



# Estadística aplicada a las Ciencias Políticas y Derecho

## Examen final

La duración del examen es de 2 horas y media. Responder a todas las preguntas. La pregunta 1 vale 5 puntos (1 para cada apartado) y las preguntas 2 y 3 valoran 2,5 puntos cada una. Responder a la pregunta 2 en una hoja y a la pregunta 3 en otra hoja. Recordar poner su nombre y grupo en todas las hojas.

**Alumno:** \_\_\_\_\_

**Grupo:** \_\_\_\_\_

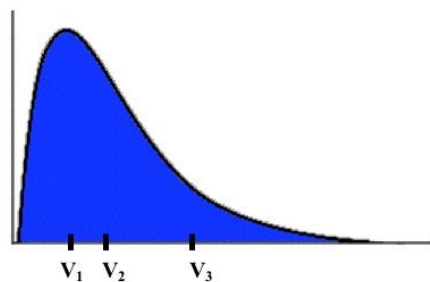
**Fecha:** \_\_\_\_\_

Marcar con X la respuesta correcta de cada apartado de la pregunta 1 en la siguiente tabla.

Pregunta	Respuesta correcta			
	a	b	c	d
1 a)				
1 b)				
1 c)				
1 d)				
1 e)				

### Ejercicio 1.

a. El siguiente gráfico muestra la distribución de sueldos en un gran país.



¿Cuál es la identificación correcta de  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ?

- a. La media es  $V_1$ , la mediana es  $V_2$  y la moda es  $V_3$ .
- b. La moda es  $V_1$ , la mediana es  $V_2$  y la media es  $V_3$ .
- c. La mediana es  $V_1$ , la moda es  $V_2$  y la media es  $V_3$ .
- d. La moda es  $V_1$ , la media es  $V_2$  y la mediana es  $V_3$ .

- b. En una encuesta sobre hábitos de salud se les pregunta a 30 alumnos de la universidad seleccionados al azar por el dinero que, en media, cada fin de semana gastan en consumo de alcohol obteniéndose los siguientes resultados:

Gasto en alcohol (€)	$n_i$	$f_i$
[0-10)	9	
[10-20)	9	
[20-30)	6	
[30-40)	3	0.1
[40-50]	3	0.1
Total	30	1

¿Qué proporción de alumnos gastan en alcohol 20 o más euros?

- a. 20%
- b. 40%
- c. 80%
- d. Ninguna de las anteriores.

- c. Los siguientes resultados (expresados como porcentajes) pertenecen al último sondeo del CIS.

Las personas, algunas veces, pertenecen a ciertos grupos o asociaciones. Para cada uno de los grupos que le voy a leer a continuación, dígame, por favor, si Ud.:

- 1. Pertenecer y participa activamente
- 2. Pertenecer, pero no participa activamente
- 3. Antes pertenecía, pero ahora no
- 4. Nunca ha pertenecido a ninguno de esos grupos

	1	2	3	4	N.C.
Un partido político	1.8	1.4	4.1	92.4	.3
Un sindicato o una asociación de empresarios	3.7	6.0	8.7	81.3	.2

Suponiendo que estos resultados son representativos de la población adulta en España, la probabilidad de que dos personas independientes pertenezcan, activamente o no, a un partido político es

- a. 0,0064
- b. 0,001024
- c. 0,64
- d. 0,146

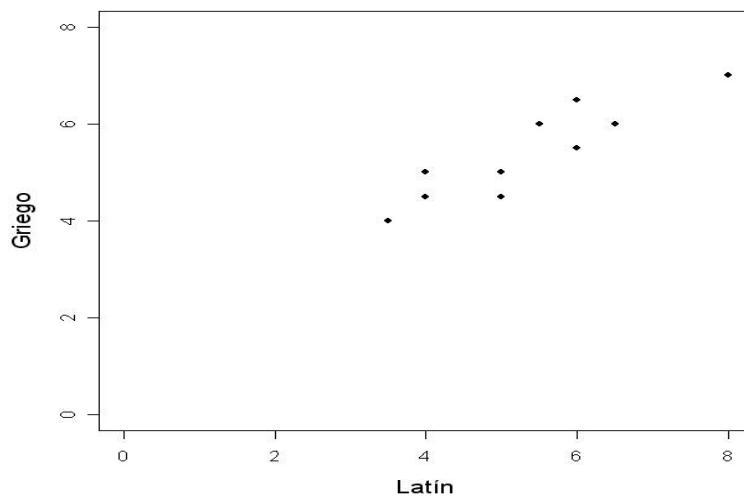
- d. Se ha tomado una muestra aleatoria de 10 madrileños que están trabajando y se les ha preguntado cuántas horas de trabajo realizan habitualmente cada semana. Los resultados son:

40	40	35	50	50	40	40	60	50	35
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Selecciona la respuesta correcta entre las siguientes:

- a. La moda y la mediana son iguales a 40, y la media es 44.
- b. La media y la moda son iguales a 40, y la mediana es 44.
- c. La media y la mediana son iguales a 40, y la moda es 44.
- d. Ninguna de las anteriores es correcta.

- e. El gráfico siguiente muestra los niveles de conocimiento de Griego y de Latín para 10 jueces. Llamamos Y al nivel de conocimiento de Griego y X al nivel de conocimiento de Latín. Si utilizamos la nota de Latín para determinar la nota en Griego mediante una recta de regresión, observando el diagrama de dispersión, ¿cuál de las opciones mostradas abajo podría ser la recta correcta?



- a.  $Y=1.97+0.64X$
- b.  $Y=1.97-0.64X$
- c.  $Y=-1.97+0.64X$
- d.  $Y=-1.97-0.64X$

**Ejercicio 2.** La siguiente tabla proporciona las evaluaciones realizadas por los ciudadanos de los ministros (en una escala de 0 a 10) del último sondeo del CIS.

Ministro	Sexo	Evaluación
Aído	M	3,82
Blanco	V	4,31
Caamaño	V	4,13
Chacón	M	5,06
Chaves	V	4,43
Corbacho	V	4,08
Corredor	M	3,62
Espinosa	M	4,16
Fernández de la Vega	M	5,02
Gabilondo	V	4,39
Garmendia	M	4,15
González Sinde	M	3,51
Jiménez	M	4,59
Moratinos	V	4,33
Rubalcaba	V	4,93
Salgado	M	4,51
Sebastián	V	3,94

Un ministro aprueba con una nota de 5 o más. *La Revista de Vallekas* decide elegir un ministro al azar para entrevistarle sobre los resultados del sondeo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un ministro elegido al azar esté aprobado en el sondeo? **(0,5 puntos)**
- Sabiendo que se ha elegido una ministra, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado? **(0,5 puntos)**
- Si se elige un ministro que ha suspendido con una nota muy mala, por debajo del 4, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón? **(0,5 puntos)**
- ¿Son independientes los sucesos “el ministro aprueba” y “el ministro es varón”? ¿Por qué? **(0,5 puntos)**
- ¿Cuál es la nota media de todos los ministros? **(0,5 puntos)**

**Ejercicio 3.** En el siguiente recuadro mostramos una noticia aparecida el 26 de marzo de 2009 en la edición digital del periódico *El Mundo*.

### Hillary Clinton supera en popularidad a su jefe y presidente Barack Obama



Actualizado jueves 26/03/2009 01:23 horas

Hillary Clinton goza de una gran confianza entre los estadounidenses, de los que el **71% aprueba su gestión como secretaria de Estado**, con lo que es incluso más popular que el propio presidente, Barack Obama, según un nuevo sondeo.

La encuesta, elaborada por la cadena de televisión CNN, indica que siete de cada 10 estadounidenses están contentos con la labor de Clinton como jefa de la diplomacia estadounidense, cargo que asumió formalmente el pasado 2 de febrero.

Pero Clinton no sólo goza de popularidad entre los estadounidenses de a pie, sino también disfruta de la confianza de sus colegas en el Congreso.

De hecho, **nueve de cada diez demócratas la apoyan**, algo que "no representa una sorpresa", según Keating Holland, el director de encuestas de CNN.

Lo que sí es notable, es que, también un **50% de los republicanos piensan que hace un buen trabajo al frente del Departamento de Estado**, frente al 43% que lo desapruaba, agregó este experto.

La encuesta de CNN fue elaborada a partir de entrevistas telefónicas a **1.019 estadounidenses** entre el 12 y 15 de marzo.

- Utilizando los datos de la encuesta publicada por CNN, calcula un intervalo de confianza al 95% para la proporción de espectadores que aprueban la gestión de Hillary Clinton. **(0,75 puntos)**
- Si denotamos por  $p_{HC}$  a la proporción de espectadores que aprueban la gestión de Hillary Clinton, ¿existen evidencias a favor de la hipótesis  $p_{HC} > 0.5$ ? Hacer un contraste al nivel de significación del 5%. **(0,75 puntos)**
- Suponiendo que 500 de los entrevistados eran republicanos y los demás demócratas, calcular intervalos de confianza al 95% para la proporción,  $p_{HC}^R$ , de republicanos y la proporción  $p_{HC}^D$ , de demócratas que aprueban la gestión de Hillary Clinton. Comentar los resultados. **(1 punto)**

## CHULETARIO OFICIAL

i) Resultados básicos (basados en una muestra de tamaño n)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad S_x^2 = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} \right] - (\bar{X})^2 \quad \text{Cov}(X, Y) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n} \right] - (\bar{X} * \bar{Y}) \quad r(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{S_x * S_y}$$

ii) Regresión

La recta de mínimos cuadrados es  $y = a + bx$  donde

$$b = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{S_x^2} = r(X, Y) * \frac{S_y}{S_x} \quad a = \bar{y} - (b * \bar{x})$$

iii) Intervalos de confianza de 95% (basada en una muestra de tamaño N) para

a) La media de una población normal (varianza conocida)

$$(\bar{x} - 1.96\sigma/\sqrt{N}, \bar{x} + 1.96\sigma/\sqrt{N})$$

b) Una proporción

$$\left( \hat{p} - 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}}, \hat{p} + 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} \right)$$

iv) Contrastes de hipótesis de nivel de significación  $\alpha$ .

$Z_\alpha$  representa el punto tal que  $P(Z < Z_\alpha) = 1 - \alpha$  donde  $Z$  tiene una distribución normal estándar.

a) para la media de una población normal (varianza conocida)

$H_0$	$H_1$	Región de rechazo
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{N}} < -Z_\alpha$
$\mu = \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{N}} > Z_\alpha$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\frac{ \bar{x} - \mu_0 }{\sigma/\sqrt{N}} > Z_{\alpha/2}$

b) para una proporción

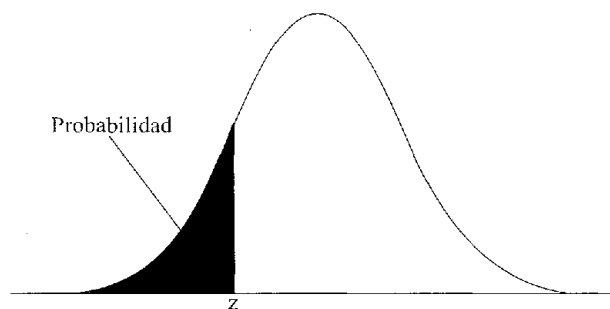
$H_0$	$H_1$	Región de rechazo
$p = p_0$	$p < p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} < -Z_\alpha$
$p = p_0$	$p > p_0$	$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} > Z_\alpha$
$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\frac{ \hat{p} - p_0 }{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{N}}} > Z_{\alpha/2}$

v) Puntos críticos de la distribución normal estándar

$$P(Z \leq 1,64) = 0,95$$

$$P(Z \leq 1,96) = 0,975.$$

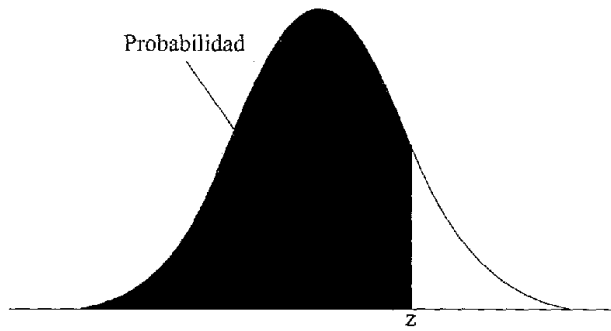
## TABLAS DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



**Tabla 3.** Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que  $z$

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,016	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641





**Tabla 3.** (continuación) Probabilidad de que una variable normal de media cero y desviación típica uno tome un valor menor que  $z$

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998