

PROBLEMAS TEMA 2: ANÁLISIS DE COMPONENTES
PRINCIPALES. LICENCIADO EN ECONOMÍA

Problema 1 Calcular para la matriz de covarianzas

$$S_Y = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix},$$

- (a) Las componentes principales Z_1 y Z_2 .
- (b) La proporción de variabilidad total explicada por la primera componente principal.
- (c) Las comunalidades de las dos variables originales, cuando solo se retiene la primera componente principal.
- (d) Las correlaciones de las dos variables originales con la primera componente principal.

Problema 2 Convertir la matriz de covarianzas del Problema 1 en una matriz de correlaciones R .

- (a) Determinar las componentes principales Z_1 y Z_2 de R .
- (b) Calcular la proporción de variabilidad total explicada por Z_1 .
- (c) Compara las componentes calculadas en (a) con las obtenidas en el Problema 1. ¿Son las mismas? ¿Deberían serlo?
- (d) Calcular las comunalidades de las variables originales, cuando solo se retiene la primera componente principal.
- (e) Calcular las correlaciones de las dos variables con la primera componente principal.

Problema 3 Sea la matriz de covarianzas

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Determinar las componentes principales Z_1 , Z_2 y Z_3 . ¿Qué puedes comentar acerca de los vectores propios (y componentes principales) asociados a valores propios que son iguales?

Problema 4 Encontrar las componentes principales y la proporción de variabilidad total explicada por cada una cuando la matriz de covarianzas es

$$\begin{pmatrix} \sigma^2 & \sigma^2\rho & 0 \\ \sigma^2\rho & \sigma^2 & \sigma^2\rho \\ 0 & \sigma^2\rho & \sigma^2 \end{pmatrix},$$

donde $-\frac{1}{\sqrt{2}} < \rho < \frac{1}{\sqrt{2}}$

Problema 5 Obtener las componentes principales y su proporción de variabilidad explicada a partir de la matriz de correlaciones

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & 1 \end{pmatrix},$$

Problema 6 (Sept. 2004) Sea la matriz de covarianzas

$$S_Y = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

proporcionar:

- Componentes principales.
- Proporción de variabilidad explicada por cada una de las componentes obtenidas.
- Comunalidades de las variables originales si solo se retiene una componente principal. ¿Qué variable/s está/n mejor explicada/s?
- Correlaciones de las variables originales con todas las componentes principales. ¿Qué variable/s representa/n mejor a cada componente?

Problema 7 (Feb. 2005) Con el fin de encontrar un índice económico de comparación de restaurantes españoles, se han medido tres variables sobre 30 restaurantes, X_1 =Gasto en publicidad, X_2 =Gasto en personal y X_3 =Beneficios netos. La matriz de covarianzas de dichas variables es

$$S_X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- Calcúlese las componentes principales.
- ¿Qué proporción de variabilidad total explica cada componente?.
- Si solo se desea obtener un índice que represente la información de las tres variables, ¿cuál sería dicho índice? ¿Qué variable es la mejor representada por dicho índice?.
- ¿Cómo está de correlado dicho índice con las variables X_1 , X_2 y X_3 ?