

HOJA DE EJERCICIOS 2 (Estadística II)

- Una persona puede llegar a clase tarde o a tiempo, y supongamos que su comportamiento es markoviano estacionario. Si llega tarde un día la probabilidad de que llegue pronto al día siguiente es 0,8. Por otro lado, si llega a tiempo un día, entonces la probabilidad de que llegue tarde al día siguiente es 0,5.
 - Si la persona llega tarde un día ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo los tres días siguientes?
 - Si la persona llega a tiempo un día ¿cuál es la probabilidad de que llegue tarde los tres días siguientes?
 - Si la persona llega tarde el primer día de clase, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo el cuarto día?
 - Si la persona llega a tiempo el primer día de clase, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a tiempo el cuarto día?Supongamos, ahora que la probabilidad de que llegue tarde el primer día de clase es 0,7
 - Calcula la probabilidad de que llegue tarde el segundo día de clase.
 - Calcula la probabilidad de que llegue a tiempo el cuarto día de clase.
 - Si hoy llega tarde, calcula el número esperado de días que llega pronto entre los m siguientes.
- En un un cierto juego se gana o se pierde 100€ con probabilidad p y $1 - p$ respectivamente. Un cierto jugador parte de 200€ y pretende llegar a tener 400€ de modo que cuando los tiene se retira del juego. También se retira si pierde los 200€ de partida.
 - Después de jugar dos veces, ¿cuál es la probabilidad de que siga teniendo 200€?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que ya esté arruinado cuando llega a la cuarta jugada?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que se arruine justamente en la cuarta jugada?
- Se considera un camino aleatorio con barrera *reflectora*: con probabilidad p se va hacia la derecha y con probabilidad $q = 1 - p$ se va hacia la izquierda, salvo en el origen en el que con probabilidad q se queda en él. Calcula la distribución estacionaria. Calcula el tiempo medio de recurrencia para un estado dado j . Aplica este último resultado cuando $p = 0,2$.
- Los registros que poseen unos grandes almacenes indican que el 20% de los nuevos clientes con cuenta a crédito tienen problemas con sus pagos durante el mes siguiente. De todas las cuentas de crédito con problemas durante un mes, el 50% se pagan en su totalidad durante el siguiente mes; el 30% permanece con problemas durante un mes y el 20% sigue teniendo problemas para las compras acumuladas durante 2 meses.

Del grupo con problemas durante 2 meses, el 10% se liquidan en su totalidad; el 20% pagan parcialmente y tienen problemas con el saldo durante 1 mes; el 30% permanecen con problemas durante dos meses y el 40% sigue problemas durante 3 meses. Cualquier cuenta de crédito que tenga problemas durante 3 meses es cancelada.

Determina la matriz de transición para este proceso. Clasifica sus estados.

Durante un mes se abren 100 nuevas cuentas de crédito, ¿qué porcentaje de estas cuentas tendrá su crédito cancelado después de 4 meses? ¿y justamente en el 4º mes?

5. Dada la matriz

$$T = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0,8 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 0,2 & 0,1 & 0,1 & 0,3 \end{pmatrix}$$

(i) Clasifica los estados y determina la matriz de transición en forma canónica.

(ii) Calcula la probabilidad de ir de los estados transitorios a los recurrentes, y de los transitorios a los transitorios.

(iii) Partiendo del estado 6, ¿cuál es número medio de pasos que hay dar antes de ser absorbidos por algún conjunto cerrado irreducible?

6. Tres compañías de fabricación de pastas alimenticias A, B y C dominan respectivamente el 50 %, el 30 % y el 20 % del mercado. Para aumentar sus ventas realizan una campaña de publicidad, después de la cual realizan una encuesta para ver los resultados. Se obtienen los siguientes:

De 100 personas que consumían A, el 60 % siguen consumiendo A, el 25 % pasa a consumir B y el resto pasa a consumir C.

De 100 consumidores de B, el 50 % continua consumiendo B, el 30 % pasa a consumir A y el resto pasa a consumir C.

De 100 consumidores de C, el 40 % continua consumiendo C, el 40 % pasa a consumir A y el resto pasa a consumir B.

(i) ¿cuál es nuevo reparto del mercado después de la aplicación de la campaña?

(ii) Si la campaña se aplica durante un largo periodo de tiempo, ¿cuál sería la nueva configuración del mercado?