

PROBLEMAS TEMA 5: ESCALADO MULTIDIMENSIONAL.
LICENCIADO EN ECONOMÍA

Problema 1 Sea la matriz de distancias

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Obtener la matriz de coordenadas principales Z .
- (b) Comprobar que la matriz de distancias euclídeas al cuadrado de Z coincide con D .

Problema 2 Sea la matriz de distancias

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcular la matriz de productos escalares Q .
- (b) Obtener la matriz de coordenadas principales Z , si los valores y vectores propios asociados de Q son

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2,2153 & v_1 &= (-0,5199, -0,2852, 0,8052)' \\ \lambda_2 &= 0,4514 & v_2 &= (0,6295, -0,7651, 0,1355)' \\ \lambda_3 &= -1,3333 & v_3 &= (-0,5774, -0,5774, -0,5774)', \end{aligned}$$

- (c) Calcular la matriz de distancias euclídeas al cuadrado entre las filas de Z .

Problema 3 Sea la matriz de disimilaridades

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcular la matriz de productos escalares Q .
- (b) Obtener la matriz de coordenadas principales Z , sabiendo que los valores y vectores propios asociados de Q son

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 3,3109 & v_1 &= (-0,5797, 0,4399, 0,6859)' \\ \lambda_2 &= -0,2672 & v_2 &= (0,7642, 0,5856, 0,2703)' \\ \lambda_3 &= -1,5437 & v_3 &= (0,2828, -0,6808, 0,6756)', \end{aligned}$$

- (c) Calcular la matriz de distancias euclídeas al cuadrado entre las filas de Z .

Problema 4 Supongamos que a partir de la matriz de disimilaridades

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 1,3 & 2,4 & 3,7 \\ & 0 & 2,1 & 4,1 \\ & & 0 & 1,1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}.$$

se ha aplicado el escalado nométrico, y en la etapa i se han obtenido unas coordenadas Z^i cuya matriz de distancias euclídeas al cuadrado es

$$D^i = \begin{pmatrix} 0 & 1,6 & 3,2 & 2,9 \\ & 0 & 1,9 & 3,5 \\ & & 0 & 1,3 \\ & & & 0 \end{pmatrix}.$$

Obtener la matriz de disparidades y el STRESS de esta solución.

Problema 5 (Febrero 2004) En la tabla adjunta aparecen ciertas características medidas a tres presidentes de Estados Unidos.

Presidente	Lugar nacimiento	Elegido en la primera vuelta	Partido	Experiencia anterior en el congreso	Vicepresidente
Reagan	Medio Oeste	Sí	Republicano	No	No
Ford	Medio Oeste	No	Republicano	Sí	Sí
Kennedy	Este	Sí	Demócrata	Sí	No

- (a) Obtener una matriz de similaridades entre los tres presidentes.
- (b) Transformar la matriz de similaridades $S = (s_{ij})$ en una matriz de disimilaridades $\Delta = (\delta_{ij})$, mediante la transformación $\delta_{ij} = 1 - s_{ij}$. Para esta matriz, calcular la matriz de productos escalares Q que se necesita para aplicar El Escalado Multidimensional.
- (c) Obtener las coordenadas principales, sabiendo que los valores y vectores propios asociados de la matriz Q son

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0,3197 & v_1 &= (0,4427, -0,8798, 0,1728)' \\ \lambda_2 &= 0,1728 & v_2 &= (0,8690, 0,3735, -0,3244)' \\ \lambda_3 &= -0,3147 & v_3 &= (-0,2209, -0,2938, -0,9300)' \end{aligned}.$$

Representa las coordenadas de los presidentes en un plano.

Problema 6 (Febrero 2006) A la hora de estudiar cómo se perciben tres marcas de dentrífico entre los consumidores, se realiza un experimento en el que 100 personas prueban los tres tipos de dentrífico. Estas personas los comparan y para cada par de dentríficos, dan un valor entre 0 y 9 que representa lo distintos que les parecen. La matriz de disimilaridades media de las 100 personas es

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 9 \\ 6 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Obtener la matriz de productos escalares entre los tres tipos de dentrífico.
- (b) Si los valores y vectores propios de la matriz de productos escalares son

Valores	1.2679	0	4.7327
Vectores	0.7887	-0.5774	-0.2113
	-0.5774	-0.5774	-0.5774
	-0.2113	-0.5774	0.7887

obtener la matriz de coordenadas principales Z y representar los tres tipos de dentrífico en un plano.

- (c) Calcular la matriz de distancias euclídeas al cuadrado entre las filas de la matriz de coordenadas.

Problema 7 (Septiembre 2006) Se ha recogido la siguiente matriz de disimilaridades medias a partir de las opiniones de una muestra aleatoria de personas.

	Nissan (1)	Wartburg (2)	BMW (3)	Audi (4)
Nissan (1)	0			
Wartburg (2)	2	0		
BMW (3)	4	6	0	
Audi (4)	3	5	1	0

- (a) Si los elementos de esta matriz fuesen distancias euclídeas al cuadrado, define las coordenadas principales.
- (b) Los valores y vectores propios de la matriz de productos escalares son:

Valores	3.5512	1.0538	0.3894	0.261
Vectores	0.3415	0.2682	-0.08389	0.1764
	0.7167	-0.5992	0.1026	0.2604
	-0.3892	-0.6388	-0.5654	-0.3292
	-0.4672	0.4011	0.814	0.8903

Si se seleccionan solamente dos ejes principales, calcula las coordenadas principales.

- (c) ¿Es la solución obtenida solución del escalado no métrico? Si no lo es, calcula las disparidades y el stress de dicha solución.

Problema 8 (Febrero 2010) Se dispone de la siguiente matriz de disimilaridades entre 4 alumnos de la asignatura Técnicas de Investigación

	1	2	3	4
1	0	0.4	0.6	0.4
2	0.4	0	0.6	0.4
3	0.6	0.6	0	0.6
4	0.4	0.4	0.6	0

- (a) **(0.5 ptos.)** Se desea aplicar el Escalado Multidimensional para obtener unas coordenadas de los alumnos en ciertas dimensiones. Para ello, calcula la matriz de productos escalares Q .
- (b) **(0.5 ptos.)** Los valores y vectores propios de la matriz de productos escalares Q son:

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
0.35	0.2	0.2	0
\mathbf{a}_1	\mathbf{a}_2	\mathbf{a}_3	\mathbf{a}_4
0.289	0.816	0.000	-0.500
0.289	-0.408	-0.707	-0.500
-0.866	0.000	0.000	-0.500
0.289	-0.408	0.707	-0.500

Según esto, ¿cuántas dimensiones hay? Calcula las coordenadas principales de los alumnos.

- (c) **(0.5 ptos.)** A partir de las coordenadas principales obtenidas en (b), calcula las distancias euclídeas al cuadrado entre los alumnos 1 y 2, así como entre los alumnos 1 y 3. ¿Qué par de alumnos se parece más? ¿Ocurre lo mismo en las disimilaridades originales?
- (d) **(0.5 ptos.)** Se han medido las siguientes variables a los 4 alumnos

Alumno	Nota Select	Horas estudio	Libros	Horas deporte
1	6.7	10	0	2
2	7.2	6	12	1
3	7.2	2	0	2
4	6.1	2	3	1

La tabla siguiente muestra los coeficientes de correlación entre las coordenadas principales y estas variables:

	Nota Select	Horas estudio	Libros	Horas deporte
Z1	-0.510	0.522	0.440	-0.577
Z2	0.045	0.739	-0.623	0.816
Z3	-0.859	-0.426	-0.647	0.000

Según estos coeficientes, ¿qué características tienen los alumnos con valores altos en la segunda coordena principal? ¿Y los alumnos con valores bajos en la misma coordenada?