

PROBLEMAS TEMA 6: ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS
SIMPLE. LICENCIADO EN ECONOMÍA

Problema 1 Supongamos que se ha pasado una encuesta a 45 individuos, en la que éstos tenían que asociar una de tres marcas de leche (Marca 1, Marca 2 y Marca 3), a una de las cualidades “Buen sabor”, “Buena calidad” y “Precio bajo”. En la tabla siguiente aparecen el número de individuos que han asociado la cualidad i a la Marca j .

| | Marca 1 | Marca 2 | Marca 3 | Total |
|-------|---------|---------|---------|-------|
| BS | 2 | 4 | 8 | 14 |
| BC | 10 | 2 | 4 | 16 |
| PB | 3 | 9 | 3 | 15 |
| Total | 15 | 15 | 15 | 45 |

donde BS=“Buen sabor”, BC=“Buena calidad” y PB=“Precio Bajo”.

- (a) Obtener las tablas de frecuencias relativas y de perfiles fila.
- (b) Calcular la distancia χ^2 entre los perfiles fila r_1 y r_2 , asociados a las cualidades “Buen sabor” y “Buena calidad”.
- (c) Calcular la tabla de perfiles fila transformada.
- (d) Calcular la distancia euclídea al cuadrado entre los dos primeros perfiles fila transformados, r_1^* y r_2^* .
- (e) Calcular la inercia de cada punto fila, y la inercia total de la nube de puntos fila.
- (f) Obtener la matriz X de puntos fila centrados y la matriz de inercia T .
- (g) Si los valores y vectores propios de T son

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0,227, & v_1 &= (-0,768, 0,624, 0,145)', \\ \lambda_2 &= 0,113, & v_2 &= (0,276, 0,527, -0,804)', \\ \lambda_3 &= 0, & v_3 &= (0,577, 0,577, 0,577)',\end{aligned}$$

obtener las coordenadas de los puntos fila en los ejes principales.

- (h) Calcular las coordenadas de los puntos columna en los ejes principales.
- (i) Obtener las contribuciones absolutas de los puntos fila y de los puntos columna a la inercia del eje.
- (j) Obtener las contribuciones relativas del eje principal obtenido a la inercia de los puntos fila y columna.

Problema 2 Se realizó una encuesta a 100 personas para el estudio del uso y las actitudes frente a los cajeros automáticos de los bancos. En la siguiente tabla de contingencia se muestran los individuos que poseen una tarjeta para cajero automático, distribuidos por edades. Se desea estudiar las relaciones entre la edad y el hecho de tener o no una tarjeta para cajero.

| Tarjeta | Edad | | | Total |
|---------|-------|-------|----------|-------|
| | 18-34 | 35-54 | 55 o más | |
| No | 2 | 10 | 27 | 39 |
| Sí | 20 | 23 | 18 | 61 |
| Total | 22 | 33 | 45 | |

- Calcular las tablas de frecuencias relativas, de perfiles fila y de perfiles columna.
- Calcular la tabla de perfiles fila transformada.
- Calcular la matriz de puntos fila centrados X y la matriz de inercia T .
- Si los valores propios de T son $\lambda_1 = 0,176$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$, y el vector propio asociado a λ_1 es $a_1 = (-0,685, -0,242, 0,687)'$, obtener las coordenadas de los puntos fila en el eje principal con vector director a_1 .
- Calcular las coordenadas de los puntos columna en el eje principal asociado.
- Obtener las contribuciones absolutas de los puntos fila y de los puntos columna a la inercia del eje.
- Obtener las contribuciones relativas del eje principal obtenido a la inercia de los puntos fila y columna.

Problema 3 (Febrero 2004) Se ha entrevistado a 30 personas sobre cuál de las tres marcas A , B y C de electrodomésticos prefieren, y se ha apuntado su nivel de ingresos anual, categorizándolo en tres clases, I=“Menos de 20000 euros”, II=“Entre 20000 y 40000 euros”, y III=“Al menos 40000 euros”. Los resultados obtenidos aparecen en la tabla. Para estudiar las relaciones entre el nivel de ingresos y las marcas preferidas, dibuja un gráfico en el que representes los niveles de ingresos y las marcas de electrodomésticos en un plano.

| Ingresos | A | B | C | Total |
|----------|----|---|---|-------|
| I | 4 | 6 | 2 | 12 |
| II | 1 | 2 | 6 | 9 |
| III | 7 | 1 | 1 | 9 |
| Total | 12 | 9 | 9 | 30 |

Nota. Los valores y vectores propios de la matriz de inercia son

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 0,3292 & v_1 &= (-0,693, 0,084, 0,716)' \\ \lambda_2 &= 0,1338 & v_2 &= (0,346, -0,8326, 0,4325)' \\ \lambda_3 &= 0 & v_3 &= (-0,6325, -0,5475, -0,5479)'\end{aligned}$$

Problema 4 (Septiembre 2004) Un ayuntamiento está interesado en averiguar la distribución de parados, empleados e inactivos por franjas de edad. Para ello, realiza una encuesta a 100 personas censadas en dicho ayuntamiento, y obtiene los siguientes datos

| Edad | Parados | Empleados | Inactivos | Total |
|-------|---------|-----------|-----------|-------|
| 1 | 15 | 9 | 6 | 30 |
| 2 | 10 | 20 | 10 | 40 |
| 3 | 10 | 5 | 15 | 30 |
| Total | 35 | 34 | 31 | 100 |

donde la edad se ha categorizado de la forma

$$1 = [16, 25), \quad 2 = [25, 45), \quad 3 = [45, 65).$$

Estudiar gráficamente las correspondencias entre los grupos de edad y las categorías Parado, Empleado e Inactivo (sin calcular contribuciones), sabiendo que los valores y vectores propios de la matriz de inercia son

| | | | |
|----------|---------|--------|---------|
| Valores | 0.046 | 0 | 0.0943 |
| Vectores | -0.7928 | 0.5912 | 0.1482 |
| | 0.2937 | 0.5836 | -0.7571 |
| | 0.5341 | 0.5567 | 0.6363 |

¿Qué grupos de edad se corresponden con cada una de las categorías Parado, Empleado e Inactivo?

Problema 5 (Febrero 2005) Un banco desea estudiar la relación entre la edad y tres tipos de servicios de inversión que el banco ofrece: cuentas a plazo fijo (PF), fondos de inversión (FI) y fondos de pensiones (FP). Para ello, toma 100 clientes seleccionados de entre los que están suscritos a uno de estos servicios, y se les pregunta su edad. La edad se categoriza en tres grupos, de la forma siguiente

$$1 = [18, 35), \quad 2 = [35, 50), \quad 3 = [50, 65).$$

Los resultados aparecen en la tabla siguiente

| Edad | PF | FI | FP | Total |
|-------|----|----|----|-------|
| 1 | 9 | 15 | 6 | 30 |
| 2 | 10 | 20 | 10 | 40 |
| 3 | 10 | 5 | 15 | 30 |
| Total | 29 | 40 | 31 | 100 |

Estudiar gráficamente las correspondencias entre los grupos de edad y los tipos de servicios de inversión (sin calcular contribuciones), sabiendo que los valores y vectores propios de la matriz de inercia son

| | | | |
|----------|---------|---------|---------|
| Valores | 0.0025 | 0 | 0.1114 |
| Vectores | 0.8384 | -0.5239 | 0.1506 |
| | -0.2684 | -0.6373 | -0.7224 |
| | -0.4744 | -0.5652 | 0.6749 |

¿Qué grupos de edad se corresponden con qué servicios de inversión?

Problema 6 (Septiembre 2006) El gobierno alemán está interesado en saber si los distintos tipos de industria tienen localizaciones preferentes distintas. Para ello, se toman datos del emplazamiento de 14 empresas de tres tipos: Financiera, Energética o Tecnológica. Los datos aparecen en la tabla:

| | Frankfurt | Berlín | Munich |
|-------------|-----------|--------|--------|
| Financiera | 30 | 0 | 4 |
| Energética | 0 | 10 | 20 |
| Tecnológica | 2 | 30 | 14 |

- Contrasta si existe asociación entre el tipo de empresa y la localización, al nivel de significación $\alpha = 0,05$. ($\chi^2_{4,0,05} = 9,5$).
- Calcula la distancia chi-cuadrado entre los perfiles fila asociados a los tres tipos de empresas. ¿Por qué se toma la distancia chi-cuadrado y no la distancia euclídea?
- Transforma la tabla de perfiles fila, de manera que la distancia euclídea entre las filas de la tabla transformada coincida con la distancia chi-cuadrado entre los perfiles fila originales.
- Define la inercia de un punto fila y la inercia de un eje. Asimismo, define el primer eje de correspondencias.

- (e) Estudia gráficamente las correspondencias entre los tipos de industria y las localizaciones, sabiendo que los valores y vectores propios de la matrix de inercia son los que aparecen en la siguiente tabla:

| | | | |
|----------|--------|--------|--------|
| Valores | 0.768 | 0.11 | 0 |
| | 0.837 | -0.091 | -0.54 |
| Vectores | -0.459 | -0.652 | -0.603 |
| | -0.297 | 0.752 | -0.588 |