simplificada (S) o abreviada (A). La tabla siguiente resume los resultados de 240 familias encuestadas:

Tipo de declaración	Número de hijos			
	0	1	2	3 o más
O	10	20	10	50
S	20	20	20	0
A	50	20	20	0

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- (a) Entre las familias que hacen la declaración ordinaria, la proporción de familias que tienen 1 hijo es aproximadamente igual a 8.33%.
- (b) Entre las familias que hacen la declaración ordinaria, la proporción de familias que tienen 2 hijos es aproximadamente igual a 20.00%.
- (c) Entre las familias que hacen la declaración ordinaria, la proporción de familias que tienen 3 ó más hijos es aproximadamente igual a 55.56%.
- (d) Ninguna de las anteriores.
- c. En el nuevo parlamento europeo, hay 50 diputados españoles y de ellos, 21 son del PSOE. Si se eligen dos diputados españoles distintos de manera aleatoria, la probabilidad de que ambos pertenezcan al PSOE es
- (a) 0,1764
- (b) 0.1680
- (c) 0,4200
- (d) Ninguna de las anteriores.

- d. Se ha construido la siguiente tabla de frecuencias donde x_i representa el centro del intervalo, n_i la frecuencia absoluta, N_i la frecuencia absoluta acumulada, f_i la frecuencia relativa o proporción y F_i la frecuencia relativa acumulada.

Intervalos	x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
[0-10)	5	2	2	0.05	0.05
[10-20)	15				0.15
[20-40)	A	B	C	D	0.4
[40-50)		15			0.775
[50-100)			40		1

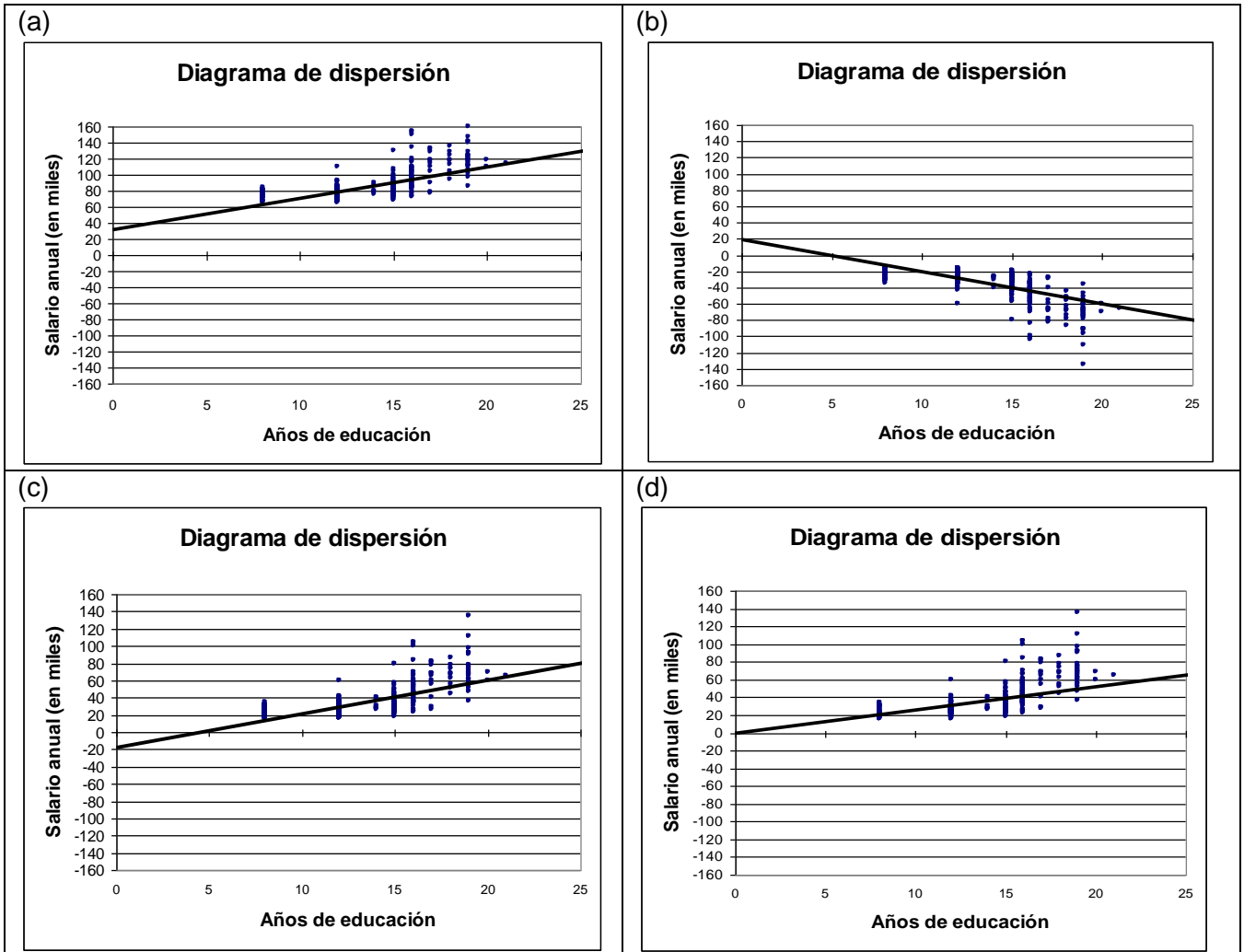
Los valores representados por **A**, **B**, **C** y **D** son

- (a) 25, 16, 16 y 0,25 respectivamente
- (b) 30, 10, 12 y 0,2 respectivamente
- (c) 30, 10, 16 y 0,25 respectivamente.
- (d) Ninguna de las anteriores.

e. Se ha realizado una encuesta a 474 empleados de una compañía multinacional. Entre los datos recogidos consta el salario anual (en miles de euros) y los años de educación. Se ha estimado la recta de regresión, asumiendo que el salario depende de los años de educación, obteniéndose:

$$\hat{y}_i = -18,33 + 3,90 * x_i.$$

Observando los siguientes gráficos realizados en Excel (Insertar→Gráfico...→XY(Dispersión)), ¿cuál es el que corresponde a la recta de regresión obtenida?



Ejercicio 2. La siguiente tabla muestra los resultados provisionales de las elecciones al parlamento europeo en porcentaje del voto emitido y número de eurodiputados.

Partido	Porcentaje del voto	Eurodiputados
PP	42,23	23
PSOE	38,51	21
CEU	5,12	2
IU-ICV-EUiA-BA	3,73	2
UPyD	2,87	1
Edp-V	2,50	1
Otros	5,04	0

Los votos en Otros están divididos entre 29 partidos distintos. Ninguna de las formaciones en este grupo recibió más de 2% de los votos.

- a. Si se elige uno de los nuevos eurodiputados aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al PP? **(0,5 puntos)**

$$0,460 = 23/50$$

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que un votante elegido al azar votó a un partido que ha conseguido 2 eurodiputados o menos? **(0,5 puntos)**

$$0,193 = (5,12+3,73+2,87+2,50+5,04)/100$$

- c. Se pregunta a un votante el partido al que ha votado y dice que votó a un partido que recibió menos de 4% del voto. ¿Cuál es la probabilidad de que votase a IU-ICV-EUiA-BA? **(0,5 puntos)**

$$0,264 = 3,73/(3,73+2,87+2,50+5,04)$$

- d. El número de votos emitidos fue de 15761963. ¿Cuántos votos obtuvo UPyD? **(0,5 puntos)**

$$452368 = 15761963 * 0,0287$$

- e. Hubo 18499909 abstenciones. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona se abstuviese? **(0,5 puntos)**

$$0,540 = 18499909 / (18499909+15761963)$$

(Nota: En este ejercicio realizar los cálculos con tres cifras decimales.)

Ejercicio 3. En el siguiente recuadro mostramos una noticia aparecida el 26 de febrero de 2009 en la edición digital del periódico *El Periódico*.

26/2/2009 16:34 H SONDEO DEL CENTRE D'ESTUDIS D'OPINIÓ

CiU y PSC empatan en intención de voto y ERC sube, según el barómetro de la Generalitat

EFE - BARCELONA

CiU y PSC obtendrían hoy un empate técnico y ERC subiría dos puntos si se celebraran elecciones autonómicas en Catalunya, según un sondeo del Centre d'Estudis d'Opinió (CEO), que también muestra que a los catalanes les preocupa mucho la crisis y, en concreto, el paro y la precariedad laboral.

El barómetro de opinión política de invierno del CEO se realizó entre el 19 y el 28 de enero del 2009 y **se preguntó telefónicamente a 2.000 catalanes** sobre su valoración de la política, los problemas de Catalunya y sus intenciones de voto.

El director del CEO, Gabriel Colomé, ha presentado hoy el sondeo en rueda de prensa y ha destacado que "muestra bastante estabilidad en intención de voto" y que la lectura política que se debe hacer es en relación con la crisis económica.

Reeditar el tripartito

Respecto el barómetro de octubre, **CiU registraría en las elecciones un aumento de dos décimas, para situarse en una intención de voto del 21,4%**, un poco por encima del PSC, que pierde seis décimas y se queda en el 21%. Con estos resultados, ambas formaciones mantienen el empate que se viene repitiendo en los sondeos desde junio del 2008.

El escenario político actual del tripartito se podría repetir puesto que tanto ERC (que sube 1,9 puntos y se situaría con el 9,8% de votos) como ICV (que pierde 1,2 puntos y obtendría el 5,9% de los sufragios) mantienen cifras similares a los barómetros anteriores.

El PPC sufre un descenso en su intención de voto de 1,5 puntos --con el 3,7% de los votos--, aunque hay que destacar que la encuesta se elaboró justo cuando se destapó la trama de espionaje en Madrid, mientras que Ciudadans estaría cerca de doblar sus votos al pasar de una intención de voto de 0,7% a un 1,3%.

- a) Utilizando los datos de la encuesta realizada por el Centre d'Estudis d'Opinió, calcula un intervalo de confianza del 95% para la proporción de intención de voto a favor de CiU. **(0,75 puntos)**

$$(0,196 \quad 0,232) = 0,214 \pm 1,96 \sqrt{\{0,214 * (1-0,214)/2000\}}$$

- b) Si denotamos por p_{CiU} la proporción de intención de voto a favor de CiU en Cataluña, realiza el contraste $H_0: p_{CiU} = 0,21$ frente a $H_1: p_{CiU} > 0,21$ al nivel $\alpha=0,05$ e interpreta los resultados del contraste **(1 punto)**

$$\text{El estadístico es } Z = (0,214-0,21) / \sqrt{\{0,21*(1-0,21)/2000\}} = 0,439$$

El punto crítico para el contraste es $Z_{0,05} = 1,64$ y como $0,439 < 1,64$ no se rechaza la hipótesis nula.

No hay evidencia a favor de la hipótesis de que la verdadera proporción de intención de voto a favor de CIU esté por arriba del 21%.

- c) Hallar un intervalo de confianza del 95% para la proporción de intención de voto a favor de ERC. Comentar los resultados en comparación con los del apartado a). **(0,75 puntos)**

$$(0,085 \ 0,111) = 0,098 \pm 1,96 \sqrt{0,098 * (1-0,098)/2000}$$

Como no solapan los intervalos, hay evidencia a favor de que las intenciones de voto de las dos formaciones sean distintas.

CHULETARIO OFICIAL

i) Resultados básicos (basados en una muestra de tamaño n)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad S_x^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} \right] - (\bar{X})^2 \quad \text{Cov}(X, Y) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n} \right] - (\bar{X} * \bar{Y}) \quad r(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{S_x * S_y}$$

ii) Regresión

La recta de mínimos cuadrados es $y = a + bx$ donde

$$b = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{S_x^2} = r(X, Y) * \frac{S_y}{S_x} \quad a = \bar{y} - (b * \bar{x})$$

iii) Intervalos de confianza de 95% (basada en una muestra de tamaño N) para

a) La media de una población normal (varianza conocida)

$$(\bar{x} - 1.96\sigma/\sqrt{N}, \bar{x} + 1.96\sigma/\sqrt{N})$$

b) Una proporción

$$\left(\hat{p} - 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}}, \hat{p} + 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} \right)$$

iv) Contrastes de hipótesis de nivel de significación α .

Z_α representa el punto tal que $P(Z < Z_\alpha) = 1 - \alpha$ donde Z tiene una distribución normal estándar.

para la media de una población normal (varianza conocida)

H_0	H_1	Región de rechazo
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{N}} < -Z_\alpha$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{N}} > Z_\alpha$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\sigma/\sqrt{N}} > Z_{\alpha/2}$

para una proporción

H_0	H_1	Región de rechazo
$p = p_0$	$p < p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} < -Z_\alpha$
$p = p_0$	$p > p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} > Z_\alpha$
$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\frac{ \hat{p} - p_0 }{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} > Z_{\alpha/2}$

v) Puntos críticos de la distribución normal estándar

$$P(Z \leq 1,64) = 0,95$$

$$P(Z \leq 1,96) = 0,975.$$

TABLAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

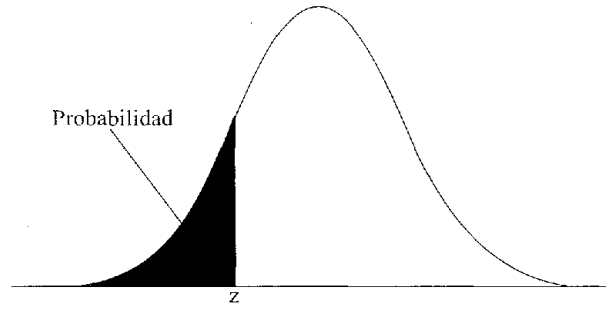


Tabla 3. Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,016	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

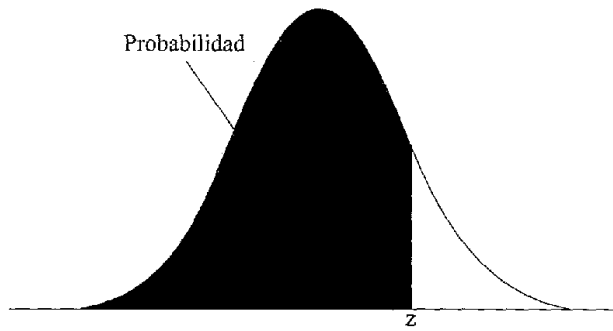


Tabla 3. (continuación) Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998