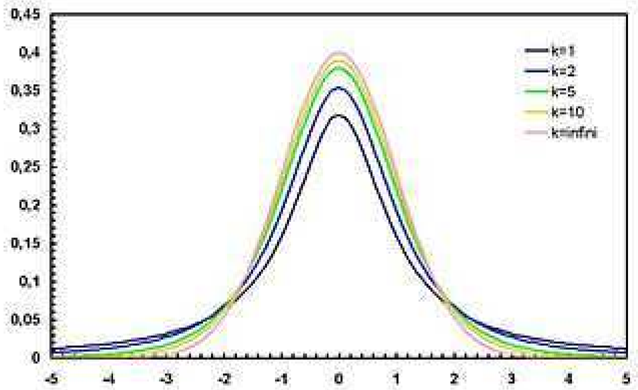
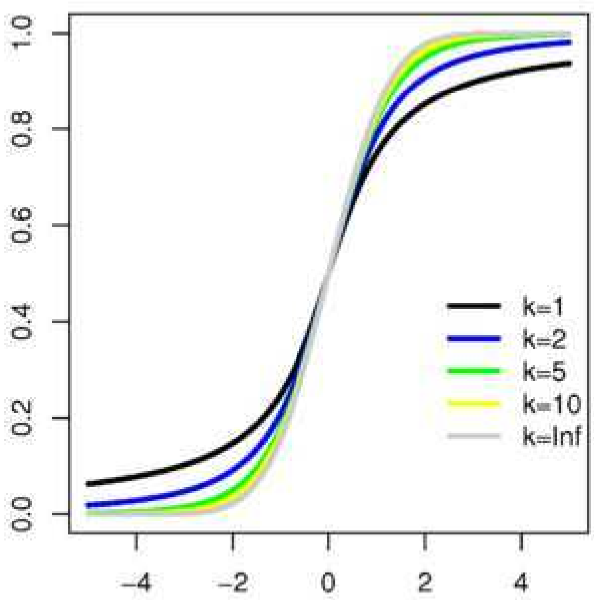
Distribución t de Student

Función de densidad de probabilidad



Función de distribución de probabilidad



Parámetros	$\nu > 0$ grados de libertad (real)
Dominio	$x \in (-\infty; +\infty)$
Función de densidad (pdf)	$\frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\nu/2)}(1+x^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}$
Función de distribución (cdf)	$\frac{1}{2}+\frac{x\Gamma\left((\nu+1)/2\right)\,{}_2F_1\left(\frac{1}{2},(\nu+1)/2;\frac{3}{2};-\frac{x^2}{\nu}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma(\nu/2)}$ donde ${}_2F_1$ es la función hipergeométrica
Media	0 para ν > 1, indefinida para otros valores
Mediana	0
Moda	0
Varianza	$\frac{\nu}{\nu-2}$ para ν > 2, indefinida para otros valores
Coeficiente de simetría	0 para ν > 3
Curtosis	$\frac{6}{\nu-4}$ para ν > 4,
Entropía	$\frac{\nu+1}{2}\left[\psi\left(\frac{1+\nu}{2}\right)-\psi\left(\frac{\nu}{2}\right)\right] + \log\left[\sqrt{\nu}B\left(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2}\right)\right]$

En probabilidad y estadística, la **distribución t (de Student)** es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño.

Aparece de manera natural al realizar la prueba t de Student para la determinación de las diferencias entre dos medias muestrales y para la construcción del intervalo de confianza para la diferencia entre las medias de dos poblaciones cuando se desconoce la desviación típica de una población y ésta debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.

Contenido

Caracterización

La distribución t de Student es la distribución de probabilidad del cociente

$$\frac{Z}{\sqrt{V/\nu}}$$

donde

- *Z* tiene una distribución normal de media nula y varianza 1
- *V* tiene una distribución

chi-cuadrado con ν grados de libertad
- Z y V son independientes

Si μ es una constante no nula, el cociente $\frac{Z+\mu}{\sqrt{V/\nu}}$ es una variable aleatoria que sigue la distribución t de Student no central con parámetro de no-centralidad μ.

Aparición y especificaciones de la distribución *t de Student*

Supongamos que $X_1,..., X_n$ son variables aleatorias independientes distribuidas normalmente, con media μ y varianza σ^2. Sea

$$\overline{X}_n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$$

la media muestral. Entonces

$$Z = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

sigue una distribución normal de media 0 y varianza 1.

Sin embargo, dado que la desviación estándar no siempre es conocida de antemano, Gosset estudió un cociente relacionado,

$$T = \frac{\overline{X}_n - \mu}{S_n/\sqrt{n}},$$

donde

$$S^2(x) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

es la varianza muestral y demostró que la función de densidad de T es

$$f(t) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma(\nu/2)}(1 + t^2/\nu)^{-(\nu+1)/2}$$

donde ν es igual a $n - 1$.

La distribución de T se llama ahora la **distribución-*t* de Student**.

El parámetro ν representa el número de *grados de libertad*. La distribución depende de ν, pero no de μ o σ, lo cual es muy importante en la práctica.

Intervalos de confianza derivados de la distribución *t* de Student

El procedimiento para el cálculo del intervalo de confianza basado en la t de Student consiste en estimar la desviación típica de los datos S y calcular el error estándar de la media $= \frac{S}{\sqrt{n}}$, siendo entonces el intervalo de confianza para la media = $= \overline{X} \pm t_{\alpha/2,n-1} \frac{S}{\sqrt{n}}$.

Es este resultado el que se utiliza en el test de Student: puesto que la diferencia de las medias de muestras de dos distribuciones normales se distribuye también normalmente, la distribución *t* puede usarse para examinar si esa diferencia puede razonablemente suponerse igual a cero.

para efectos prácticos el valor esperado y la varianza son:

E(t(n))= 0 y Var (t(n-1)) = n/(n-2) para n > 3

Historia

La distribución de Student fue descrita en 1908 por William Sealy Gosset. Gosset trabajaba en una fábrica de cerveza, Guinness, que prohibía a sus empleados la publicación de artículos científicos debido a una difusión previa de secretos industriales. De ahí que Gosset publicase sus resultados bajo el seudónimo de *Student*.[1]

Referencias

1. ↑ Walpole, Roland; Myers, Raymond y Ye, Keying (2002). *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Pearson Education.

Enlaces externos

- Tabla de distribución de T de Student (http://tablas-estadisticas.blogspot.com/2010/06/t-de-student.html)
- Prueba t de Student en la UPTC de Colombia (http://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/libros/tstudent.pdf)
- Tabla distribución t de Student
- Distribución t-Student: Puntos porcentuales para probabilidad superior (http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/mat.html)

Obtenido de «http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_t_de_Student»
Categoría: Distribuciones continuas

- Esta página fue modificada por última vez el 18 jul 2011, a las 11:36.

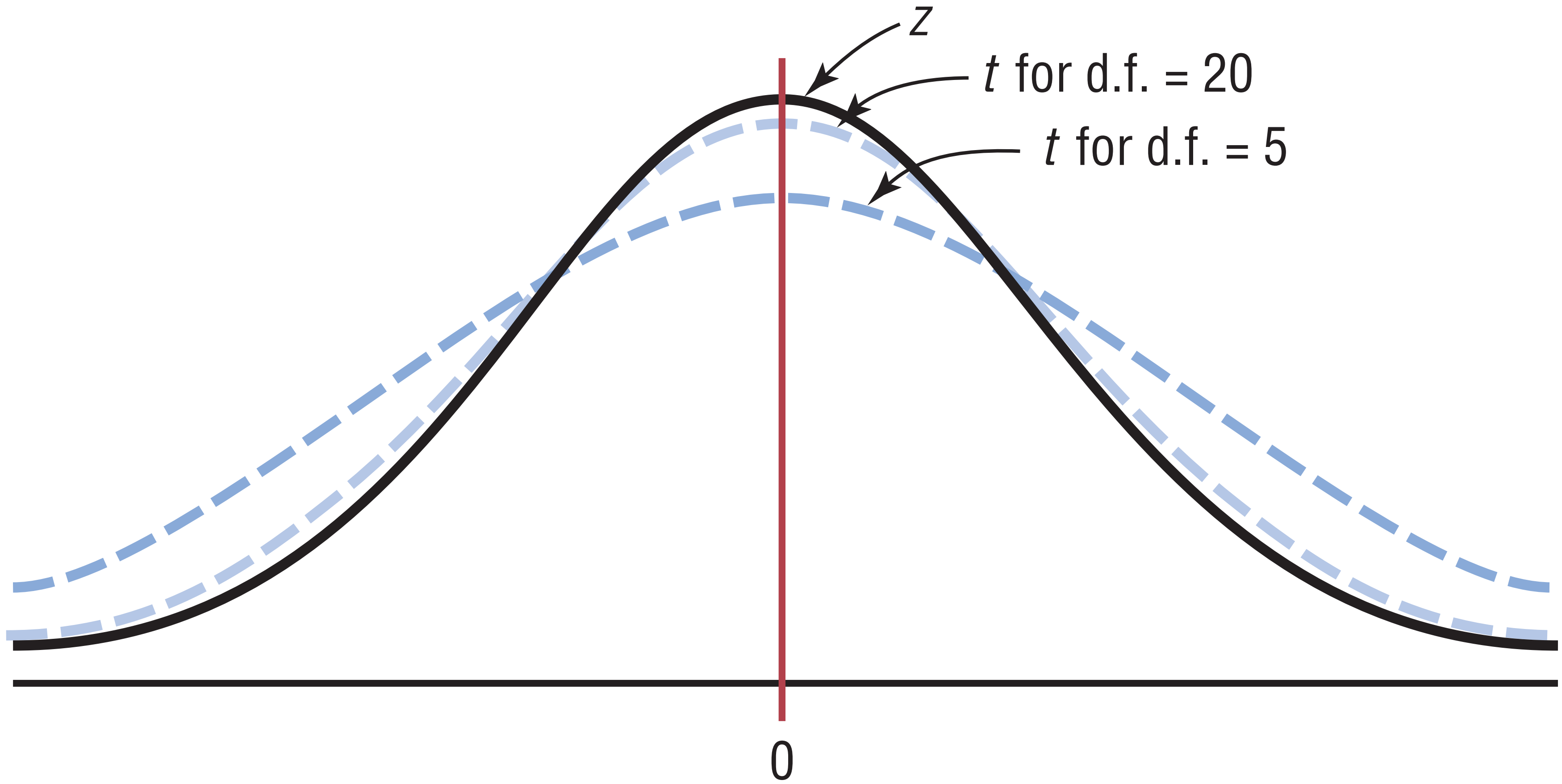
Characteristics of the *t* Distribution

The t distribution shares some characteristics of the normal distribution and differs from it in others. The t distribution is similar to the standard normal distribution in these ways:

1. It is bell-shaped.
2. It is symmetric about the mean.
3. The mean, median, and mode are equal to 0 and are located at the center of the distribution.
4. The curve never touches the x axis.

The t distribution differs from the standard normal distribution in the following ways:

1. The variance is greater than 1.
2. The t distribution is actually a family of curves based on the concept of *degrees of freedom,* which is related to sample size.
3. As the sample size increases, the t distribution approaches the standard normal distribution. See Figure 7–6.



z
t for d.f. = 20
t for d.f. = 5
0